

R. W. BUSSARD
R. D. De LAUER

FUNDAMENTALS OF NUCLEAR FLIGHT

NEW YORK — 1966

Р. БАССАРД
Р. ДЕЛАУЭР

ЯДЕРНЫЕ ДВИГАТЕЛИ ДЛЯ САМОЛЕТОВ И РАКЕТ

*Сокращенный перевод с английского
под редакцией
доктора технических наук О. Н. ФАВОРСКОГО*

ВОЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ОБОРОНЫ СССР
МОСКВА — 1967

БАССАРД Р. и ДЕЛАУЭР Р.

Б27 Ядерные двигатели для самолетов и ракет. Сокращенный перевод с английского Р. Авалова, В. Матвеева, Л. Соркина, Н. Трубицына. М. «Военное издательство», 1967.

400 с. 7500 экз. 1 р. 78 к.

В книге американских авторов освещается перспективный вопрос современной техники — создание ядерных двигателей для ракет и самолетов.

В работе рассматриваются принципиальные схемы ядерных двигателей, а также вопросы их теплового, газодинамического и нейтронно-физического расчетов. Уделяется большое внимание защите экипажа от радиоактивных излучений.

Книга представляет интерес для читателей, изучающих проблемы авиационной и космической техники.

1-12-4
128-67

6П2.8
Б27

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЯДЕРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Разница между химическими и ядерными двигателями для летательных аппаратов заключается в методе получения тепла, превращаемого в соплах в кинетическую энергию струи рабочего тела. В химических двигателях необходимую энергию получают от сжигания в камерах сгорания обычного топлива, в ядерных — за счет торможения осколков делящихся ядер в управляемых ядерных реакторах. При этом могут быть созданы ядерные двигатели непосредственного нагрева (рис. 1.1), в которых рабочее тело нагревается при прохождении через область, содержащую делящееся вещество, а также двигатели с промежуточной системой преобразования энергии (рис. 1.2), где ядерная энергия вначале превращается в электрическую, которая затем используется для нагрева или ускорения рабочего тела. Энергия деления ядер почти в 10^7 раз больше энергии, выделяемой при сгорании лучшего химического топлива, поэтому расходуемая масса ядерного топлива при полетах в пределах солнечной системы должна быть сравнительно незначительной.

Для уменьшения расхода рабочего тела необходимо путем нагрева с помощью ядерной энергии обеспечить как можно большую скорость истечения его из сопла двигателя. Энергия, подводимая к единице массы газа, используемого как рабочее тело, обратно пропорциональна его атомному весу. Так как в ядерных двигателях рабочее тело можно выбрать без учета характеристик сгорания, то целесообразно применять рабочее тело с наименьшим атомным (или молекулярным) весом.

Скорость истечения увеличивается при увеличении энергии, подведенной к газу, т. е. для выбранного типа газа при увеличении его температуры. Таким образом, центральной проблемой при проектировании ядерных ракетных двигателей является достижение наибольшей возможной температуры

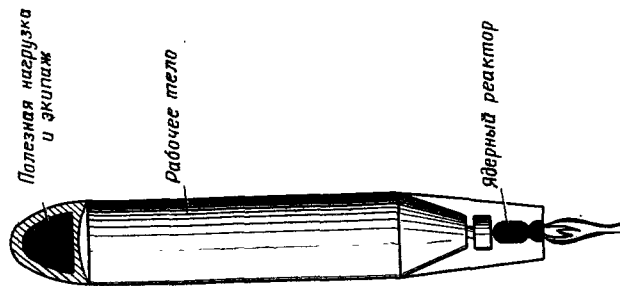


Рис. 1.1. Ядерный ракетный двигатель с непосредственным нагревом рабочего тела

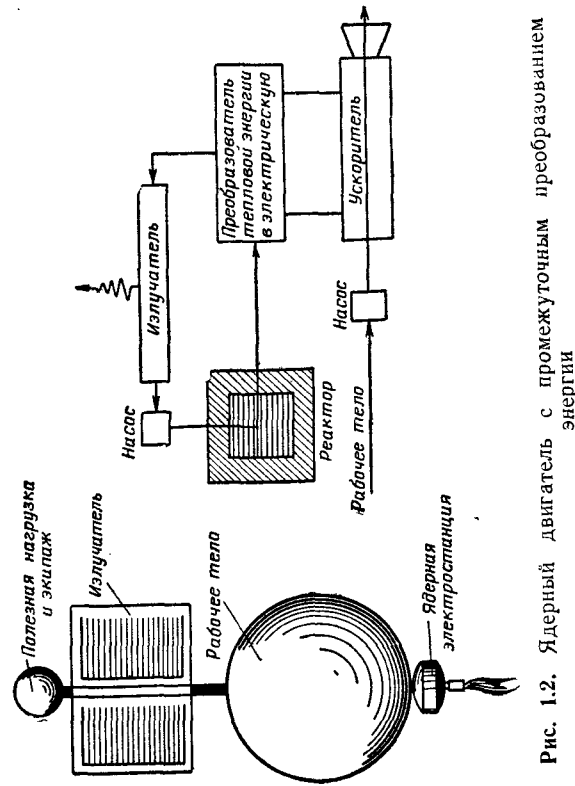


Рис. 1.2. Ядерный двигатель с промежуточным преобразованием энергии

рабочего тела. В двигателях с промежуточной системой преобразования энергии высокая температура также желательна для повышения эффективности цикла.

1.1. ЯДЕРНЫЕ ДВИГАТЕЛИ С НЕПОСРЕДСТВЕННЫМ НАГРЕВОМ РАБОЧЕГО ТЕЛА

Реакторы с твердой активной зоной. Наиболее простой метод нагрева газообразного рабочего тела — пропускание его через теплообменник, которым в ряде случаев может

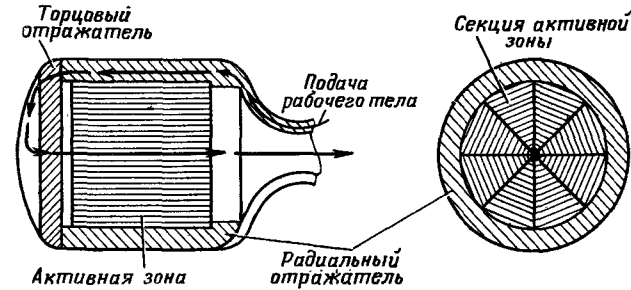


Рис. 1.3. Реактор ядерного ракетного двигателя (с твердой активной зоной) гомогенного типа цилиндрической формы и с осевым течением потока

служить активной зоной реактора. На рис. 1.3 схематически показан гомогенный реактор с цилиндрической активной зоной. Здесь делящееся вещество размещено в активной зоне

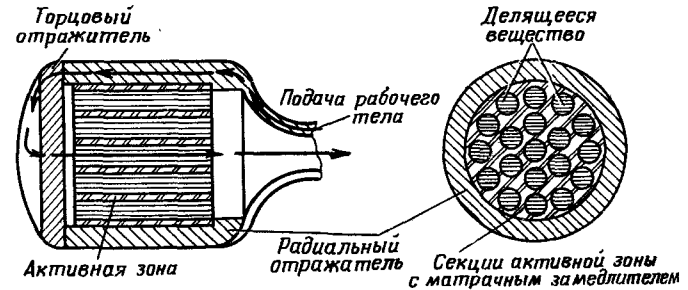


Рис. 1.4. Реактор ядерного ракетного двигателя с твердой активной зоной гетерогенного типа цилиндрической формы с осевым течением потока

так, чтобы обеспечить желаемое распределение энергии, выделяемой при делении (гл. 3 и 4), а рабочее тело нагревается при прохождении через многочисленные каналы в активной зоне реактора. Другой тип реактора — гетерогенный — показан на рис. 1.4. Здесь делящееся вещество расположено

газообразного рабочего тела. Если размеры барботирующих пузырьков поддерживаются малыми, то температура газа на выходе из делящегося вещества может быть весьма близкой к его максимальной температуре. Вращения оболочки со скоростью нескольких сот оборотов в минуту достаточно для стабилизации формы тонкой области (толщиной порядка нескольких сантиметров) жидкого делящегося вещества при любом реально достижимом ускорении летательного аппарата. При этом не будут возникать критические гидростатические давления на внешнем (по отношению к центру двигателя) радиусе поверхности делящегося вещества. Ни один из указанных выше видов жидкого делящегося вещества и разбавителя не способен выделить много нейтронов, однако критичность может быть достигнута при использовании толстых внешних отражателей из бериллия (Be), графита (C) или тяжелой воды (D_2O). Для стабили-

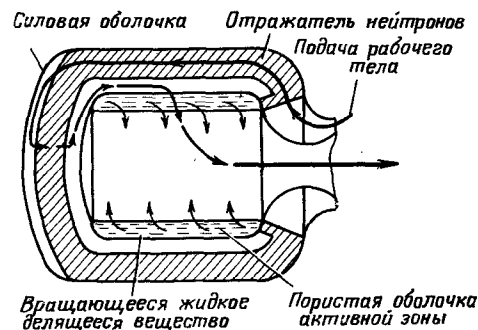


Рис. 1.6. Реактор ракетного двигателя с жидкой активной зоной

зации области делящегося вещества материал отражателя вращать вместе с оболочкой активной зоны не требуется.

Предельно достижимая максимальная температура в реакторах с жидкой активной зоной приблизительно на 1000°C выше, чем предельная температура в реакторах с твердой активной зоной. Хотя это и не очень большое приращение температуры, но оно сильно сказывается на величине удельного импульса, так как в этой области температур диссоциация молекул водорода становится весьма важным источником энергии, сообщаемой газу при расширении его в сопле (гл. 3). Например, при температуре 4500°K применение водорода при давлении в несколько атмосфер позволяет получить удельный импульс $I_{sp}=1600 \text{ сек}$, что почти в два раза превышает удельный импульс, получаемый при температуре 2500°K (т. е. при отсутствии диссоциации).

При освоении реакторов с жидкой активной зоной необходимо исследовать ряд сложных, хотя, вероятно, разрешимых проблем, связанных с течением жидкости, коррозией материалов, запуском и выключением реактора, а также подачей в него паро-жидкостной смеси.

Реакторы с газообразной активной зоной. В принципе при применении газовой активной зоны можно использовать

произвольно большие температуры. Однако на практике это не так.

Главнейшей проблемой, связанной с освоением газовых реакторов, является уменьшение потерь, непрореагировавшего делящегося вещества.

На рис. 1.7 представлена схема реактора с газовой, активной зоной и прямым потоком. Газообразное топливо, делящееся вещество и рабочее тело впрыскиваются внутрь отражателя нейтронов с одного конца камеры. В результате деления смесь нагревается и, истекая из сопла, создает тягу.

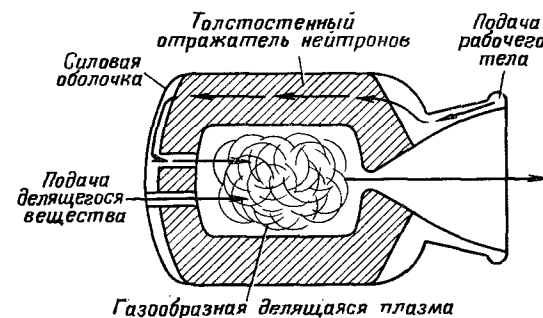


Рис. 1.7. Реактор ядерного двигателя с газовой активной зоной и прямым потоком

Можно показать, что характеристики таких систем связаны с потерями топлива

$$\frac{P_c}{I_{sp}} = \frac{2I_{tot}\rho_f S}{3m_f}, \quad (1.1)$$

где P_c — давление в камере в атмосферах; I_{tot} — полный импульс (тяга, умноженная на время работы двигателя); m_f — потери топлива; I_{tot}/m_f — в сек; ρ_f — плотность газообразного делящегося вещества, требуемая для обеспечения критичности реактора. Здесь введен также коэффициент разделения S , определяемый как отношение времени жизни атома рабочего тела в активной зоне ко времени жизни атома делящегося вещества. Он включается для учета степени выделения непрореагировавшего газообразного делящегося вещества из нагретого рабочего тела. Основной причиной необходимости такого выделения является высокая стоимость делящегося вещества (примерно 15 000 долл. 1 кг).

В этой системе, как и в рассмотренном выше реакторе с вращающимся делящимся веществом, процесс деления поддерживается нейтронным потоком, поступающим от внешнего отражателя. Однако в этом случае для обеспечения критичности при любом заданном радиусе активной зоны требуется

1.2. ЯДЕРНО-ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ РЕАКТИВНЫЕ ДВИГАТЕЛИ

Если вместо подвода тепла к рабочему телу использовать для разгона газовой-кинетического потока направленные силовые поля, то можно получить более высокие характеристики двигателей. В схемах двигателей, которые исследуются в настоящее время, используются электрические или магнитные поля (или их комбинации), которые воздействуют на поток ионов и электронов рабочего тела. На рис. 1.10 показаны три принципиально отличающихся схемы ускоряющих систем. Первая — электродуговой ракетный двигатель не является в действительности нетепловым ускорителем, так как в нем для

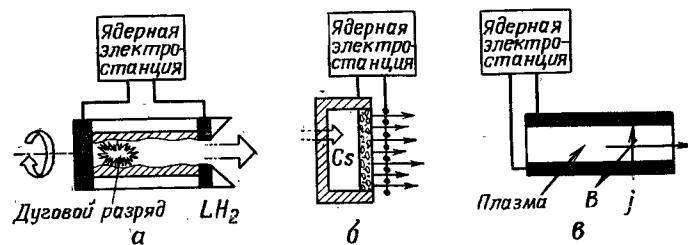


Рис. 1.10. Три схемы ускорителей в ядерных электрореактивных двигателях:

а — электродуговой, б — электростатический, в — магнитогидродинамический

омического нагрева газа (например, водорода) используется электрическая энергия. Затем тепловая энергия с помощью сопла превращается в кинетическую — электрический аналог обычных ракетных двигателей. В электростатическом двигателе (рис. 1.10, б) энергия сообщается непосредственно рабочему телу. Последнее должно состоять из заряженных частиц (ионов), получаемых с помощью контактной ионизации при прохождении цезия через пористый вольфрамовый эмиттер. Ускорение осуществляется за счет разности потенциалов, прикладываемой между эмиттером и противостоящей ему решеткой. Справа (рис. 1.10, в) представлен магнитогидродинамический ускоритель прямого действия. В нем сообщается энергия рабочему телу. Это происходит за счет взаимодействия электрических и магнитных полей с плазмой, что приводит к возникновению силы Лоренца.

Первая схема имеет наиболее низкие характеристики, она может обеспечить удельный импульс 1500 сек. Электростатическая схема может дать 4000—20 000 сек при к. п. д. около 80%. Для магнитогидродинамических ускорителей характерны значения удельного импульса в диапазоне 1000—7000 сек. В конечном счете достижимые характеристики этих систем ограничены за счет сильной теплопередачи к конструкции

ускорителя. Во всех трех схемах наблюдается эрозия электродов, ускоряющей сетки и боковых стенок, вызываемая высокими местными температурами, возникающими в результате перехода в пограничном слое ламинарного потока в турбулентный или прямыми столкновениями быстро движущихся частиц с корпусом двигателя. Так как температура атомов, эквивалентная удельному импульсу, приблизительно пропорциональна его квадрату, то удельному импульсу 2000 сек соответствует температура в 30—50 раз большая, чем температура рабочего тела с тем же молекулярным весом в двигателе с удельным импульсом 300 сек.

Двигатели с такими ускорителями являются ядерными лишь в том случае, когда электрическую энергию, необходимую для их привода, вырабатывает ядерная электростанция. Однако для практических целей это сочетание почти обязательно, ибо оно является следствием уравнений характеристик для полетов с малой тягой и опыта создания электростанций. Анализ летных характеристик (гл. 2) показывает, что ускорение летательных аппаратов с электрореактивными двигателями обратно пропорционально удельному импульсу ускорителя и массе силовой установки λ_{pr} , приходящейся на единицу выходной электрической мощности. При $\lambda_{pr} = 225$ кг/квт ускорение космического аппарата с электрореактивным двигателем составит примерно $10^{-5} g$ или меньше, и для сколько-нибудь значительного приращения скорости требуется очень много времени. Полеты с электрореактивными двигателями будут оправданы только тогда, когда уровень удельной массы снизится до величины порядка $\lambda_{pr} = 20$ кг/квт или менее.

Ядерные космические силовые установки, использующие обычные циклы — турбомашинные и др., имеют $\lambda_{pr} \approx 225$ —450 кг/квт при мощности 1—2 квт и $\lambda_{pr} \approx 45$ —90 кг/квт при мощности 30—60 квт; в будущем предполагается достичь $\lambda_{pr} \approx 10$ кг/квт при мощности 300—500 квт.

Другим, возможно лучшим, путем явился бы отказ от турбомашин и переход к непосредственному превращению тепловой энергии в электрическую. Одной из таких систем, имеющих большой практический интерес, является плазменный термоионный преобразователь, в котором электрически нейтральная масса плазмы (например, образованная ионизацией паров цезия) заполняет в диодном устройстве пространство между катодом и анодом. Катод нагревается, и эмиттируемые электроны сквозь плазму летят к аноду, обеспечивая создание тока во внешней цепи. Разность напряжений возникает вследствие разницы в работах выхода поверхностей катода и анода. Плазма нейтрализует рост пространственного заряда и тем самым обеспечивает значительно больший ток, чем в обычных вакуумных диодных лампах.

Лабораторные эксперименты показали возможность получения мощности до 50 вт/см^2 , отнесенной к площади катода. Это относительно высокая плотность мощности. Отсутствие вращающихся частей упрощает и облегчает оборудование. Дополнительное снижение веса представляется возможным, если эта система будет работать при высокой температуре анода. Размер радиатора для отвода тепла в космос пропорционален четвертой степени его температуры. Так, радиатор для установки с прямым преобразованием энергии, работающий при наименьшей температуре 1380°K , может быть более чем в 10 раз легче, чем для установки с обычным турбомашинным циклом с наименьшей температурой 720°K . Прини-

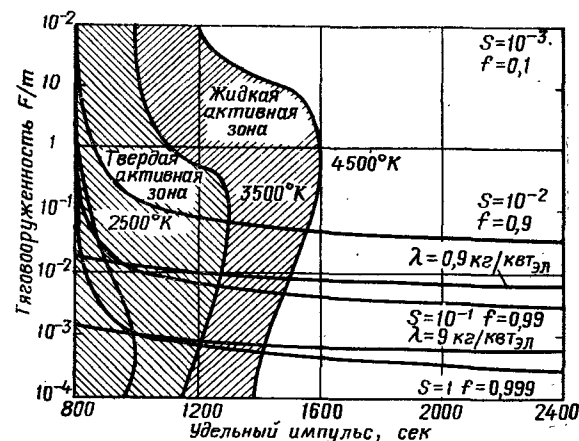


Рис. 1.11. Потенциальные возможности ракет с ядерными двигателями

мая во внимание все эти факторы, можно считать реальным получение $\lambda_{pr} \approx 4 \text{ кг/квт}$.

Возможности улучшения характеристик. Рассмотренные выше характеристики двигательных систем обобщены на рис. 1.11, где представлена зависимость тяговооруженности от удельного импульса рабочего тела. В левой части рисунка видна заштрихованная часть; она покрывает область возможных характеристик реактора с непосредственным нагревом рабочего тела. Если нагреть газ до 3500°K , то можно достичь удельного импульса порядка 1300 сек , однако при этом снижается тяговооруженность, обеспечивающая ускорение порядка $0,1 g$. Если требуется большая тяговооруженность, двигатель должен иметь меньший удельный импульс. Форма этих кривых определяется изменением степени диссоциации и рекомбинации в потоке газа, текущем в сопле, где он находится при более низком давлении (гл. 3).

При еще большей температуре, которую возможно получить с использованием делящегося вещества в жидкой фазе, можно достичь удельного импульса $I_{sp} \approx 1600 \text{ сек}$, если в качестве рабочего тела взять водород при давлении 1 ат. Эта величина в четыре раза превышает импульс лучших химических ракетных топлив.

Кривые, на которых указаны значения S и f , соответствуют различным уровням развития газовых реакторов. Здесь f — часть энергии, выделяющейся в жидком материале реактора; $1-f$ — часть энергии, выделяющейся непосредственно в газе; S — коэффициент разделения. Если $S=1$, то атомы топлива совсем не отделяются от атомов рабочего тела и полезное еще топливо теряется вместе с водородом. Как было отмечено выше, в этом случае высокий удельный импульс можно получить без чрезмерно больших потерь топлива только в том случае, если отвести энергию, выделяющуюся в жидкой части реактора. Это потребует, в свою очередь, тяжелого теплоотводящего оборудования, и при высоком значении I_{sp} будет низкая тяговооруженность. С другой стороны, если можно достичь $S < 10^{-3}$, так что $f \leq 0,1$, то, как видно из рис. 1.11, ядерная двигательная система будет иметь высокую тяговооруженность и высокий импульс. Данные двигательных систем, основанных на ядерном синтезе, на рисунке не показаны, так как потенциальные значения I_{sp} для таких систем лежат вправо за пределами графика, а о весе этих систем сказать ничего нельзя, пока мы не знаем, как построить реактор синтеза.

Кривые с отметкой λ соответствуют ядерным электрореактивным двигателям. Самая нижняя кривая для λ_{pr} системы 9 кг/квт , отнесенного к мощности реактивной струи, вероятно, соответствует наиболее перспективным ядерным электростанциям. Очевидно, что эти характеристики намного лучше, чем характеристики газового реактора без разделения.

В заключение рассмотрим возможный диапазон применения различных двигательных систем. Результаты анализа представлены на рис. 1.12. На рисунке отделены области, в которых лучшими характеристиками обладают: химические двигатели (нижняя левая область), ядерные электрореактивные двигатели (правая область) и термические ядерные ракетные двигатели нагрева (верхняя средняя область). На рисунке указано назначение полета. Расположение кривых несколько произвольно, но из рисунка легко сделать вывод, что новые (ядерные) системы не будут создаваться для того, чтобы заменить старые. Такая замена произойдет только тогда, когда новые системы по своим характеристикам будут значительно превосходить старые.

Из числа рассмотренных ядерных систем в стадии раз-

работки в настоящее время находятся лишь ядерные ракетные двигатели с твердой активной зоной реактора, и поэтому остальная часть этой книги будет посвящена исследованию этих систем. Многие из вопросов, изложенных в следующих

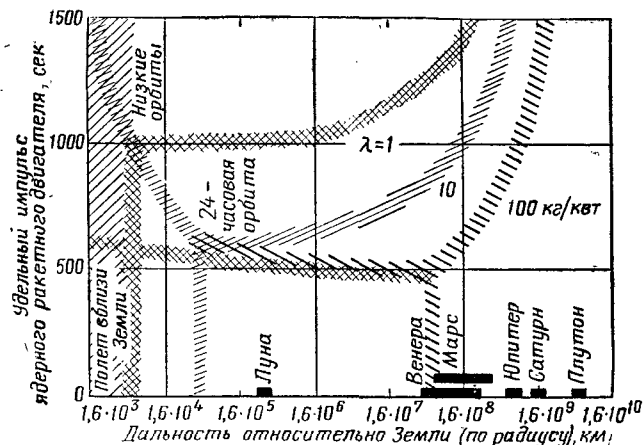


Рис. 1.12. Области рационального применения ядерных и обычных двигательных систем

главах, непосредственно относятся к ядерным двигателям любого типа, но общая ориентация, особенно в отношении материалов и конструкции, будет проводиться на решение проблем, касающихся систем с делящимся веществом в твердой фазе, обладающих высокими характеристиками.

ГЛАВА 2

ОСНОВЫ АНАЛИЗА ЛЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Для того чтобы провести общий анализ основных характеристик, определяемых назначением летательного аппарата, и рассмотреть зависимость летных характеристик летательных аппаратов от основных параметров, характеризующих возможности двигателей, необходимо найти метод анализа основных характеристик летательного аппарата в зависимости от конструктивных критериев двигателя. В этой главе будут рассмотрены: общий метод анализа, основанный на использовании закона сохранения энергии, и приложение его к динамике полета самолетов и ракет. Изложение ведется с учетом возможности оптимизации основных параметров системы. Этот метод позволяет выработать требования к летательным аппаратам с ядерными двигателями. Более частные вопросы и задачи, связанные с поиском путей достижения оптимальных характеристик, рассмотрены в последующих главах.

2.1. КЛАССИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Основные соотношения. Наиболее старые законы динамики материальной точки — три закона движения, открытые Ньютоном: 1) тело, движущееся с постоянной скоростью в свободном пространстве, будет продолжать прямолинейное движение до тех пор, пока на него не подействуют внешние силы; 2) производная количества движения $p = mv$ по времени прямо пропорциональна силе F , действующей на тело, и 3) каждая сила вызывает равную и противоположно направленную силу реакции.

Используя эти законы, можно получить известное основное уравнение движения ракеты в пустоте в момент времени t :

$$\frac{m_0}{m(t)} = \exp \frac{v(t) - v_0}{v_e}. \quad (2.1)$$

Здесь индекс 0 означает начальный момент времени, индекс e определяет скорость истечения.

При помощи этого уравнения, связывающего массу ракеты m и ее скорость v , можно найти координаты ракеты относительно начального положения при любом заданном изменении массы по времени. Например, если скорость истечения постоянна, массы ракеты будут убывать линейно по времени в соответствии с формулой

$$m(t) = m_0 \left(1 - \frac{m_p}{m_0} \cdot \frac{t}{t_b} \right),$$

где t_b — полное время работы двигателя; m_p/m_0 — отношение полной массы топлива к начальной массе ракеты.

При этих условиях из уравнения (2.1) находим

$$\frac{v(t) - v_0}{v_e} = \ln \frac{m_0}{m(t)} = \ln \left(1 - \frac{m_p}{m_0} \cdot \frac{t}{t_b} \right). \quad (2.2)$$

Если ось x расположить по направлению движения и сделать замену переменных

$$\tau = 1 - \frac{m_p}{m_0} \cdot \frac{t}{t_b},$$

то уравнение (2.2) примет вид

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -v_e \ln \tau + v_0 \quad \text{или}$$

$$dx = \frac{m_0 v_e t_b}{m_p} \left(\ln \tau - \frac{v_0}{v_e} \right) d\tau. \quad (2.3)$$

Интегрируя уравнение (2.3), получаем

$$\begin{aligned} x(t) - x_0 &= \frac{m_0 v_e t_b}{m_p} \left[\tau \ln \tau - \tau \left(1 + \frac{v_0}{v_e} \right) \right]_{\tau=1}^{\tau(t)=1-(m_p/m_0)(t/t_b)} = \\ &= \left(\frac{m_0 v_e t_b}{m_p} - v_e t \right) \left[\ln \left(1 - \frac{m_p t}{m_0 t_b} \right) \right] + (v_0 + v_e) t = \frac{v_e^2}{a_0} \times \\ &\times \left(1 - \frac{a_0 t}{v_e} \right) \left[\ln \left(1 - \frac{a_0 t}{v_e} \right) \right] + (v_0 + v_e) t, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где a_0 — начальное ускорение ракеты.

Хотя почти все задачи динамики полета можно решить при помощи уравнений Ньютона, такой путь на практике

часто оказывается сложным, поэтому желательно рассмотреть другие методы получения уравнений.

Уравнения Ньютона — векторные, поэтому задачи динамики с использованием их требуют знания сил и моментов в любой момент времени. Такая постановка задачи имеет известные преимущества, если силы не определяются из скалярных функций (потенциальных функций), но ведет к математическим трудностям, если требуется определить движение летательного аппарата при различных начальных и конечных условиях.

Все режимы полета сводятся в основном к двум случаям: первый типичен для подъемной силы и силы сопротивления ракет; эти силы сложным образом зависят от скорости ракеты, но сравнительно просто определяются из эксперимента (коэффициенты подъемной силы и сопротивления и т. п.) и, таким образом, могут быть определены для любых условий полета; второй больше подходит для анализа баллистического полета и движения космических тел в центральном поле тяготения; при этом можно ввести дополнительное условие на движение, требующее минимума времени перелета между двумя точками или максимума среднего ускорения во время полета.

Очевидно, второй случай, включающий движение между произвольно выбранными точками по неизвестной заранее траектории, трудно анализировать с помощью законов Ньютона, так как без указания траектории полета нельзя определить и действующие силы. Такие задачи наиболее успешно решаются при помощи уравнений движения, выведенных на основании вариационного принципа, требующего обращения в максимум или минимум интеграла от некоторой скалярной функции, определенной траекторией полета. В качестве такой скалярной функции берется функция Лагранжа L , определяемая равенством

$$L = T - V, \quad (2.5)$$

где T — кинетическая энергия системы в функции соответствующих координат и скоростей; V — общая потенциальная энергия. (Ограничиваясь вначале рассмотрением лишь консервативных систем, потенциальную энергию будем считать функцией только координат.)

Вышеупомянутый вариационный принцип непосредственно вытекает из принципа Гамильтона, который утверждает, что движение системы от момента времени t_1 до момента времени t_2 должно быть таким, чтобы интеграл

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L dt \quad (2.6)$$

принимал экстремальное значение. Вариационный принцип в этой форме можно записать в виде

$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0, \quad (2.7)$$

где символ δ означает такую вариацию траектории динамической системы относительно экстремального значения, при которой конечные точки траектории не меняются. Этот вид вариации ясно иллюстрируется рис. 2.1, где показано одно-

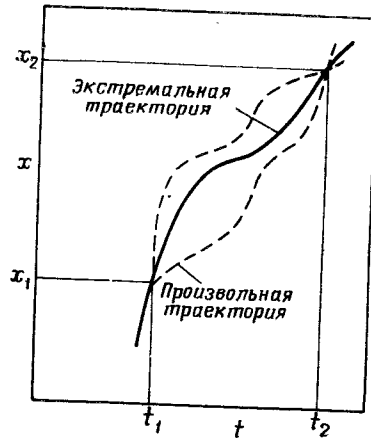


Рис. 2.1. Плоское движение

мерное движение точки в функции времени. Пусть сплошная кривая означает экстремальную траекторию, которую требуется найти для движения частицы из точки x_1 в точку x_2 за время от t_1 до t_2 . Пусть, далее, уравнение этой траектории есть $x(t)$. Тогда можно получить другую, не экстремальную траекторию, прибавляя произвольную функцию $w(t)$ к $x(t)$, исчезающую на концах (x_1, t_1) и (x_2, t_2) , и можно написать

$$x(t, \alpha) = x(t, 0) + \alpha w(t), \quad (2.8)$$

где α — произвольный параметр.

Это уравнение любой траектории между конечными точками показано пунктирными линиями на рис. 2.1. Очевидно, при $\alpha=0$ зависимость $x(t, \alpha)$ становится уравнением экстремальной траектории $x(t, 0)$.

Для рассматриваемого одномерного движения системы необходимо кинетическую энергию записать в функции положения и скорости вдоль оси x или $T=T(x, \dot{x})$, а потенциальную энергию — в функции лишь положения $V=V(x)$. Таким образом, функция Лагранжа равна

$$L = L(x, \dot{x}; t) = L[x(t, \alpha), \dot{x}(t, \alpha); t], \quad (2.9)$$

где точка означает производную по времени ($\dot{x}=dx/dt$). Функция Лагранжа записана как явная функция времени, хотя зависимость от времени может быть скрыта вариацией положения по времени. Как известно из дифференциального исчисления, условием экстремума относительно одной переменной любой функции одного или нескольких переменных является равенство нулю производной от этой функции по переменной, относительно которой ищется экстремум. В рассма-

триваемом случае, где требуется найти экстремум относительно параметра α , характеризующего вид траектории, это условие принимает вид $\partial I / \partial \alpha = 0$ при $\alpha=0$. Если это условие удовлетворяется, тогда вариация $\delta I = d\alpha (\partial I / \partial \alpha)_{\alpha=0}$ будет равна нулю для любой произвольной вариации траектории $\delta x = d\alpha (\partial x / \partial \alpha)_{\alpha=0}$. При этом с учетом уравнения (2.9) имеем:

$$\delta I = \left(\frac{\partial I}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=0} d\alpha = \int_{t_1}^{t_2} dt \frac{\partial L}{\partial \alpha} d\alpha = \int_{t_1}^{t_2} dt \times \left[\frac{\partial L}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \cdot \frac{\partial \dot{x}}{\partial \alpha} \right] d\alpha. \quad (2.10)$$

Здесь дифференцировать под знаком интеграла можно, так как интегрирование производится по переменной t , которая сама не является функцией α . Желательно привести это выражение к более компактной форме, в которой переменная α в уравнении (2.10) не будет фигурировать в квадратных скобках под знаком интеграла. Для этого проинтегрируем второй член по частям в соответствии с обычным правилом

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

и получим

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} dt \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \cdot \frac{\partial \dot{x}}{\partial \alpha} d\alpha &= \int_{t_1}^{t_2} dt \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} \right) d\alpha = \\ &= \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \cdot \frac{\partial x}{\partial \alpha} \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} dt \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) \frac{\partial x}{\partial \alpha} d\alpha. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Так как предполагалось, что все траектории (т. е. траектории для всевозможных значений α) должны проходить через конечные точки (x_1, t_1) , (x_2, t_2) , то в этих точках $\partial x / \partial \alpha = 0$ (проинтегрированный член по необходимости должен быть равен нулю). Учитывая это и подставляя уравнение (2.11) в уравнение (2.10), получим

$$\delta I = \left(\frac{\partial I}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=0} d\alpha = \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) \right] \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=0} d\alpha. \quad (2.12)$$

Для того чтобы этот интеграл был равен нулю для любой произвольной вариации траектории $\delta x = d\alpha (\partial x / \partial \alpha)_{\alpha=0}$, проинтегрированное выражение должно быть тождественно

равно нулю. В результате получим уравнение Эйлера — Лагранжа движения консервативной динамической системы:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0. \quad (2.13)$$

Если повторить все выкладки от уравнения (2.9) до уравнения (2.12) для лагранжиана, который является функцией нескольких переменных $L(x_i, \dot{x}_i; t)$; $i=1, 2, 3 \dots$ (для $i=1, 2, 3$; $x_1=x$; $x_2=y$; $x_3=z$), можно показать, что уравнение (2.13) справедливо для каждой переменной x_i . Например, для массы, движущейся в трехмерном пространстве x, y и z под влиянием потенциала $V(x, y, z)$, кинетическая энергия запишется в виде

$$T = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2),$$

а лагранжиан имеет вид

$$L = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - V(x, y, z).$$

(Заметим, что время t не входит явно.)

Используя уравнение (2.13) для каждой координаты, получим три уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial x} = F_x; & \frac{dp_y}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial y} = F_y; \\ \frac{dp_z}{dt} &= -\frac{\partial V}{\partial z} = F_z, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где $p = mv$ означает момент количества движения, а сила F определяется как отрицательный градиент потенциальной функции. Полученные уравнения (2.14) являются уравнениями Ньютона.

Главное преимущество использованного метода заключается в том, что для описания движения системы необходимо знать лишь две функции T и V , в то время как при применении уравнений Ньютона необходимо знать все силы, действующие во время движения системы. Формализм Лагранжа может быть распространен на случай неконсервативных сил (т. е. сил, которые не получаются из скалярной потенциальной функции). В качестве примера можно привести тягу ракеты или диссипацию энергии вследствие сопротивления воздуха. Приведем соответствующую формулу без вывода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = R_i. \quad (2.15)$$

Здесь R_i — i -я компонента неконсервативных сил. При заданных выше условиях выведем уравнение движения ракеты непосредственно из уравнения (2.15), принимая

$$T = (m/2) \dot{x}^2, \quad V = 0; \quad R_i = R_x = (\dot{x} - v_e) dm/dt.$$

[из правой части уравнения (2.4)].

Таким образом, $L = (m/2) \dot{x}^2$, и из уравнения (2.15) получаем

$$\frac{d}{dt} (m\dot{x}) = (\dot{x} - v_e) \frac{dm}{dt}$$

или, заменяя $\dot{x} = v$, имеем широко известное уравнение

$$m \frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dm}{dt}. \quad (2.16)$$

Другое преимущество метода Лагранжа, как уже отмечалось, заключается в возможности учитывать произвольные интегральные ограничения при помощи множителей Лагранжа. Предположим, что уравнения ограничения движения системы имеют вид $f(x_i, t) = 0$, $i=1, 2, 3 \dots$ Тогда принцип Гамильтона для определения уравнений движения с учетом ограничений можно применить к новой функции $L + \lambda f$, где λ — постоянная. В этом случае вариационный принцип математически формулируется так:

$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} (L + \lambda f) dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} \lambda f dt = 0. \quad (2.17)$$

Первый интеграл приводит к вышеприведенному уравнению Эйлера — Лагранжа (2.13), а второй интеграл дает дополнительный член

$$\sum_i \lambda \frac{\partial f}{\partial x_i}.$$

Это вытекает из того факта, что

$$\delta f = dx \frac{\partial f}{\partial x} + dt \frac{\partial f}{\partial t}.$$

Однако $dt=0$, так как в принципе Гамильтона виртуальные перемещения динамической траектории рассматриваются лишь в фиксированные моменты времени. Чтобы удовлетворилось равенство $\delta I = 0$, требуется:

$$-\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) + \lambda \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0 \text{ (или } R_i). \quad (2.18)$$

Хотя в задачу введена новая неизвестная константа λ , задача разрешима, так как имеется дополнительное уравнение

$f(x_i, t) = 0$. Дополнительные уравнения ограничений $f_1 = 0$, $f_2 = 0$ и т. д. дают в уравнении (2.18) дополнительные члены $\lambda_1 \partial f_1 / \partial x_i$, $\lambda_2 \partial f_2 / \partial x_i$ и т. д.

Уравнения ограничений часто не выражаются в элементарной форме $f(x_i, t) = 0$. В частности, могут появиться ограничения в виде интегралов:

$$\int_{t_1}^{t_2} g(x_i, \dot{x}_i; t) dt = \text{const.}$$

В этом случае составляем новую функцию $L + \lambda g$ и действуем, как и выше. Так как допускается зависимость g от \dot{x}_i и x_i , то функция $L + \lambda g$ должна удовлетворять уравнению Эйлера — Лагранжа (2.13) или (2.15). Если g не зависит от x_i , снова приходим к уравнению (2.18); таким образом, видим, что эти два типа ограничений эквивалентны.

В качестве примера применения множителей Лагранжа рассмотрим полет ракеты, движение которой ограничено окружностью постоянного радиуса R . В этом случае имеем $\dot{r}(r, \vartheta, t) = r - R = 0$. Лагранжиан

$$L = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 \dot{\vartheta}^2 + \dot{r}^2),$$

а вариационный принцип дает уравнения:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\vartheta}) = (r \dot{\vartheta} - v_{e\vartheta}) \frac{dm}{dt} \quad (\text{для движения по } \vartheta),$$

$$\frac{d}{dt} (m \dot{r}) - mr \dot{\vartheta}^2 - \lambda = (\dot{r} - v_{er}) \frac{dm}{dt} \quad (\text{для движения по } r). \quad (2.19)$$

Разрешая второе уравнение относительно λ , получаем

$$\lambda = v_{er} dm/dt - mr \dot{\vartheta}^2.$$

Первый член равен радиальной составляющей тяги двигателя ракеты F_r , второй член равен центробежной силе F_c , следовательно, множитель Лагранжа как раз равен ограничивающей силе, которая должна быть приложена к ракете, чтобы она двигалась по указанной окружности. Из первого уравнения имеем соотношение

$$m d(r \dot{\vartheta})/dt = -v_{e\vartheta} \frac{dm}{dt},$$

решение которого имеет вид уравнения (2.1):

$$m(t) = m_0 \exp \left[-\frac{v_r(t)}{v_{e\vartheta}} \right] \quad \text{при } v_r = r \dot{\vartheta}.$$

Хотя этот пример не представляет большого интереса для динамики самолетов и ракет, он иллюстрирует применение

множителей Лагранжа. Ограничения редко накладываются на геометрическую траекторию, чаще они выражаются в интегральной форме

$$\int_{t_1}^{t_2} g(x_i, \dot{x}_i) dt.$$

Например, такое ограничение будет иметь место, если при определении экстремалей расход топлива, дальность полета и т. д. должны быть постоянны. Если требуется найти условия, при которых интеграл от некоторой функции $Q(x_i, \dot{x}_i; t)$ обращается в экстремум, при условии что интеграл от другой функции $P(x_i, \dot{x}_i; t)$ остается постоянным, достаточно применить указанный метод множителей Лагранжа и решить получившиеся в результате дифференциальные уравнения Эйлера — Лагранжа для функции $M(x_i, \dot{x}_i; t) = Q + \lambda P$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial M}{\partial x_i} = 0 \quad \text{или } R_i \quad (\text{для неконсервативных сил}). \quad (2.20)$$

Далее будет показано, что этот метод особенно удобен при определении оптимальных условий полета с малым ускорением на большом удалении от тел — источников гравитации.

Свободный баллистический полет. Рассмотрим теперь несколько специальных случаев движения летательных аппаратов в космическом пространстве. Вначале изучим плоское движение в центральном гравитационном поле при отсутствии внешних неконсервативных сил в следующих случаях:

1) Свободный полет ракеты достаточно близок от Земли; тогда влияние гравитационных полей других тел на движение ракеты мало и им можно пренебречь.

2) Свободный полет между орбитами планет солнечной системы, при условии что начальная, промежуточная и конечная точки траектории полета удалены на достаточно большое расстояние от планет и гравитационным полем этих планет можно пренебречь по сравнению с полем Солнца.

3) Свободный полет в межзвездном пространстве вблизи какого-нибудь одного источника гравитации.

Включение более чем одного источника гравитационных сил приводит к классической проблеме многих тел, решение которой в замкнутой форме еще не получено.

Работы, посвященные этой задаче, были выполнены с помощью числовых расчетов с использованием сложных теорий возмущения для случаев, когда влияние одного тела больше, чем всех других. Эти методы все еще широко используются в настоящее время, но расчеты теперь производятся на вычислительных машинах.

Обозначим массу тела, создающего гравитационное поле, через m_g , а массу ракеты — через m_v . Кинетическая энергия всей системы равна сумме кинетической энергии центра масс и кинетической энергии отдельных масс, движущихся вокруг центра масс:

$$T = \frac{m_v + m_g}{2} \dot{R}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_v m_g}{m_v + m_g} \dot{r}^2. \quad (2.21)$$

Здесь R — радиус-вектор центра масс относительно инерциальной системы координат и r — радиус-вектор расстояния между центрами масс m_v и m_g . Член $m_v m_g / (m_v + m_g)$ называется приведенной массой и обозначается μ_v . Заметим, что μ_v стремится к m_v , когда m_g становится много больше m_v . Так как нас не интересует движение центра масс системы, первый член уравнения (2.21) в дальнейшем опустим. (Это эквивалентно приведению к системе координат, движущейся со скоростью \dot{R} относительно инерциальной системы координат.)

На основании закона всемирного тяготения Ньютона потенциальная энергия взаимодействия зависит только от расстояния между центрами масс r в соответствии с уравнением¹

$$V(r) = -\frac{G m_v m_g}{r} = -\frac{G \mu_v m_g}{r(1 - \mu_v/m_g)} = -\frac{C_1 \mu_v}{r}, \quad (2.22)$$

где C_1 определено выше, а G — гравитационная постоянная ($G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ дин} \cdot \text{см}^2/\text{г}^2$).

Объединяя уравнения (2.21) и (2.22) и учитывая, что в полярных координатах $\dot{r}^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2$, получаем функции Лагранжа:

$$L = T - V = \frac{\mu_v}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2) + \frac{C_1 \mu_v}{r}. \quad (2.23)$$

Теперь можно применить уравнение Лагранжа (2.13) по отдельности к r и ϑ и найти

$$\text{для } \vartheta: \frac{d}{dt} (\mu_v r^2 \dot{\vartheta}) = 0,$$

$$\text{для } r: \frac{d}{dt} (\mu_v r \dot{r}) - \mu_v r \dot{\vartheta}^2 + \frac{C_1 \mu_v}{r} = 0. \quad (2.24)$$

Непосредственно видим, что величина $\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}} = \mu_v r^2 \dot{\vartheta}$ не меняется во времени. Обозначим эту величину p_ϑ (угловой момент системы). Для постоянного μ_v этот результат дает второй закон Кеплера движения планет: скорость изменения

¹ Знак «минус» выбран условно для согласования с выбором положительного знака для T . — Прим. автора.

площади, ометаемой радиусом-вектором орбитального тела, постоянна. Другим важным выводом является то, что момент p_ϑ является постоянным, так как координата ϑ не входит в уравнение Лагранжа (2.23) в явном виде. Следовательно,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}} \right) = 0;$$

фактически это общее свойство метода Лагранжа. Если координата не входит явно в L , то момент, соответствующий этой координате, постоянен. Для решения дифференциального уравнения (2.24) используем уравнение для ϑ , чтобы получить уравнение для r :

$$p_\vartheta = \mu_v r^2 \dot{\vartheta}, \quad \mu_v \ddot{r} - \frac{p_\vartheta^2}{\mu_v r^3} + \frac{C_1 \mu_v}{r^2} = 0. \quad (2.25)$$

Преобразовывая последнее уравнение (умножая на \dot{r} и интегрируя по времени), можно показать, что общая энергия в этой консервативной системе, определяемой уравнением

$$E = T + V = \frac{\mu_v}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2) - \frac{C_1 \mu_v}{r} = \frac{\mu_v}{2} \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{p_\vartheta^2}{\mu_v r^2} - \frac{C_1 \mu_v}{r}, \quad (2.26)$$

должна быть постоянной, т. е. $dE/dt = 0$.

Таким образом, задача сводится к решению уравнения первого порядка, что позволяет разрешить уравнение (2.26) относительно \dot{r} :

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\mu_v} \left(E + \frac{C_1 \mu_v}{r} - \frac{p_\vartheta^2}{2\mu_v r^2} \right)}. \quad (2.27)$$

Прежде чем находить r и ϑ как отдельные функции времени, найдем уравнение орбиты, т. е. найдем r как функцию ϑ , исключая время путем использования первого из уравнений (2.25)

$$p_\vartheta dt = \mu_v r^2 d\vartheta$$

и заменяя в уравнении (2.27) dt через $d\vartheta$, в результате получаем

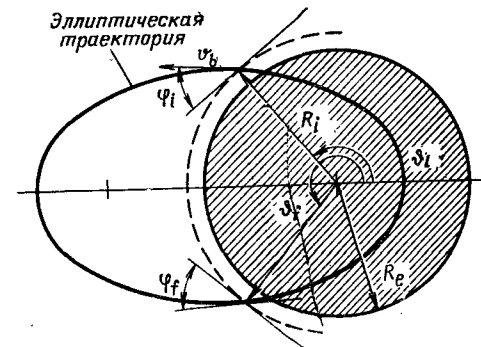
$$\int d\vartheta = \int \frac{-d\left(\frac{1}{r}\right)}{\sqrt{\frac{2\mu_v E}{p_\vartheta^2} + \frac{2C_1 \mu_v}{p_\vartheta^2} \cdot \frac{1}{r} - \left(\frac{1}{r}\right)^2}}. \quad (2.28)$$

Этот интеграл записан в стандартной форме, и результат может быть получен из таблиц. Обращение результата для

получения r в функции ϑ [а не ϑ в функции r , как в уравнении (2.28)] приводит к выражению

$$\frac{1}{r} = \frac{C_1 \mu_v^2}{p_\vartheta^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2E p_\vartheta^2}{C_1^2 \mu_v^3}} \cos \vartheta \right), \quad (2.29)$$

где ϑ измеряется относительно координатной оси, проходящей через центр ($r=0$) и перигей орбиты (ближайшая к центру точка).



Это уравнение является уравнением конического сечения с эксцентриситетом

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2E p_\vartheta^2}{C_1^2 \mu_v^3}}.$$

Эллиптические орбиты получаются в том случае, когда потенциальная энергия (отрицательная величина) в уравнении (2.26) для общей энергии является доминирующей, так что $E < 0$ и $\varepsilon < 1$. Параболическая и гиперболическая орбиты получаются соответственно при $E = 0$, $\varepsilon = 1$ и $E > 0$, $\varepsilon > 1$.

Для приложения этих уравнений орбит к случаю движения около невращающейся Земли радиуса R_e рассмотрим траекторию полета (рис. 2.2). Ракета запускается со скоростью v_b по эллиптической траектории при $r = R_i$ и $\vartheta = \vartheta_i$. Угол траектории к горизонту в момент запуска (фактически в момент достижения скорости v_b) равен φ_i и определяется с помощью уравнения (2.29) из равенства

$$\operatorname{tg} \varphi_i = \frac{1}{r} \cdot \frac{dr}{d\vartheta}, \quad (2.30)$$

при $r = R_i$ и $\vartheta = \vartheta_i$.

φ_i можно определить непосредственно из уравнения, связывающего p_ϑ и E :

$$\operatorname{tg} \varphi_i = \sqrt{\frac{2\mu_v r^2}{p_\vartheta^2} \left(E + \frac{C_1 \mu_v}{r} \right) - 1} \Big|_{r=R_i}. \quad (2.31)$$

Из симметричности уравнения орбиты (2.29) относительно ϑ ясно, что конечное значение угла φ_f равно φ_i и что

$\vartheta_f = 2\pi - \vartheta_i$. Для Земли без учета атмосферы (так что можем положить $R_i = R_e$) дальность S равна

$$S = R_e (\vartheta_f - \vartheta_i) = 2R_e (\pi - \vartheta_i). \quad (2.32)$$

Целесообразно записать уравнение орбиты (2.29) относительно скорости в конце активного участка v_b и угла запуска φ_i . Это уравнение можно получить, используя тождества

$$E = \frac{\mu_v}{2} v_b^2 - \frac{C_1 \mu_v}{R_i}, \quad (2.33)$$

$$p_\vartheta = \mu_v R_i v_b \cos \varphi_i,$$

которые справедливы лишь для невращающейся Земли. В результате преобразований получаем уравнение, выражающее ϑ_i как функцию v_b , φ_i и R_i :

$$\cos \vartheta_i = \frac{R_i v_b^2 \cos \varphi_i - C_1}{\sqrt{C_1^2 + \left(v_b^2 - \frac{2C_1}{R_i} \right) (R_i v_b \cos \varphi_i)^2}}. \quad (2.34)$$

Некоторые алгебраические преобразования приводят к более простому виду:

$$\operatorname{ctg} (\pi - \vartheta_i) = -\operatorname{ctg} \vartheta_i = \left(\frac{C_1}{R_i v_b^2 \cos^2 \varphi_i} - 1 \right) \operatorname{ctg} \varphi_i. \quad (2.35)$$

Баллистическая дальность относительно невращающейся Земли без учета сопротивления атмосферы на основании уравнений (2.32) и (2.35) может быть записана так:

$$S = 2R_e \operatorname{arccctg} \left\{ \left[\frac{Gm_g}{(1 - \mu_v/m_g) R_e v_b^2 \cos^2 \varphi_i} - 1 \right] \operatorname{ctg} \varphi_i \right\}. \quad (2.36)$$

Здесь C_1 заменена своим эквивалентом из уравнения (2.22). Рассматривая уравнение (2.36), можно заметить, что, когда φ_i стремится к 0 или $\pi/2$, дальность S стремится к 0 и, следовательно, существует оптимальное значение угла запуска φ_i , которое обеспечивает максимальную дальность для заданной скорости в конце активного участка. Первый случай ($\varphi_i = 0$) соответствует горизонтальному запуску с последующим полетом вдоль окружности радиуса R_i , так что при каждом обращении снарядный аппарат проходит через точку запуска. Во втором случае ($\varphi_i = \pi/2$) ракета запускается вертикально и возвращается в точку запуска по вертикальной траектории. При нашем допущении, что Земля не вращается, дальность полета относительно Земли в этом случае равна 0. Если необходимо учесть вращение Земли, нужно добавить член $p_\vartheta' = \mu_v \omega_e R_e^2 \cos^2 \varphi$ (где ω_e — угловая скорость вращения Земли и φ — долгота точки запуска) к выражению (2.33)

для момента p_θ и снова разрешить относительно θ_i , как в уравнениях (2.34) и (2.35). Однако теперь простое уравнение дальности (2.32) уже не выполняется, так как Земля вращается относительно траектории космического аппарата. Для определения конечной точки баллистической траектории необходимо указать направление вектора скорости конца активного участка v_b по отношению к местной горизонтальной плоскости (как для φ_i), а также указать угол между плоскостью, содержащей вектор v_b , центром Земли и полярной осью Земли. Из основной теоремы динамики точки все свободные движения в центральном поле сил плоские; отсюда движение ракеты и в этом случае можно рассматривать как двухмерное (координаты r и θ), хотя здесь угол θ должен измеряться в плоскости орбиты, а не относительно полярной оси. Для окончательного решения задачи необходимо определить траекторию или уравнения орбиты как явные функции времени [найти $r=r(t)$, $\theta=\theta(t)$], чтобы определить время полета t_f и, следовательно, иметь возможность вычислить угол $\omega_e t_f$, на который повернется Земля за время полета ракеты.

Из этого краткого описания задачи ясно, что решения для вращающейся Земли сложны. Наиболее важной физической особенностью, которая появляется в решении, является возможность несколько уменьшить необходимую скорость в конце активного участка за счет выбора такой ориентации начальной орбитальной плоскости, чтобы максимально использовать угловой кинетический момент p_θ' , возникающий за счет вращения Земли. При запуске в экваториальной плоскости в восточном направлении этот эффект эквивалентен прибавлению 500 м/сек к дополнительной скорости ракеты. Оставим дальнейшее рассмотрение этого вопроса и исследуем влияние параметров v_b и φ_i на дальность полета ракеты S .

Для определения оптимального угла наклона продифференцируем уравнение (2.36) и решим уравнение $\frac{dS}{d\varphi} = 0$ относительно φ . В результате получим

$$\varphi_{opt} = \arctg \sqrt{1 - \frac{(1 - \mu_v m_g) R_e v_b^2}{G m_g}}. \quad (2.37)$$

Если подставить это выражение для φ_i в уравнение (2.36), то максимально возможную баллистическую дальность для любой скорости в конце активного участка приближенно можно найти по формуле

$$S_m = 2R_e \operatorname{arccctg} \left\{ \frac{2Gm_g}{(1 - \mu_v/m_g) v_b^2 R_e} \left[1 - \frac{(1 - \mu_v/m_g) v_b^2 R_e}{Gm_g} \right]^{1/2} \right\}. \quad (2.38)$$

Если опустить член $1 - \mu_v/m_g$ как пренебрежимо малый по сравнению с единицей для всех практических значений μ_v и воспользоваться тем фактом, что ускорение силы тяжести на уровне моря равно $g_0 = Gm_g/R_e^2$, уравнения (2.36), (2.37) и (2.38) можно привести к виду:

$$S = 2R_e \operatorname{arccctg} \left\{ \left[\frac{g_0 R_e}{(v_b \cos \varphi_i)^2} - 1 \right] \operatorname{ctg} \varphi_i \right\}; \quad (2.39, a)$$

$$\varphi_{opt} = \arctg \sqrt{1 - \frac{v_b^2}{g_0 R_e}}; \quad (2.39, b)$$

$$S_m = 2R_e \operatorname{arccctg} \left(\frac{2g_0 R_e}{v_b^2} \sqrt{1 - \frac{v_b^2}{g_0 R_e}} \right). \quad (2.39, c)$$

Последние два из этих уравнений графически выражены на рис. 2.3 и 2.4. По осям координат отложены безразмерные

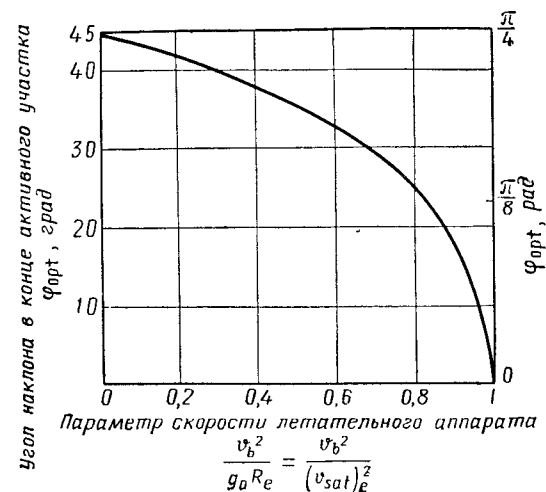


Рис. 2.3. Оптимальный угол наклона в конце активного участка, соответствующий максимальной дальности полета

величины, чтобы результаты были приложимы к оценке дальности полета ракеты относительно произвольных сферических небесных тел. Наиболее интересным фактом, вытекающим из анализа этих графиков, является чувствительность дальности к изменению скорости в конце активного участка в области высоких скоростей и больших дальностей. Поэтому, если требуется высокая точность по дальности полета ракет дальнего действия, необходимо обеспечить исключительно высокую точность управления скоростью в конце активного участка.

Орбитальный полет и межпланетные перелеты. Рассмотрим характеристики и условия устойчивого полета по замкнутой орбите вокруг тела, создающего гравитацию. Для описания движения спутников большое значение имеют уравнения орбит (2.29) и (2.34) вместе с тождеством (2.33). Важным общим случаем, представляющим наибольший интерес, является запуск спутника на орбиту радиуса $R_l > R_e$ с помощью ракеты, вектор скорости которой в конце активного участка касателен орбите, а не местной горизонтальной плоскости ($\varphi_i \neq 0^\circ$). Для этого случая можно использовать уравнения

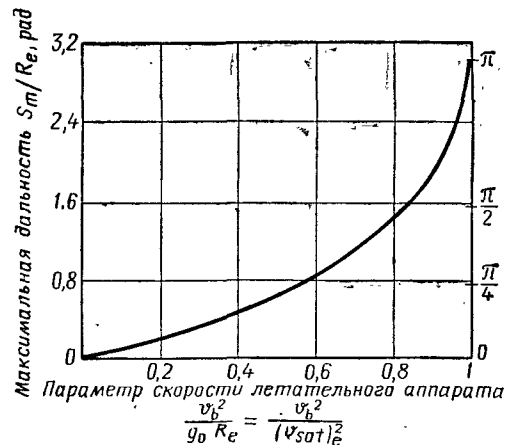


Рис. 2.4. Максимальная дальность баллистического полета относительно невращающихся сферических тел

(2.29) и (2.33), чтобы найти соотношения между скоростью в конце активного участка, углом наклона траектории и минимальным радиусом орбиты в виде

$$\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{1 + \sqrt{1 + 2Ep_g^2/C_1^2 \mu_v^3}}{1 - \sqrt{1 + 2Ep_g^2/C_1^2 \mu_v^3}} = \frac{1 + \sqrt{1 + (Z^2 - 2Z) \cos^2 \varphi_i}}{1 - \sqrt{1 + (Z^2 - 2Z) \cos^2 \varphi_i}}, \quad (2.40)$$

где $1 - \mu_v/m_g$ заменено единицей и положено $g_0 = Gm_g/R_e^2$ и $Z = v_b^2 R_l / g_0 R_e^2$. Для вычислений по этой формуле необходимо определить φ_i из уравнения (2.31) при заданных значениях v_b и R_l . Для частного случая горизонтального запуска на орбиту ($\varphi_i = 0$) уравнение (2.40) дает отношение радиусов любой эллиптической орбиты:

$$\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{1 \pm (1 - Z)}{1 \mp (1 - Z)}. \quad (2.41)$$

Эта формула дает соотношение между радиусом орбиты и скоростью ракеты v_b в точках возврата эллиптической орбиты

вокруг сферического тела радиуса R_e при ускорении силы тяжести g_0 .

Скорость v_b — это требуемая скорость для запуска на эллиптическую орбиту из точек радиуса $R_l = R_{\min}$ (в формуле — нижний знак) или $R_l = R_{\max}$ (верхний знак) вокруг тела радиуса R_e . Два случая представляют особый интерес: выход из поля тяжести и круговая орбита. Для определения условий выхода из поля тяжести положим $R_{\max} = \infty$, следовательно, $R_{\max}/R_{\min} = \infty$. Из уравнения (2.41) видно, что этому случаю соответствует $Z = v_b^2 R_l / g_0 R_e^2 = 2$.

Отсюда получаем, что скорость ухода ракеты по параболической траектории равна

$$v_{b_{esc}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_e^2}{R_l}} = \sqrt{\frac{2Gm_g}{R_l}} \equiv v_{esc}. \quad (2.42)$$

С помощью этой формулы можно вычислить скорость ухода с поверхности любого гравитационного тела, если считать R_l равным радиусу поверхности тела. Для круговой орбиты необходимо положить $R_{\min} = R_{\max} = R_l$. Из уравнения (2.41) следует, что при этом должно быть выполнено условие $Z = v_b^2 R_l / g_0 R_e^2 = 1$, из которого определяется скорость орбитального полета спутника:

$$v_{b_{sat}} = \sqrt{\frac{g_0 R_e^2}{R_l}} = \sqrt{\frac{Gm_g}{R_l}} = \frac{v_{b_{esc}}}{\sqrt{2}} \equiv v_{sat}. \quad (2.43)$$

Соотношения (2.42) и (2.43) могут быть выведены также непосредственно из закона сохранения энергии.

Хотя скорость, а значит, и кинетическая энергия спутника уменьшаются с увеличением перигея в соответствии с уравнением (2.43), общая энергия, затраченная на запуск ракеты, растет и стремится к предельной, необходимой для выхода из поля тяготения ($R_l = \infty$). Используя уравнение (2.33)

$$E = \frac{\mu_v}{2} v_b^2 - \frac{C_2 \mu_v}{R_l}$$

и уравнение (2.43), получим

$$E_{sat} = -\frac{\mu_v}{2} v_b^2 = -\frac{\mu_v g_0 R_e^2}{2R_l}. \quad (2.44)$$

Знак «минус» получается вследствие такого определения энергии: E равно нулю при R_l , равном бесконечности. [Это становится ясным, если подставить уравнение (2.42) в уравнение (2.33).] Общая энергия спутника, движущегося по орбите радиуса R_l , равна сумме его кинетической энергии и разности между его потенциальными энергиями на уровнях R_l и R_e (у Земли). Эта общая энергия как раз равна

разности между потенциальной энергией на уровне R_e и энергией, выраженной уравнением (2.44), которое выведено при условии, что энергия в бесконечности равна нулю:

$$\Delta E_{sat} = \mu_0 g_0 R_e \left(1 - \frac{R_e}{2R_l}\right). \quad (2.45)$$

При изучении ограничений на орбитальное движение в свободном полете представляет интерес также уравнение для периода орбитального движения. По закону сохранения количества движения [уравнение (2.25)]

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{p_\vartheta}{2\mu_v} = \frac{dA}{dt}, \quad (2.46)$$

где dA/dt — скорость изменения площади, ометаемой орбитальным радиусом-вектором. Интегрируя по всему циклу движения с учетом того, что площадь эллипса равна $A = \pi ab$ (a — большая полуось, b — малая полуось), получаем

$$A = \oint \frac{p_\vartheta}{2\mu_v} dt = \frac{p_\vartheta \tau}{2\mu_v} = \pi ab, \quad (2.47)$$

где τ — период движения по орбите.

Из геометрии эллипсов известно, что эксцентриситет связан с полуосями соотношением $\epsilon^2 = 1 - (b/a)^2$. Следовательно, b можно исключить из уравнения (2.47) и выразить его в величинах a и ϵ . Из уравнения (2.29) видно, что эксцентриситет связан с E и p_ϑ равенством $\epsilon - 1 = 2Ep_\vartheta^2/C_{11}^2\mu_v^3$. E определяется уравнением (2.33) в зависимости от v_b . Для исключения v_b необходимо уравнение (2.40) разрешить относительно v_b в функции геометрических параметров орбиты. В случае когда спутник имеет требуемую орбитальную скорость в перигее (нижний знак в уравнении 2.41), v_b в перигее находится из уравнения (2.41):

$$\frac{v_b^2 R_{\min}}{g_0 R_e^2} = \frac{2R_{\max}}{R_{\max} + R_{\min}}. \quad (2.48)$$

Орбитальная скорость в апогее определяется из уравнения (2.48) просто путем перемены мест R_{\min} и R_{\max} .

Выполняя алгебраические преобразования, указанные выше, уравнение (2.47) для орбитального периода можно привести к виду

$$\begin{aligned} \tau &= \pi \frac{R_{\max} + R_{\min}}{R_e} \sqrt{\frac{R_{\max} + R_{\min}}{2g_0}} = \\ &= \pi \frac{(R_{\max} + R_{\min})^{3/2}}{\sqrt{2Gm_g}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} \left(\frac{R_{\max} + R_{\min}}{2R_e}\right)^{3/2}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Здесь, как и выше, считается $\mu_v \ll m_g$.

При записи последнего уравнения масса гравитационного тела заменена величиной $m_g = \frac{4}{3}\pi R_e^3 \rho$, где ρ — средняя плотность планеты. На рис. 2.5 показана зависимость орби-

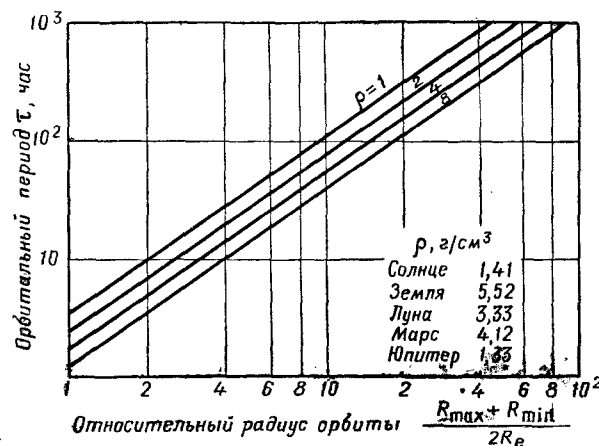


Рис. 2.5. Периоды орбит спутника вокруг гравитационных тел с разными средними плотностями

тальных периодов от отношения среднего радиуса орбиты к радиусу планеты и от средней плотности планеты ρ .

Выведенные уравнения орбит в центральном силовом поле приложимы также и к полету ракет в поле Солнца или других гравитационных источников. Для приложений к межпланетным полетам особый интерес представляют соотношения между начальными и конечными скоростями и положениями, а также время полета по различным орбитальным траекториям.

При переходе с одной орбиты радиуса R_i на другую радиуса R_0 можно рассматривать различные, возможные с точки зрения динамики орбитальные траектории, подобные указанным на рис. 2.6. На этом рисунке траекторией минимальной энергии является траектория C . Время перехода с орбиты R_i на орбиту R_0 по траекториям A и B меньше, чем по траектории C , но потребная энергия ракеты

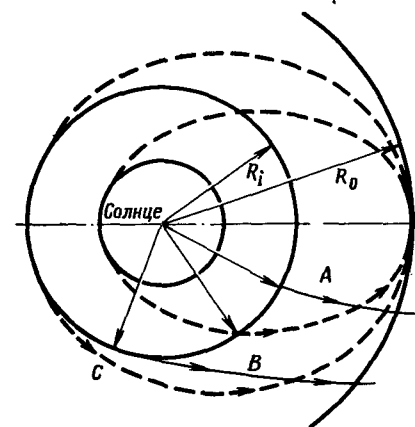


Рис. 2.6. Орбитальные траектории межпланетных перелетов

Приращения скорости перехода и время перехода при перелетах с Земли на планеты

Планеты	Орбитальный радиус, астрономические единицы	Вылет Δv_{trans}^+ м/сек	Прибытие Δv_{trans}^- м/сек	Время перелета, t_{trans} год
Меркурий	0,31 0,47	12 400 7 200	10 500 5 900	0,265 0,314
Венера	0,725*	2 800	3 930	0,400
Марс	1,38 1,66	2 500 2 700	2 060 3 100	0,648 0,763
Юпитер	5,20*	8 700	5 550	2,730
Сатурн	9,50*	10 000	5 450	6,000
Плутон	29,70 49,30	11 500 11 800	4 060 3 360	29,900 63,000

* Выражено в величинах средних орбитальных радиусов.

для перехода по этим траекториям больше, чем по траектории *C*. Траектория *C* (хорошо известная орбита Хомана) является единственной баллистической траекторией, касательной к общим траекториям с радиусов R_i и R_0 . Траектория *B* касается лишь одной из двух орбит, а траектория *A* не является касательной ни к одной из орбит. Направленность означает, что в конце переходной орбиты необходимо использовать маневренный полет с затратой энергии на погашение или увеличение кинетической энергии радиального движения и обеспечение требуемого углового кинетического момента системы для устойчивого орбитального движения вокруг Солнца с радиусом R_i или R_0 .

Решая уравнение (2.29) относительно v_b как функции R_i с использованием уравнений (2.31) и (2.33) для φ_i , E и p_b соответственно, получаем соотношение между радиусами орбит и скоростью в конце активного участка. Здесь p_b — угловой кинетический момент относительно Солнца, а наша координатная система имеет начало в центре Солнца. В простейшем случае изменение скорости перехода Δv_{trans} , которая требуется для орбиты типа *C*, касающейся круговых орбит R_i и R_0 , равно разности между скоростью на орбите перехода к точке запуска v_h и скоростью на устойчивой круговой орбите перед запуском v_i . Используя уравнения (2.43) и (2.48), находим требуемые изменения скорости

$$\Delta v_{trans}^+ = \sqrt{\frac{Gm_s}{R_i}} \left(\sqrt{\frac{2R_0}{R_0 + R_i}} - 1 \right) \quad (2.50, a)$$

для запуска с орбиты радиуса R_i и

$$\Delta v_{trans}^- = \sqrt{\frac{Gm_s}{R_0}} \left(\sqrt{\frac{2R_i}{R_0 + R_i}} - 1 \right) \quad (2.50, б)$$

для запуска с орбиты радиуса R_0 .

Здесь m_s — масса Солнца, а G — гравитационная постоянная. Так как траектория орбиты *C* имеет точки возврата в точках запуска и в точке орбитального радиуса-вектора планеты-цели, время перехода t_{trans} можно определить непосредственно из уравнения (2.49) как половину орбитального периода τ :

$$t_{trans} = \frac{\pi}{2} \frac{(R_0 + R_i)^{3/2}}{\sqrt{2Gm_s}}. \quad (2.51)$$

При выводе уравнений (2.50) и (2.51) $g_0 R_e^2$ заменено на m_g при $m_g = m_s$. В табл. 2.1 приведены приращения скорости перехода и время перехода между разными круговыми орбитами, которые аппроксимируют планетные орбиты нашей солнечной системы. Приведенные величины получены на основании уравнений для хомановских орбит (траектория *C*).

Допущение, что планеты имеют круговые орбиты, не является грубым, за исключением Плутона, орбита которого имеет большой эксцентриситет и наклон к плоскости эклиптики.

Если требуется определить время перехода и скорость, потребные для более быстрых переходов (траектория *A* или *B*), необходимо решить уравнения орбитального движения, которые включают время и конечные (т. е. ненулевые) значения углов φ_i и ϑ_i .

Точное решение этой задачи чрезвычайно сложно, а результаты некоторых вычислений, выполненных для этих «быстрых» траекторий полета к «внешним» относительно Земли планетам солнечной системы, показаны на рис. 2.7. Интересно отметить, как сильно уменьшается время перелета при сравнительно небольшом увеличении скорости в конце активного участка.

При рассмотрении перелета от одной планеты к другой недостаточно рассматривать лишь свободные орбиты между радиусами планетных орбит, как это делалось раньше. Необходимо также учитывать влияние условий запуска и самих планет-целей на потребную для космического корабля скорость. Как и раньше, рассмотрим сначала полет космического аппарата с двигателем большой тяги, работающим короткое время по сравнению со временем перехода. При этих условиях космический аппарат можно рассматривать как баллистическое тело точечной массы, подверженное действию импульсных сил, обеспечивающих требуемое изменение скорости.

Если космический аппарат движется по траектории минимальной энергии, он достигнет орбитального расстояния «внешней» планеты при орбитальной скорости и угловом кинетическом моменте, недостаточных для движения его по новой орбите. И наоборот, при движении к «внутренней» планете орбитальная скорость космического аппарата будет больше, чем скорость планеты-цели, и он возвратится на исходную орбиту. В любом случае, для того чтобы космический аппарат остался на новой планетной орбите, необходимо изменить его скорость. Для траекторий более быстрого пере-

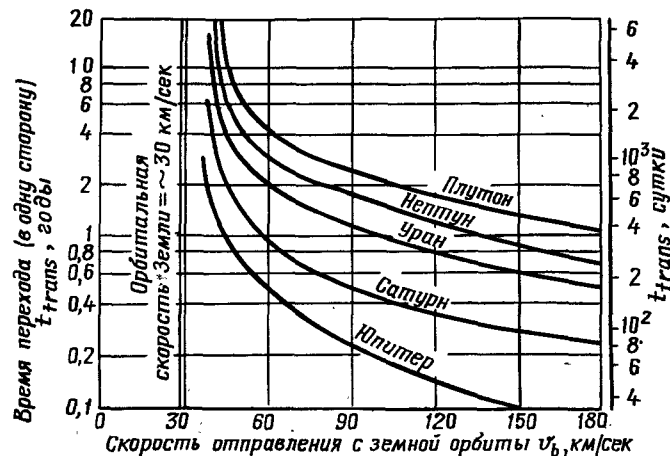


Рис. 2.7. Время перелета к орбитам планет в зависимости от скорости v_b

хода положение аналогично, и в общем случае требуется большее изменение скорости для достижения необходимых скоростей на орбите планеты-цели. Однако в некоторых задачах можно использовать встречу с планетой-целью (гравитационное «столкновение»), изменив вектор конечной скорости так, чтобы для орбит с быстрым переходом требовалось даже меньшее изменение скорости, чем для медленных (хомановских) орбит. Соответствующее изменение скорости для хомановских орбит в точности равно разности скоростей в афелии на переходной орбите и на круговой — орбите цели. Следовательно, такое положение аналогично случаю изменения скорости, указанному в табл. 2.1, т. е. необходимому для выхода на переходную орбиту с круговой.

Для точного определения требуемых изменений скорости космического аппарата при заданном переходе необходимо дважды решать задачу движения трех тел, а следовательно, пока точного решения для межпланетных перелетов не существует. Однако общее изменение скорости Δv_{tot} , необходимое

для любого перелета, приближенно можно определить как сумму изменений скорости Δv_i при отправлении и скорости Δv_f при торможении в конце полета. Изменение скорости Δv_f в конце полета можно определить как корень квадратный из суммы квадратов скорости ухода из поля тяготения планеты-цели (или с орбиты спутника планеты-цели) v_{esc_f} и изменения скорости Δv_m , требуемого для согласования скорости ракеты с орбитальной скоростью планеты. Аналогично изменение скорости при отправлении равно корню квадратному из суммы квадратов изменения орбитальной скорости при запуске [уравнение (2.50) и табл. 2.2] и скорости ухода v_{esc_i} из поля тяготения планеты, с которой производится запуск (или с орбиты спутника).

Заметим, что орбитальную скорость спутника можно использовать как часть потребной начальной скорости, если запуск производится с орбиты спутника. Использование средних квадратичных значений скорости допустимо лишь в случае, если время запуска и время перехода с траектории перелета на орбиту планеты-цели малы по сравнению со всем временем перелета. Эти условия выполняются достаточно точно для аппаратов с большой тягой, т. е. для $F/m_0 \gg 10^{-1}$. Если это условие не выполняется, как в случае длительных полетов аппаратов с малой тягой (например, ракет с ионными двигателями) при $F/m_0 \ll 10^{-2}$, то указанную выше аппроксимацию изменения скорости сделать нельзя; в этом случае необходимо учитывать конечное время полета в гравитационном поле Солнца. В качестве грубого приближения общую потребную скорость можно положить равной сумме составляющих скоростей. Так как сумма двух положительных чисел всегда больше корня квадратного из суммы их квадратов, то Δv_{tot} для аппаратов с большой тягой меньше, чем для аппаратов с малой тягой. Итак, общие потребные скорости приближенно равны:

$$\Delta v_{tot} = \sqrt{v_{esc_i}^2 + \Delta v_{trans}^2} + \sqrt{\Delta v_m^2 + v_{esc_f}^2} \quad F/m_0 \gg 10^{-1}; \quad (2.52)$$

$$\Delta v_{tot} \approx \underbrace{\Delta v_i}_{v_{esc_i} + \Delta v_{trans}} + \underbrace{\Delta v_f}_{\Delta v_m + v_{esc_f}} \quad F/m_0 \ll 10^{-2}.$$

Здесь в качестве подбираемого изменения скорости Δv_m необходимо брать изменение скорости перелета Δv_{trans} , связанное с переходом на конечную орбиту. Если изменение скорости перелета при запуске равно Δv_{trans}^+ (т. е. если вначале аппарат находится на внешней орбите), то Δv_m должно быть равно Δv_{trans}^- у планеты-цели, и наоборот. Аналогично для

запуска с поверхности планеты и для посадки на нее необходимая скорость равна $v_{esc, f} = v_{esc}$; для ухода с орбиты или выхода на нее $v_{esc, f} = v_{esc} - v_{sat} = (\sqrt{2} - 1) v_{sat, f}$.

2.2. ВНЕШНЯЯ БАЛЛИСТИКА НЕКОНСЕРВАТИВНЫХ СИСТЕМ

Большое ускорение, конечное время активного участка, силы сопротивления. При исследовании динамики полета аппаратов с ядерными двигателями представляют интерес три весьма различные задачи движения под действием тяги, а именно:

- 1) полет в атмосфере планет и в поле тяготения при сравнительно больших абсолютных ускорениях;
- 2) полет в вакууме в гравитационном поле при очень малых абсолютных ускорениях;
- 3) квазистационарный полет самолетов с ядерным двигателем в атмосфере планет при действии подъемной силы и силы сопротивления.

Вторая задача представляет интерес для сравнения со свободным баллистическим полетом между орбитами, рассмотренным выше. При исследовании таких полетов применяются вариационные методы и уравнения Лагранжа, выведенные выше. Силы гравитации и силы сопротивления в первой задаче можно учесть, применяя законы Ньютона или уравнения Лагранжа. Были использованы оба метода. Однако при исследовании динамики полета самолета (третья задача) лучше использовать законы Ньютона, так как диссипативные силы непосредственно не выводятся из скалярных потенциальных функций.

Вначале рассмотрим полет с большим ускорением в гравитационном поле Земли без учета аэродинамических сил. В этом случае используем функцию Лагранжа в форме уравнения (2.23). Подставив ее в уравнение Лагранжа (2.15), получим уравнения движения в дифференциальной форме, аналогичные уравнениям (2.24), выведенным для свободного баллистического полета.

В рассматриваемой задаче имеем:

$$\text{для } \vartheta: \frac{d}{dt} (\mu r_2 \dot{\vartheta}) = R_{\vartheta};$$

$$\text{для } r: \frac{d}{dt} (\mu \dot{r}) - \mu r \dot{\vartheta}^2 + \frac{C_1 \mu}{r^2} = R_r, \quad (2.53)$$

где μ означает мгновенную массу ракеты (другие обозначения были введены выше). Обобщенная сила R в уравнениях (2.53) определяется на основании второго закона Ньютона: $F = dp/dt$ и рассматривается в инерциальной системе отсчета

с началом в центре масс системы Земля — летательный аппарат; составляющие этой силы равны

$$R_{\vartheta} = r (\dot{r} - v_e) \dot{\vartheta} \frac{d\mu}{dt} = r [r \dot{\vartheta} - v_e \cos(\varphi + \psi)] \frac{d\mu}{dt};$$

$$R_r = (\dot{r} - v_e) \dot{r} \frac{d\mu}{dt} = [\dot{r} - v_e \sin(\varphi + \psi)] \frac{d\mu}{dt}, \quad (2.54)$$

где \dot{r} и $\dot{\vartheta}$ — единичные векторы направлений r и ϑ соответственно; \dot{r} — вектор скорости аппарата; $|\dot{r}|^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2$; ψ — угол между вектором тяги и вектором скорости аппарата, как показано на рис. 2.8; φ — угол наклона траектории полета относительно местной горизонтальной. Предполагается, что направление тяги проходит через центр масс аппарата и, таким образом, вращающих моментов, действующих на него, нет. Используя выражения для обобщенных сил R_i уравнения (2.53), можно записать:

$$\begin{aligned} \text{для } \vartheta: \mu r \frac{d\dot{\vartheta}}{dt} + 2\mu \dot{r} \dot{\vartheta} &= \\ &= -v_e \cos(\varphi + \psi) \frac{d\mu}{dt} = F_{\vartheta}; \quad (2.55) \\ \text{для } r: \mu \frac{dr}{dt} - \mu r \dot{\vartheta}^2 + \frac{C_1 \mu}{r^2} &= \\ &= -v_e \sin(\varphi + \psi) \frac{d\mu}{dt} = F_r. \end{aligned}$$

Используя геометрическое соотношение $\dot{\vartheta} = (\dot{r}/r) \operatorname{ctg} \varphi$, можно исключить $\dot{\vartheta}$ из уравнений (2.55). В результате получаем:

$$\mu \operatorname{ctg} \varphi \left(\frac{dr}{dt} + \frac{\dot{r}^2}{r} \right) - \frac{\mu r \dot{\varphi}}{\sin^2 \varphi} = -v_e \cos(\varphi + \psi) \frac{d\mu}{dt}; \quad (2.56)$$

$$\mu \frac{dr}{dt} - \mu \frac{\dot{r}^2}{r} \operatorname{ctg}^2 \varphi + \frac{C_1 \mu}{r^2} = -v_e \sin(\varphi + \psi) \frac{d\mu}{dt}.$$

Эти уравнения нелинейные, так как включают произведения первых производных (\dot{r}^2 , $\dot{r}\dot{\varphi}$) и аналитически не интегрируются.

Рассмотрим частный случай вертикального полета с тягой, которая всегда направлена по касательной к траектории

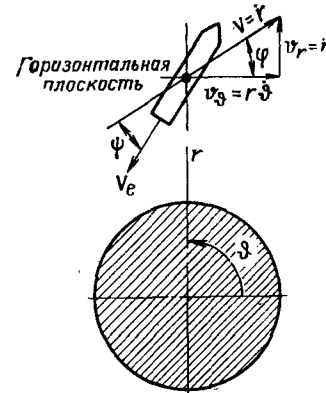


Рис. 2.8. Координатная система для анализа с помощью уравнений Лагранжа полета ракеты в гравитационном поле

полета. Для этого случая $\varphi = \pi/2$ и $\varphi = 0$. Тогда первое из уравнений исчезает, а второе принимает вид

$$\mu \frac{dr}{dt} + \mu \frac{C_1}{r^2} = -v_e \frac{d\mu}{dt}.$$

Далее, если предположить, что космический аппарат запускается с поверхности Земли и что изменение r за время полета достаточно мало по сравнению с радиусом Земли, так что можно пренебречь им, и если считать, что $C_1 \approx Gm_g = g_0 R_e^2$, то уравнение относительно r можно свести к следующему:

$$\begin{aligned} \mu \frac{dr}{dt} + \mu g_0 &= -v_e \frac{d\mu}{dt} = \\ &= \mu \frac{d}{dt} (r + g_0 t). \end{aligned} \quad (2.57)$$

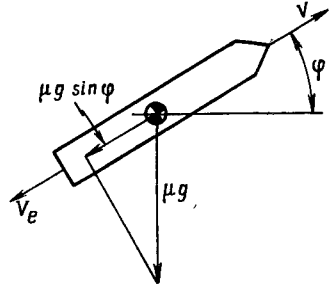


Рис. 2.9. Схема действующих сил для анализа движения ракеты с помощью уравнений Ньютона

Непосредственное интегрирование этого уравнения в интервале времени активного полета t_b дает приближенное уравнение для относительной массы аппарата при вертикальном полете в поле тяготения:

$$\frac{m_0}{m_b} = \exp \frac{v_b - v_0 + \bar{g} t_b}{v_e}, \quad (2.58)$$

где результат упрощен заменой g_0 осредненным по времени ускорением силы тяжести

$$\bar{g} = \frac{1}{t_b} \int_0^{t_b} g(t) dt.$$

Начальные условия в уравнении (2.58) обозначены индексом 0, конечные — индексом b , масса ракеты обозначена $\mu = m$.

Случай движения ракеты под углом, отличным от $\pi/2$, исследуется проще в рамках механики Ньютона. Если рассмотреть силы, которые действуют на аппарат, движущийся под постоянным углом θ к горизонту, как показано на рис. 2.9, и применить законы Ньютона, то можно написать следующее приближенное уравнение движения:

$$\frac{d}{dt} (v + t g \sin \theta) = -\frac{v_e}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{dt}, \quad (2.59)$$

интегрируя которое, получаем

$$\frac{m_0}{m_b} = \exp \frac{v_b - v_0 + t_b \overline{g \sin \theta}}{v_e}, \quad (2.60)$$

где $\overline{g \sin \theta}$ — снова осредненное по времени значение.

Как было отмечено при выводе уравнения (2.1), тяга в системе координат, связанной с аппаратом, равна члену $-v_e d\mu/dt$ в уравнениях (2.57) и (2.59). Она равна силе, которую можно измерить, установив ракету на испытательный стенд. Эта тяга называется эффективной. Слово «эффективная» означает, что соответствующая такой тяге скорость истечения газов v_e не равна истинной скорости, а учитывает силы, появляющиеся за счет разности давлений на срезе сопла и наружного¹.

Различные определения тяги, удельного импульса и т. д. приведены в гл. 3. Для дальнейшего использования приведем здесь лишь формулу для вычисления эффективного удельного импульса:

$$I_{sp_e} = \frac{1}{g_0 t_b} \int_0^{t_b} \left| \frac{F_e}{d\mu/dt} \right| dt = \frac{1}{g_0 t_b} \int_0^{t_b} v_e(t) dt, \quad (2.61, a)$$

где g_0 — коэффициент перехода от силы к массе.

Если эффективную скорость определить как

$$v_{e_{эфф}} = \frac{1}{t_b} \int_0^{t_b} v_e(t) dt,$$

то уравнение (2.61, a) можно записать в обычном виде

$$I_{sp_e} = \frac{v_e}{g_0}, \quad (2.61, б)$$

где индекс «эфф» при v_e опущен.

Из уравнений (2.56), (2.57) и (2.59) видно, что движение ракеты описывается формулой вида $\sum F_i = \mu a$, где a и μ — значения ускорения и массы ракеты соответственно. Эта формула справедлива лишь в случае, если силы, действующие на ракету, рассматриваются в связанной с ней системе координат. Такой силой является аэродинамическое сопротивление D , и его можно непосредственно включить в уравнение (2.59):

$$\mu \frac{d}{dt} (v + t g \sin \theta) = F_e - D = -v_e (1 - \mathcal{L}) \frac{d\mu}{dt}, \quad (2.62)$$

где \mathcal{L} обозначает отношение аэродинамического сопротивления к тяге двигателя ракеты. Если \mathcal{L} мало по сравнению

¹ Более подробно об этом см. гл. 3, раздел 3.3. — Прим. автора.

с единиц, то его в первом приближении можно заменить осредненным по времени значением

$$\bar{\mathcal{L}} = \frac{1}{t_b} \int_0^{t_b} \mathcal{L}(t) dt$$

и тогда, проинтегрировав уравнение (2.62), получим

$$\frac{m_0}{m_b} = \exp \frac{v_b - v_0 + t_b \overline{g \sin \theta}}{v_e (1 - \bar{\mathcal{L}})}. \quad (2.63)$$

В эту формулу необходимо внести две поправки. Первая связана с тем, что эффективная скорость при истечении газов в атмосферу ниже скорости истечения в вакуум. Для рассматриваемых здесь летательных аппаратов эта поправка будет незначительной и может быть учтена введением коэффициента χ , равного отношению средней по времени эффективной скорости истечения к эффективной скорости истечения в вакууме. Вторая поправка связана с тем, что через основное сопло может истекать лишь часть газа, другая может использоваться для вращения турбины (гл. 7) и т. п. Если для создания тяги используется часть потока, равная β , то эффективная скорость истечения будет равна просто βv_e (более подробно см. гл. 7). С учетом обоих поправочных коэффициентов уравнение отношения масс принимает вид

$$\frac{m_0}{m_b} = \exp \frac{v_b - v_0 + t_b \overline{g \sin \theta}}{\beta v_e (1 - \bar{\mathcal{L}}) \chi} \equiv e^{\xi}. \quad (2.64)$$

В уравнении (2.64) v_e — вычисленная эффективная скорость истечения в вакууме. Типичные значения β , χ и $\bar{\mathcal{L}}$ для ракет средней дальности (≈ 3000 км): $\beta = 0,96$; $\chi \approx 0,92-0,96$; $\bar{\mathcal{L}} = 0,06-0,03$.

Ракеты с большей дальностью полета имеют еще меньшие потери, а для ракет, полет которых происходит в безвоздушном пространстве (например, ракеты, запущенные с орбиты спутника), $\chi = 1$, $\bar{\mathcal{L}} = 0$.

Ракеты с двигателями на химическом топливе часто бывают многоступенчатыми. Для ракет с ядерным двигателем многоступенчатые конструкции представляют меньший интерес. Однако для полноты рассмотрения движения ракет, запускаемых с Земли, имеет смысл остановиться на некоторых особенностях многоступенчатых ракет. Известно, что достижимая конечная скорость у них может быть в несколько раз больше, чем скорость одноступенчатой ракеты при тех же характеристиках двигателя и с тем же распределением веса между конструкцией, двигательной установкой, топливом

и т. д. Общее отношение масс равно произведению отношений масс каждой ступени:

$$\frac{m_0}{m_b} \Big|_{\text{общ}} = \prod_{j=1}^n \left(\frac{m_0}{m_b} \right)_j = \exp \left(\sum_{j=1}^n \xi_j \right) = \exp \xi_{\text{общ}}, \quad (2.65)$$

где ступени пронумерованы в порядке от 1 до n , начиная от последней.

Из уравнения (2.65) ясно, что $\xi_{\text{общ}}$ (следовательно, и v_e общ) можно сделать сколь угодно большим для любой заданной v_e путем увеличения числа ступеней n , хотя конечно, увеличение числа ступеней ведет к усложнению и снижению надежности системы. Рассматривая один член уравнения (2.65), получим уравнение для отношения масс i -й ступени во всей ракете

$$e^{\xi_i} = \frac{m_{0_i} + \sum_{j=1}^{i-1} m_{0_j}}{m_{b_i} + \sum_{j=1}^{i-1} m_{0_j}}. \quad (2.66)$$

Здесь ξ_i — показатель экспоненты в уравнении для отношения масс, соответствующий использованию топлива i -й ступенью ракеты.

Определим параметр λ_i как отношение полной массы i ступеней (вместе с полезной нагрузкой) к полной массе i -й ступени и параметр δ_i как отношение конечной массы (после выгорания топлива) к полной массе i -й ступени:

$$\lambda_i = \frac{1}{m_{0_i}} \sum_{j=1}^{i-1} m_{0_j} \text{ и } \delta_i = \frac{m_{b_i}}{m_{0_i}}. \quad (2.67)$$

Используя эти соотношения, уравнение (2.66) можно записать в виде

$$e^{\xi_i} = \frac{1 + \lambda_i}{\delta_i + \lambda_i}. \quad (2.68)$$

Максимум приращения скорости за счет одной ступени приближенно можно определить из условия максимума ξ_i , так как все члены, кроме $v_b - v_0$ в формуле (2.64), записанной для ξ_i , или не зависят от i , или являются медленно меняющимися функциями i . Чтобы найти это условие максимума, разрешим уравнение (2.68) относительно ξ_i и продифференцируем по i :

$$\frac{d\xi_i}{di} = \frac{\partial \xi_i}{\partial \lambda_i} \cdot \frac{d\lambda_i}{di} + \frac{\partial \xi_i}{\partial \delta_i} \cdot \frac{d\delta_i}{di}. \quad (2.69)$$

В случае когда δ_i одинаковы для каждой ступени, последний член равенства (2.69) исчезает ($d\delta_i/dt=0$), и получаем, как условие максимума,

$$\frac{d\xi_i}{di} = \left[\frac{\delta_i - 1}{(\delta_i + \lambda_i)(1 + \lambda_i)} \right] \frac{d\lambda_i}{di} = 0. \quad (2.70)$$

Так как член в квадратных скобках всегда отличен от нуля (за исключением тривиального случая, когда $\delta_i=1$, $\xi_i=0$), то, чтобы удовлетворялось уравнение (2.70), производная $d\lambda_i/di$ должна быть равна нулю при постоянном λ_i для всех ступеней. Легко показать, что это условие максимума, а не минимума. Для рассматриваемого случая λ_i и δ_i постоянны, и показатель экспоненты не зависит от i и также будет постоянным для всех ступеней. Таким образом, видим, что характеристики многоступенчатой ракеты с заданным стартовым весом и весом полезной нагрузки при заданных конструктивных параметрах будут оптимальными, если каждая ступень будет иметь одинаковое отношение расходуемой массы к полной. Но это не означает, что изменения в скорости ракеты будут одними и теми же при работе каждой ступени; постоянным от ступени к ступени будет лишь показатель экспоненты (2.59), учитывающий аэродинамическое сопротивление, силу тяжести и другие факторы.

Подобный, но более сложный анализ можно провести для систем, параметры которых, входящие в ξ_i , меняются от ступени к ступени. Для таких систем за критерий оптимальности можно принять общее приращение скорости ($v_b - v_0$).

Полет с малым ускорением. Запуск с устойчивой орбиты вокруг планеты может быть осуществлен при исчезающе малых ускорениях, т. е. при малой мощности двигателей (по сравнению с мощностью двигателей ракет, запускаемых с Земли), но при большом времени действия тяги.

Так как космический аппарат может функционировать произвольно большой период времени, целесообразно так провести анализ динамики его полета, чтобы можно было исследовать оптимальные условия работы двигателей. Для этого в качестве параметра введем их мощность P_r . Общая расходуемая мощность складывается из мощности, необходимой для придания топливу скорости истечения, потерь, связанных с работой вспомогательных систем, и тепловых потерь. Для учета последних введем коэффициент эффективности η_j — отношение мощности, расходуемой на создание реактивной тяги $1/2(dm/dt)v_e^2$, ко всей потребляемой мощности. Тогда общую потребляемую мощность для любого типа ракет можно записать в виде

$$P_r = -\frac{1}{2\eta_j} \cdot \frac{dm}{dt} v_e^2 = -\frac{1}{2\eta_j} \cdot \frac{dm}{dt} (g_0 I_{sp_e})^2. \quad (2.71)$$

Знак «минус» появился в результате того, что у величины dm/dt знак отрицательный, когда масса покидает ракету. Если скорость истекающих газов может меняться, а общая мощность остается постоянной (величина $\frac{dm}{dt}$ должна также меняться), то закон изменения массы ракеты по времени можно получить, интегрируя уравнение (2.71):

$$m(t) = m_0 - 2\eta_j P_r \int_0^t \frac{dt}{v_e^2(t)}. \quad (2.72)$$

При работе двигателя с постоянной мощностью в интервале времени t_b с расходом энергии $P_r t_b$ уравнение (2.72) показывает, что минимальное изменение массы будет при обеспечении максимальной v_e . Однако этот факт ничего не говорит о скорости ракеты в конце активного участка. Эта скорость определяется количеством движения, а не общей потребляемой энергией. Следовательно, требуется определить максимум $m(t)$ путем минимизации интеграла в уравнении (2.73) при дополнительном условии, что изменение скорости ракеты будет одно и то же:

$$\int_0^{t_b} a(t) dt = \text{const} = v_b - v_0. \quad (2.73)$$

Для простоты рассмотрим полет в свободном пространстве. В этом случае ускорение $a(t)$ возникает в результате действия одной лишь тяги двигателя и его можно записать на основании закона Ньютона $F=ma$ [уравнения (2.55) или (2.52)] в функции величины v_e :

$$a(t) = -\frac{v_e(t)}{m(t)} \cdot \frac{dm}{dt}. \quad (2.74)$$

Исключим массу m из уравнения равенства сил, используя для этого уравнение (2.72). В результате этих преобразований уравнение (2.73) будет иметь вид

$$v_b - v_0 = 2P_r \eta_j \int_0^{t_b} \frac{dt}{v_e \left(m_0 - 2P_r \eta_j \int_0^t \frac{dt'}{v_e^2} \right)}. \quad (2.75)$$

Таким образом, приходим к вариационной задаче, в которой требуется определить v_e как такую функцию времени, чтобы интегральный член уравнения (2.75) обратился в экстремум при ограничении, выраженном уравнением (2.73). Однако непосредственное решение задачи математически сложно, проще вместо вариации скорости истечения рассматривать вариацию ускорения ракеты $a(t) = F(t)/m(t)$.

Ниже будет видно, что оптимальную вариацию $v_e(t)$ можно определить лишь в функции вариации массы ракеты $m(t)$. К уравнению (2.71) можно применить алгебраические преобразования, подобные тем, которые были применены при выводе уравнения (2.75), чтобы исключить скорость истечения и получить новое дифференциальное уравнение, связывающее массу ракеты с ее ускорением:

$$\frac{dm}{m^2(t)} = - \frac{a^2(t)}{2P_r \eta_j} dt. \quad (2.76)$$

Левая часть уравнения (2.76) является полным дифференциалом, поэтому уравнение можно проинтегрировать. В результате получим

$$\frac{1}{m(t)} = \frac{1}{m_0} + \frac{1}{2P_r \eta_j} \int_0^t a^2(t) dt. \quad (2.77)$$

Отсюда видно, что для того, чтобы достичь максимума $m(t)$, величина P_r должна быть возможно большей; это вполне согласуется с предыдущим выводом (v_e должна быть как можно больше). Ясно, что при фиксированной мощности максимум $m(t)$ для любого вида движения будет достигаться при обращении в минимум последнего члена в уравнении (2.77). Если требуется исследовать прямолинейное движение ракеты в свободном пространстве до достижения заданной конечной скорости, необходимо снова применить ограничение, выраженное уравнением (2.69). При этом переменными обоих подынтегральных выражений в формулах (2.73) и (2.77) будет $a(t)$, и можно непосредственно применить вариационный принцип, выведенный выше. Напомним, что функция Q , которая обращает в экстремум интеграл $\int Q dt$, должна удовлетворять уравнению Эйлера—Лагранжа (2.13). Для учета ограничения вида $\int P dt = \text{const}$ используем множитель Лагранжа λ и рассмотрим новую функцию $M = Q + \lambda P$, которая также должна удовлетворять вариационному принципу в соответствии с уравнениями (2.18) и (2.20). В рассматриваемом случае функция M равна

$$M = a^2(t) + \lambda a(t), \quad (2.78)$$

где a рассматривается как обобщенная координата типа x_i в уравнении (2.20). Заметим, что M является функцией лишь a , но не \dot{a} (λ — постоянная). Таким образом, решение уравнения Эйлера имеет вид

$$2a(t) + \lambda = 0. \quad (2.79)$$

Следовательно, a должно быть постоянным в течение всего полета. Из уравнений (2.71) и (2.74) следует, что для вы-

полнения этого условия скорость истечения должна непрерывно корректироваться так, чтобы произведение $m(t)v_e(t)$ оставалось постоянным. Для этого частного случая движения в свободном пространстве с постоянной мощностью двигательной системы конечная скорость равна

$$v_b - v_0 = at_b, \quad (2.80)$$

а конечная масса определяется формулой

$$\frac{1}{m_b} - \frac{1}{m_0} = \frac{a^2 t_b}{2P_r \eta_j} \quad \text{или} \quad \frac{m_0}{m_b} = 1 + \frac{a^2 t_b m_0}{2P_r \eta_j}. \quad (2.81)$$

Параметр t_b можно исключить из уравнений (2.80) и (2.81) и определить ускорение как

$$a = \left(\frac{m_0}{m_b} - 1 \right) \frac{2P_r \eta_j}{(v_b - v_0) m_0}. \quad (2.82)$$

Исключая P_r и a из уравнения (2.82) с помощью уравнений (2.71) и (2.74), определяем $v_e(t)$ как функцию $m(t)$ и условий полета. В результате получим

$$v_e(t) = \frac{2\eta_j P_r}{am(t)} = \frac{(v_b - v_0) m_0}{(m_0/m_b - 1) m(t)}. \quad (2.83)$$

Зависимость изменения массы ракеты с течением времени определяется непосредственно из уравнения (2.77) путем интегрирования при постоянном ускорении. Теперь, решая уравнение (2.83), получим v_e как явную функцию времени

$$v_e(t) = at + \frac{v_b - v_0}{m_0/m_b - 1} = v(t) + \frac{m_b v_b - m_0 v_0}{m_0 - m_b}. \quad (2.84)$$

Используя уравнение (2.2) для отношения масс $\frac{m_0}{m_b}$, можно сравнить характеристики ракеты с постоянным ускорением с характеристиками ракеты с постоянной скоростью истечения при одинаковом отношении масс m_0/m_b . С помощью уравнений (2.71) и (2.80) можно исключить $P_r \eta_j$ из уравнения (2.81) и получить следующее соотношение между приращением скорости $\Delta v = v_b - v_0$ и временем работы t_b двигательной системы:

$$e^{\Delta v_0/v_e^0} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta v}{v_e^0} \right)^2 \frac{t_b^0}{t_b} \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta v}{v_e^0} \right)^2 \frac{t_b^0}{t_b} + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta v}{v_e^0} \right)^4 \left(\frac{t_b^0}{t_b} \right)^2}, \quad (2.85)$$

где индекс «0» стоит при параметрах системы с постоянной скоростью истечения, а параметры без индекса относятся к ракете с постоянным ускорением. Наибольший практический интерес представляет случай, когда величина v_e^0 является

большой по сравнению с Δv^0 и Δv . В этом случае экспоненту и квадратный корень можно разложить в ряд, отбросив все члены выше второго порядка относительно $\Delta v/v_e^0$ и $\Delta v^0/v_e^0$. В результате получим

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta v^0}{v_e^0} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\Delta v}{\Delta v^0} \right)^2 \frac{t_b^0}{t_b} \right] + \frac{\Delta v^0}{v_e^0} \left(1 \pm \frac{\Delta v}{\Delta v^0} \sqrt{\frac{t_b^0}{t_b}} \right) = 0. \quad (2.86)$$

Полученное уравнение удовлетворяется тождественно при

$$\frac{\Delta v}{\Delta v^0} = \sqrt{\frac{t_b}{t_b^0}}. \quad (2.87)$$

Ясно, что конечная скорость будет больше у ракеты с постоянным ускорением, так как время расхода одной и той же массы топлива больше в случае постоянного ускорения a , чем постоянной скорости v_e .

Для рассмотрения важного случая полета ракеты с малым ускорением в гравитационном поле необходимо в выражение закона Ньютона $F=ma$ включить гравитационную силу. В уравнения движения ракеты необходимо включить угловые координаты. Отход от одномерной задачи усложняет проблему, но не сильнее, чем в рассмотренном выше случае свободного орбитального движения.

Вернемся снова к общим уравнениям (2.55) для орбитального движения под действием внешних сил, где радиальное и угловое ускорения тяги $a_r \equiv F_r/\mu$ и $a_\vartheta \equiv F_\vartheta/\mu$ являются искомыми функциями рассматриваемой задачи оптимизации. При исследовании межорбитальных полетов в гравитационном поле не следует ограничиваться случаем, когда приращение скорости за время полета постоянно, как это было принято в уравнении (2.73). Целесообразно найти более общее условие минимума интегрального члена в общем уравнении (2.77), описывающем изменение массы, если требуется максимальная оставшаяся масса в любой момент времени. В этом случае, решая полученную вариационную задачу, необходимо удовлетворять уравнениям (2.55), а не условиям ограничений вида (2.73) $\delta \int_0^{t_e} a^2(t) dt = 0$. Так как уравнения (2.55) являются частным случаем общих уравнений Ньютона

$$a_i(t) = \frac{d^2 x_i}{dt^2} + \nabla_{x_i} V(x_i, x_j, \dots; t),$$

где V — гравитационная потенциальная функция, то можно показать, что требуемые условия оптимума для движения с заданными значениями начальных и конечных положений и скорости имеют вид

$$\frac{d^2 a_i}{dt^2} + \sum_j a_j \frac{\partial^2 V}{\partial x_j \partial x_i} = 0. \quad (2.88)$$

Если написать это условие для каждой составляющей a_r и a_ϑ , используя $V(r)$ из уравнения (2.22), то получим:

$$\text{для } \vartheta: \frac{d^2 a_\vartheta}{dt^2} = 0; \quad (2.89)$$

$$\text{для } r: \frac{d^2 a_r}{dt^2} - \frac{2C_1}{r^3} a_r = 0.$$

Система уравнений (2.55) и (2.89) сводится к двум дифференциальным уравнениям четвертого порядка для координат положения как функций времени. Для решения этих уравнений требуется задать восемь граничных условий. Такими условиями могут быть координаты начальных и конечных положений и скорости. Однако ясно, что если задать все начальные и конечные условия движения, то аналитическое решение уравнений будет затруднительно. Проще задать восемь начальных условий для определения восьми постоянных в проинтегрированных уравнениях движения. В этом случае, однако, начальные условия однозначно определяют положение и скорость ракеты в конце полета, которые в общем случае не совпадут с требуемыми.

В качестве простого примера задачи этого типа рассмотрим движение ракеты, стартующей с круговой орбиты радиуса R_0 , вокруг гравитационного тела, как показано на рисунке (2.10). В начальный момент $\vartheta=0$ (по определению) $r=R_0$, $dr/dt=0$ и $p_\vartheta = \mu r^2 \dot{\vartheta} = \mu \sqrt{C_1 R_0}$ [из уравнения (2.43)].

В качестве других четырех начальных условий можно взять произвольные значения двух компонент ускорения тяги и их производных. Для простоты тягу будем считать в течение полета постоянной и ориентированной параллельно начальной орбите; таким образом, задаются не только начальные условия, но и условия во все время полета. Итак, $a_\vartheta = A_\vartheta$, $\frac{da_\vartheta}{dt} = 0$ и $a_r = 0$, $\frac{da_r}{dt} = 0$. Для этих условий уравнения



Рис. 2.10. Движение по спирали, близкой к окружности, с малым ускорением около центрального тела, создающего гравитацию

(2.89) выполняются тождественно в течение всего времени полета, а уравнения (2.55) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \text{для } \vartheta: r\ddot{\vartheta} + 2\dot{r}\dot{\vartheta} &= A\vartheta, \\ \text{для } r: \ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2 + \frac{C_1}{r^2} &= 0. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Эти сильно нелинейные уравнения непосредственно проинтегрировать нельзя. Запишем $p_\vartheta/\mu = L = r^2\dot{\vartheta}$ как угловой кинетический момент единицы массы и вместо уравнений для ϑ и r получим одно уравнение для $L(t)$:

$$\frac{1}{A_0^4} \frac{d^3 L}{dt^3} \left(\frac{dL}{dt} \right)^3 + \frac{C_1}{A_0} \frac{dL}{dt} - L^2 = 0. \quad (2.91)$$

Это уравнение также нельзя решить аналитически, однако некоторые физические соображения могут упростить задачу, что даст возможность продвинуться несколько дальше в решении этой задачи. Основным параметром является скорость изменения углового количества движения единицы массы под действием тяги ракеты в направлении ϑ . Эта величина как раз равна dL/dt и в начальный момент имеет следующее значение из уравнений (2.55) и (2.43):

$$\left(\frac{dL}{dt} \right)_{t=0} = A_0 R_0 = \frac{A_0}{C_1} L_0^2. \quad (2.92)$$

Отсюда приближенное начальное значение $d^3 L/dt^3$ можно найти путем непосредственного дифференцирования

$$\left(\frac{d^3 L}{dt^3} \right)_{t=0} = 6 \left(\frac{A_0}{C_1} \right)^3 L_0^3 = \frac{6A_0^3}{C_1} R_0^2. \quad (2.93)$$

Сравнивая уравнения (2.92) и (2.93), видим, что если выполняется неравенство

$$A_0 \sqrt{6} \ll \frac{C_1}{R_0^2}, \quad (2.94)$$

то первый член уравнения (2.91) намного меньше двух других. В качестве примера рассмотрим случай запуска ракеты с орбиты спутника Земли радиусом 10^4 км. В этом случае $R_0 = 10^9$ см, $C_1 \approx 4 \cdot 10^{20}$ см³/сек² и будет выполняться неравенство $A_0 \ll 160$ см/сек² или $A_0 \ll 0,16 g_0$. Если рассматривается случай $A_0 < 10^{-2} g_0$, то первым членом уравнения (2.91) можно пренебречь, оставляя лишь равенство $dL/dt = A_0/C_1 L^2$. Общее решение этого уравнения имеет вид

$$L(t) = \frac{L_0}{1 - (A_0 L_0 / C_1) t} = \frac{L_0}{1 - (A_0 R_0 / L_0) t}. \quad (2.95)$$

Когда время полета удовлетворяет неравенству $A_0 t < \sqrt{C_1/R_0}$, уравнение (2.95) можно заменить рядом

$$L(t) = L_0 + (A_0 R_0) t + \frac{(A_0 R_0)^2}{L_0} t^2 + \frac{(A_0 R_0)^3}{L_0^2} t^3 + \dots \quad (2.96)$$

Из уравнений (2.42) и (2.43) видно, что ограничение $A_0 t < \sqrt{C_1/R_0}$ эквивалентно требованию, чтобы траектория ракеты оставалась в центральном гравитационном поле, т. е. до момента покидания гравитационного поля. Линейный относительно времени t член — следствие хорошо известного закона движения твердого тела, который утверждает, что скорость изменения количества движения численно равна приложенному к телу вращающему моменту. Члены более высокого порядка (t^2 , t^3 и т. д.) являются поправкой к этому закону, необходимость которой вытекает из того факта, что движение не круговое и орбитальный радиус с течением времени изменяется. Для спирального движения, близкого к круговому, показанного на рис. (2.10) и описанного уравнениями (2.95) и (2.96), радиус r для любого момента времени можно аппроксимировать выражением $r = L^2/C_1$, справедливым для устойчивой круговой орбиты. Отбрасывая в уравнении (2.96) члены выше второго порядка относительно t , получим

$$r(t) \approx \frac{L^2(t)}{C_1} = R_0 \left[1 + \frac{A_0 L_0}{C_1} t + \left(\frac{A_0 L_0}{C_1} \right)^2 t^2 \right]. \quad (2.97)$$

Отношение коэффициента при t^2 к коэффициенту при t равно $A_0 L_0 / C_1 = A_0 R_0 / L_0$. Эта величина по условию мала, если разложение, используемое в уравнении (2.96), справедливо. Поэтому скорость изменения радиуса-вектора можно определить путем определения производной уравнения (2.97) при $t=0$, предварительно отбросив квадратный относительный t^2 -й член. В результате получим

$$\left(\frac{dr}{dt} \right)_{t=0} = v_r \Big|_{t=0} \approx \frac{2A_0 L_0^3}{C_1^2} = 2A_0 R_0 \sqrt{\frac{R_0}{C_1}}. \quad (2.98)$$

Предыдущее ограничение на ускорение ракеты, выраженное уравнением (2.94), ограничивает применение уравнения (2.98) к определению скорости изменения радиуса условием

$$v_r \ll \frac{2}{\sqrt{6}} \sqrt{\frac{C_1}{R_0}} = \frac{2}{\sqrt{6}} v_{sat}(R_0), \quad (2.99)$$

которое согласуется с условием допустимости разложения, примененного при выводе уравнения (2.96) из уравнения (2.95). Для сформулированного выше численного примера

уравнение (2.98) дает $v_r \approx 3000 A_0$ см/сек для размерности A_0 в см/сек² или $v_r \approx 10^5 A_0$ м/сек для безразмерного A_0 (в величинах g_0). Таким образом, если $A_0 = 10^{-3} g_0$, то ракета в начальный момент имеет $v_r = 30$ м/сек.

Вследствие нелинейности дифференциальных уравнений движения дальнейший общий анализ оптимального активного полета в гравитационном поле встречает большие трудности. Точные численные решения для траекторий движения ракет с малым ускорением в настоящее время получают с помощью цифровых вычислительных машин.

Принятое выше определение оптимума довольно произвольно; часто могут возникнуть случаи, когда целесообразно оптимизировать систему по другим показателям, например, по минимуму расхода топлива за время полета при заданных массах или по минимальному времени полета для заданного конечного веса и т. д. Чтобы определить условия оптимума для этих разных постановок задачи, необходимо рассмотреть, как распределяется вся масса между разными частями летательного аппарата. Для этого нужно знать соотношение между массой отдельных элементов и мощностью или энергией, потребной для рассматриваемых условий полета. В последнем разделе этой главы будет исследовано соотношение между массой, энергией и мощностью для широкого класса летательных аппаратов и обсуждены некоторые вопросы указанных выше задач оптимизации.

2.3. УСТАНОВИВШИЙСЯ ПОЛЕТ САМОЛЕТА

Рассмотрим теперь другую задачу динамики полета — установившийся полет самолета в атмосфере. В этом случае, как и в случае движения ракеты в атмосфере, траектория аппарата определяется действием аэродинамических сил, тяги двигателя и гравитационных сил. Однако по сравнению с движением ракеты здесь имеются два существенных различия.

Первая из указанных сил — аэродинамическая является основной при движении самолета в атмосфере, в то время как в случае движения ракеты эта сила являлась малой поправкой к уравнению движения в пустоте и учитывалась приближенно [уравнение (2.72)]. Вследствие этого, а также из-за того, что аэродинамические силы (подъемная сила и сила лобового сопротивления) не выводятся из скалярных потенциальных функций, метод Лагранжа применять трудно, и в данном случае целесообразно использовать законы Ньютона. Для аппаратов с ядерными двигателями масса аппарата в полете не меняется (уменьшением массы вследствие распада делящегося вещества пренебрегаем), поэтому движение бу-

дет удовлетворять второму закону в форме $F=ma$ при постоянном m .

Аэродинамические силы можно разделить на две ортогональные компоненты: подъемную силу L и аэродинамическое сопротивление D . Сила аэродинамического сопротивления направлена противоположно вектору скорости аппарата, подъемная сила перпендикулярна вектору скорости и лежит в плоскости вектора скорости и вектора гравитационного ускорения. Рассмотрим простой случай, когда аэродинамические силы, действующие на разные части аппарата, сведены к эффективной подъемной силе L_e и силе аэродинамического

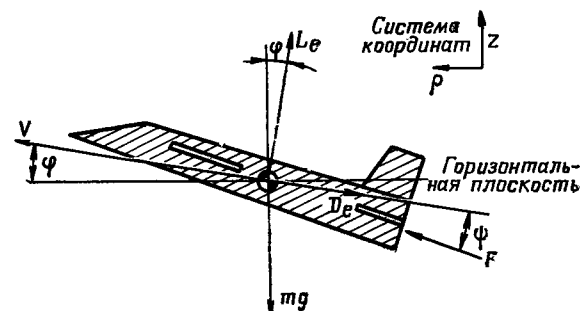


Рис. 2.11. Схема сил, действующих на самолет

сопротивления D_e , причем эти силы и сила тяги двигателя проходят через центр тяжести самолета (рис. 2.11). Скорость самолета направлена под произвольным углом ϕ к горизонту, а сила тяги составляет угол ϕ с вектором скорости. Подъемная сила и сила аэродинамического сопротивления пропорциональны кинетической энергии воздушного потока, набегающего на самолет; эти силы также пропорциональны интегралу от местного давления по площади самолета. Принимая некоторую эффективную площадь A_e , характеризующую геометрию и размер самолета, можно записать:

$$\begin{aligned} L_e &= c_L \left(\frac{1}{2} \rho_a v^2 \right) A_e; \\ D_e &= c_D \left(\frac{1}{2} \rho_a v^2 \right) A_e, \end{aligned} \quad (2.100)$$

где c_L и c_D — коэффициенты подъемной силы и сопротивления. Они являются функциями геометрии крыла и фюзеляжа самолета, угла атаки и числа $M = v/v_s$, где v_s — скорость звука. Возможности аналитического определения коэффициентов подъемной силы и силы аэродинамического сопротивления в настоящее время ограничены, и на практике они определяются экспериментально продувками в аэродинамических трубах.

В учебниках по аэродинамике показано, что коэффициенты c_L и c_D для широкого класса летательных аппаратов можно связать полуэмпирической формулой

$$c_D = K_1 + K_2 c_L^2 \quad (2.101)$$

Коэффициент K_1 равен коэффициенту сопротивления при нулевой подъемной силе и является функцией числа M . Второй член в уравнении (2.101) называется индуктивным сопротивлением; коэффициент K_2 обратно пропорционален произведению $\pi(AR)_e$, где $(AR)_e$ — эффективное отношение квадрата размаха крыла к общей площади крыла (относительное удлинение).

Применяя второй закон Ньютона к исследованию движения самолета, необходимо аэродинамические силы включить в систему сил, действующих на самолет. В основных схемах ядерных авиационных двигателей используется для создания тяги только атмосферный воздух, нагреваемый от реактора. Для самолетов в отличие от космических аппаратов ускорение силы тяжести можно считать постоянным. Уравнение движения самолета в инерционной системе координат (рис. 2.11) в общем случае имеет вид

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = (\mathbf{v} + \mathbf{v}_e) \frac{dm}{dt} + \dot{m}_a g_0 I_{sp_e} \frac{\mathbf{v}_e}{v_e} + \mathbf{L}_e + \mathbf{D}_e + m \mathbf{g} \hat{z}. \quad (2.102)$$

Здесь \dot{m}_a — массовый расход воздуха, поступающего в двигатель (имеет отрицательный знак); m — масса самолета; dm/dt — скорость изменения массы (расход топлива); \hat{z} — единичный вектор в направлении оси z . Предполагается, что расходуемая масса движется со скоростью \mathbf{v}_e относительно самолета. Характеристикой тяги, возникающей вследствие изменения момента количества движения воздушного потока, является эффективный удельный импульс $I_{sp_e} = F/(\dot{m}_a + dm/dt)$ [уравнение (2.61)]. Чтобы представить векторное уравнение в скалярном виде, запишем вертикальную и горизонтальную составляющие движения, умножив векторное уравнение на единичные векторы соответствующих направлений (примем цилиндрическую систему координат с координатами ρ и z). Выполняя это умножение, сокращая, где возможно, члены и используя уравнения (2.100), получим

$$\begin{aligned} \text{для } \rho: m \frac{dv}{dt} \cos \varphi &= -v_e \cos(\varphi + \psi) \left(\dot{m}_a \frac{g_0 I_{sp_e}}{v_e} + \frac{dm}{dt} \right) - \\ &- v^2 \left[\frac{\rho a A_e}{2} (c_D \cos \varphi + c_L \sin \varphi) \right]; \end{aligned} \quad (2.103)$$

$$\begin{aligned} \text{для } z: m \frac{dv}{dt} \sin \varphi &= -v_e \sin(\varphi + \psi) \left(\dot{m}_a \frac{g_0 I_{sp_e}}{v_e} + \frac{dm}{dt} \right) - \\ &- v^2 \left[\frac{\rho a A_e}{2} (c_D \sin \varphi - c_L \cos \varphi) \right] - mg. \end{aligned}$$

Введем параметр, определяющий отношение скорости изменения массы самолета к массовому расходу воздуха:

$$f = \frac{1}{\dot{m}_a} \cdot \frac{dm}{dt}.$$

Для воздушно-реактивных самолетов с химическими двигателями это отношение расходов топлива и воздуха.

Учитывая это и используя уравнения (2.103), описывающие частный случай горизонтального полета при $\varphi = \psi = 0$, имеем:

$$\begin{aligned} \text{для } \rho: m \frac{dv}{dt} &= -v_e \left(1 + \frac{g_0 I_{sp_e}}{fv_e} \right) \frac{dm}{dt} - v^2 \frac{\rho a A_e}{2} c_D; \\ \text{для } z: 0 &= v^2 \frac{\rho a A_e}{2} c_L - mg. \end{aligned} \quad (2.104)$$

Первое из этих уравнений — обычное уравнение типа $F = ma$. Здесь система сил, создающих ускорение самолета, равна сумме эффективной силы тяги F_e , составляющей первый член в правой части уравнения, и аэродинамического сопротивления D_e , определяемого вторым членом. Второе уравнение — условие равновесия между аэродинамической подъемной силой L_e (первый член) и силой тяжести mg . Заметим, что в случае вертикального полета при $\varphi = \pi/2$, $\psi = 0$ и $\dot{m}_a = 0$ получим уравнение (2.62) для полета ракеты с учетом сил сопротивления.

Мощность двигателя складывается из мощности, расходуемой на ускорение массы воздуха и топлива до скорости истечения, и мощности, расходуемой на нагрев газа, не преобразуемый в тягу и другие потери. По аналогии с выражением для ракетного двигателя [уравнение (2.71)] можно записать

$$\begin{aligned} P_r &= -\frac{1}{2\eta_f} \left[\frac{dm}{dt} v_e^2 + \dot{m}_a (g_0 I_{sp_e})^2 \right] = \\ &= -\frac{1}{2\eta_f} \cdot \frac{dm}{dt} v_e^2 \left[1 + \frac{1}{f} \left(\frac{g_0 I_{sp_e}}{v_e} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.105)$$

Из механики известно, что работа силы F равна Fdx . Если перемещение dx занимает время dt , то мощность $F \frac{dx}{dt} = Fv$; при установившемся полете самолета сила аэродинамического сопротивления должна уравновешиваться силой тяги, т. е.

$F_e = D_e$. Мощность, расходуемая на преодоление лобового сопротивления, равна Dv . Так как полезная мощность, создающая тягу, равна $\eta_j P_r$ [определение коэффициента η_j дано перед выводом уравнения (2.71)], то из уравнения (2.105) и первого из уравнений (2.104) для случая $\frac{dv}{dt} = 0$ находим

$$Dv = -\frac{v_e^2}{2} \frac{dm}{dt} \left[1 + \frac{1}{f} \left(\frac{g_0 I_{sp_e}}{v_e} \right)^2 \right]. \quad (2.106)$$

С помощью тождества $D = L(D/L)$ и второго из уравнений (2.104) ($L = mg$) исключим D из уравнения (2.106) и, разделив его относительно $v dt$, получим

$$v dt = -\frac{v_e^2}{2g} \cdot \frac{c_L}{c_D} \left[1 + \frac{1}{f} \left(\frac{g_0 I_{sp_e}}{v_e} \right)^2 \right] \frac{dm}{dt}. \quad (2.107)$$

Дальность можно найти, непосредственно интегрируя уравнение (2.107), при условии что эффективная скорость истечения и отношение подъемной силы к силе сопротивления во время полета остаются постоянными. Выполняя интегрирование от начальной массы m_0 до конечной массы m_b , получим уравнение дальности

$$S = \frac{v_e^2}{2g} \cdot \frac{c_L}{c_D} \left[1 + \frac{1}{f} \left(\frac{g_0 I_{sp_e}}{v_e} \right)^2 \right] \ln \frac{m_0}{m_b}. \quad (2.108)$$

Так как m меняется во время полета, то, очевидно, $\frac{dv}{dt}$ не равно нулю, как мы предположили, однако для всех практических случаев величина $\frac{dv}{dt}$ будет достаточно малой, чтобы пренебречь ею в первом приближении. Интересно отметить, что дальность полета снарядов «поверхность — поверхность» и самолетов зависит от логарифма отношения масс (хотя зависимости несколько отличаются от логарифмических).

Из уравнения (2.108) видно, что для самолетов дальнего действия желательно иметь большее аэродинамическое качество. Его можно определить из уравнения (2.101) и следующего за ним материала. Для самолета по аналогии с теорией эллиптического крыла имеем:

$$\frac{c_L}{c_D} = \left[\frac{c_{D_p}}{c_L} + \frac{c_L}{\pi (AR)_e} \right]^{-1}. \quad (2.109)$$

Дифференцируя это выражение по c_L , находим, что максимум достигается при

$$c_L = \sqrt{\pi c_{D_p} (AR)_e}. \quad (2.110)$$

Для многих аэродинамических схем скоростных самолетов эта величина равна или в 2—4 раза больше коэффициента

подъемной силы, который может быть практически достигнут для сверхзвуковых полетов. Из уравнения (2.108) также видно, что для увеличения дальности полета желательна высокая эффективная скорость истечения $(g_0 I_{sp_e})$, а коэффициент f должен быть малым [единица в квадратных скобках уравнения (2.108) является малой величиной по сравнению со вторым членом]. Эти величины взаимно зависимы, и для самолетов с обычным химическим топливом отношение $(g_0 I_{sp_e})^2/f$ почти не зависит от f , что можно объяснить следующим образом: мощность воздушного потока приближенно равна величине $1/2 m_a (g_0 I_{sp_e})^2$, пропорциональной выделению химической энергии при сгорании топлива, $\dot{m} H_c$, где H_c — удельная энергия. Таким образом,

$$m_a (g_0 I_{sp_e})^2 \sim \dot{m} H_c \text{ или } (g_0 I_{sp_e})^2/f \sim H_c = \text{const.}$$

Из этих качественных выводов ясна важность использования для самолетов на химическом топливе топлив с большой удельной энергией. Для самолетов с ядерным двигателем из уравнения дальности никаких полезных выводов сделать нельзя, так как в этом случае $m_b = m_0$ и $f = 0$ и величина S в уравнении (2.108) становится неопределенной. Если устремим m_b к m_0 как к пределу

$$\lim_{m_b \rightarrow m_0} \left[m_0 - \int_0^{t_b} \dot{m} dt \right] = m_b \rightarrow m_0,$$

разложим логарифм $\ln(m_0/m_b)$ в ряд и с помощью уравнения (2.105) исключим член в квадратных скобках уравнения (2.108), то уравнение (2.108) можно свести к

$$S = \frac{c_L}{c_D} \cdot \frac{\eta_j P_r t_b}{g m_0} \text{ и } v_L = \frac{c_L}{c_D} \cdot \frac{\eta_j P_r}{g m_0}. \quad (2.111)$$

Этот результат можно получить непосредственно из элементарных рассуждений. Здесь, как и для обычных самолетов, желательно иметь большое аэродинамическое качество, но для самолетов с ядерным двигателем дальность ограничена только располагаемой энергией ядерного источника. Зная, что на мегаватт-день энергии расходуется лишь 1 г U^{235} (гл. 4), на основании уравнений (2.111) можно оценить «выгорание» делящегося вещества для любых заданных условий полета. Например, при $c_L/c_D \approx 4$ и $\eta_j \approx 0,3$, которые являются типичными для современных самолетов со скоростью полета 2—3 М, находим, что для полета самолета весом 45 т на дальность 1600 км требуется ~ 20 г U^{235} . Из уравнения (2.111) можно также получить представление об уровне мощности,

потребной для самолета с ядерным двигателем, летящим с постоянной скоростью $v_L = S/t_b$. При указанных выше условиях самолет весом 45 т при скорости полета 1600 км/час потребляет 170 Мвт (тепловая мощность). Для полета самолета со скоростью, соответствующей 2М, потребуется мощность порядка 1 Мвт на каждые 200 кг веса самолета. Хотя эти уровни мощности и удельной мощности кажутся значительными, они намного меньше требуемых для ракетных ядерных двигателей, которые, как это будет ясно из следующего раздела, развивают мощность от одного до нескольких мегаватт на 1 кг веса двигательной системы. Это различие объясняется тем, что ракета должна иметь рабочее тело на борту, в то время как самолет с ядерным двигателем использует для создания реактивной тяги окружающую атмосферу, и, следовательно, двигательная установка может обладать большим относительным весом.

Другим параметром, важным для анализа характеристик самолета и за величиной которого следят при разработках, является максимальная скороподъемность при заданной мощности двигателя. Если вновь рассмотреть самолет с ядерным двигателем, движущийся с постоянной скоростью при условиях $dm/dt = dv/dt = 0$, $\varphi = 0$ под углом φ , отличным от нуля, то уравнение (2.103) можно привести к виду

$$\text{для } \rho: m_a g_0 I_{sp_e} \cos \varphi + D \cos \varphi + L \sin \varphi = 0; \quad (2.112)$$

$$\text{для } z: m_a g_0 I_{sp_e} \sin \varphi + D \sin \varphi - L \cos \varphi + mg = 0.$$

Выходная мощность определяется уравнением (2.105), как и ранее, однако, мощность $\eta_j P_r$ в рассматриваемом случае равна сумме мощности, расходуемой на преодоление аэродинамического сопротивления, и мощности, расходуемой на преодоление силы тяжести при подъеме самолета, т. е. $\eta_j P_r = (D + mg \sin \varphi) v$. Комбинируя уравнения (2.112), можно исключить члены, включающие расход воздуха m_a , а затем заменить сопротивление D через P_r , используя только что выведенное уравнение баланса мощностей. Полученное уравнение можно решить и определить скорость набора высоты $v \sin \varphi$. В результате получим

$$v \sin \varphi = \frac{c_L}{c_D} \cdot \frac{\eta_j P_r}{mg} \cdot \frac{1}{c_L/c_D + \operatorname{ctg} \varphi}. \quad (2.113)$$

При $\varphi = 0$ это уравнение сводится к уравнению (2.111) для максимальной скорости v_L горизонтального полета.

Рассмотрим горизонтальный полет с ускорением при постоянной мощности самолета с ядерным двигателем. При

этом имеем $dm/dt = 0$, $\varphi = 0$ и $m = m_0 = \text{const}$, и уравнение (2.104) записывается в виде

$$\text{для } \rho: m_0 \frac{dv}{dt} = -\dot{m}_a (g_0 I_{sp_e}) - D; \quad (2.114)$$

$$\text{для } z: L = mg = D \frac{c_L}{c_D}.$$

Используя уравнение (2.105) для записи \dot{m}_a через P_r и учитывая уравнение (2.114), получим

$$\frac{dv}{dt} = \frac{2\eta_j P_r}{m_0 g_0 I_{sp_e}} - \frac{c_D}{c_L} g. \quad (2.115)$$

Максимальная достижимая скорость при постоянной мощности равна той, при которой ускорение равно нулю; поэтому, как и в уравнении (2.111),

$$v_L = \frac{c_L}{c_D} \cdot \frac{\eta_j P_r}{g m_0}.$$

Легко проверить, что, подставив это значение скорости в уравнение (2.115), получим $\frac{dx}{dt} = 0$. Учитывая уравнения (2.111) и (2.115), можно написать

$$\frac{dv}{dt} = \frac{c_D}{c_L} \left(\frac{2v_L}{g_0 I_{sp_e}} - 1 \right). \quad (2.116)$$

Таким образом, предельная скорость летательного аппарата равна

$$v_L = \frac{g_0 I_{sp_e}}{2} = \frac{v_{e_{\text{эфф}}}}{2}.$$

Используя уравнение (2.111), можно получить соотношение между мощностью двигателя и эффективной скоростью истечения

$$\frac{P_r}{m_0} = \frac{c_D}{c_L} \cdot \frac{g v_{e_{\text{эфф}}}}{2\eta_j}. \quad (2.117)$$

В действительности предельная скорость полета для реактивных самолетов равна $v_L = v_{e_{\text{эфф}}}$, а не $1/2 v_{e_{\text{эфф}}}$. Полученные результаты применимы лишь в случае постоянной мощности двигателя и когда вся мощность потребляется воздушным потоком. Так как расход воздуха в двигателе при неизменной площади входа приблизительно пропорционален скорости полета, то в случае постоянной мощности скорость истечения стремится к бесконечности (теоретически) при стремлении скорости полета v к нулю и монотонно падает при

возрастании скорости v . Режимы работы должны ограничиваться предельными значениями именно температуры, а не мощности. Для заданной температуры корпуса изменение скорости истечения со скоростью полета не является обратно пропорциональным корню квадратному из величины скорости (что наблюдается при постоянной мощности).

Уравнение (2.116) проинтегрировать нельзя, так как оно сводится к уравнению ускоренного движения, а эффективный удельный импульс I_{spe} существенно и нелинейно зависит от скорости полета v , геометрии, типа и конструкции двигателя и т. п.

2.4. ВЗАИМОСВЯЗЬ ВНУТРЕННИХ ПАРАМЕТРОВ И ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ

В предыдущих разделах этой главы исследовалась динамика самолетов и ракет без детального рассмотрения конструкции и функциональной зависимости элементов, составляющих летательный аппарат и его двигатель. Исследованы лишь общие характеристики движения летательных аппаратов без рассмотрения важного вопроса распределения массы аппарата между компонентами системы и ее полезной нагрузкой.

В данном разделе рассматриваются компоненты системы, их зависимость от мощности или энергии, потребной для полета, и эти вопросы увязываются с динамикой полета, рассмотренной в предыдущих разделах. С помощью полученных соотношений станет возможным решение ряда задач оптимизации. Как и выше, исследование ведется в общем виде, с целью упростить анализ и получить общие результаты, не зависящие от конструктивных особенностей ядерных двигателей.

Ядерные ракетные двигатели большой тяги. Рассмотрим вначале ракетный летательный аппарат обычного типа, который способен преодолевать силу тяжести. В качестве основных компонентов конструкции и двигательной системы снаряда выбраны следующие: ядерный ракетный двигатель (подчеркиваем, что тип не задается) массой m_r , оборудованное системы подачи рабочего тела (турбины, насосы, клапаны и трубопроводы) m_{pe} , баки — m_{st} , запас рабочего тела — m_p . Масса всех других элементов, таких, как полезная нагрузка, экипаж, экранировка для защиты от ядерного излучения, система управления и т. д., в сумме обозначается m_L . Стартовая масса аппарата складывается из масс составляющих его компонентов:

$$m_0 = m_r + m_{pe} + m_{st} + m_p + m_L. \quad (2.118)$$

Общий параметрический анализ в величинах масс составляющих компонентов возможен потому, что эти величины легко связать с мощностью P_r или общей энергией $P_r t_b$, потребными для полета. Из ранее изложенного материала видно, что характеристики орбитального полета или баллистические характеристики ракеты зависят в конечном счете от кинетической энергии, приобретенной ракетой в конце активного участка. Однако потребная мощность и энергия являются важным критерием также при выборе схемы устройств для преобразования энергии и вида топлива.

Величины мощности и энергии связывают летные характеристики самолета с конструктивными параметрами, которые определяют распределение стартового веса между компонентами.

Рассмотрим теперь эти компоненты более детально. Неменяющуюся нагрузку m_L будем считать независимым параметром, так как нас интересует зависимость этой величины от условий работы всей системы. Масса топлива m_p , однако, не является свободной величиной, а для заданной скорости в конце активного участка связана со стартовой массой уравнением отношения масс

$$m_p = m_0 (1 - e^{-\epsilon}). \quad (2.119)$$

Здесь использовано равенство $m_p = m_0 - m_b$. Общая энергия двигателей ограничена запасом рабочего тела на борту. Три оставшихся компонента связать с характеристиками аппарата более сложно.

При рассмотрении баков ограничимся тонкостенным цилиндрическим баком. Масса бака равна произведению плотности материала стенок бака на объем стенок. Если внутреннее давление равномерно, то толщина стенок бака будет возрастать линейно при увеличении диаметра бака, а объем стенок будет увеличиваться с увеличением диаметра по кубическому закону при заданном фиксированном отношении длины бака к его диаметру. Так как объем топлива увеличивается так же, как куб диаметра, то в этом случае отношение объема стенок бака к объему запаса рабочего тела, а значит, и отношение массы бака к массе рабочего тела при заданных плотностях материала стенок и рабочего тела будут постоянными независимо от размера бака (если пренебречь влиянием полусферических или эллипсоидальных крышек). Однако внутреннее давление не будет равномерным, так как гидростатическое давление топлива является линейной функцией глубины топлива в баке. Толщина стенки, потребной для максимального гидростатического давления (на дне бака), изменяется как произведение плотности топлива на квадрат диаметра бака. Масса бака с учетом этих эффектов

должна определяться выражением вида $m_t \approx C_1(m_p/\rho_p) + C_2(m_p/\rho_p)^{1/2}$. Опыт показывает, что во многих практически интересных случаях эту величину можно аппроксимировать более простой одночленной формулой, которая объединяет оба эффекта в одну функциональную зависимость, связывающую массу бака и общую, потребную для полета энергию введением массы топлива

$$m_t = \frac{C_t m_p}{\rho_p^{2/3}}. \quad (2.120)$$

Зависимость от плотности рабочего тела позволит в дальнейшем исследовать влияние малой и большой плотностей рабочего тела на характеристики системы. Коэффициент C_t приближенно равен

$$C_t \approx 2f_s P_t \rho_t / \sigma_t \rho_p^{1/2},$$

где f_s — коэффициент запаса прочности конструкции бака, а P_t , ρ_t и σ_t — давление на баке, плотность материала и коэффициент прочности соответственно. Влияние требования жесткости системы проще всего учесть, добавляя коэффициент C_s непосредственно в выражение (2.120). Тогда для топливного бака и конструкции его крепления можно записать

$$m_{st} = \frac{C_{st} m_p}{\rho_p^{2/3}}, \quad (2.121)$$

где $C_{st} = (1 + C_s) C_t$. Коэффициент C_s может быть порядка 0,1—0,3 в зависимости от схемы конструкции крепления. Типичное значение общего коэффициента C_{st} приближенно равно $0,015 (g/cm^3)^{2/3}$ для материала с высоким отношением коэффициента запаса прочности к плотности.

Для заданного перепада давлений (напора) масса центробежного турбонасоса приближенно пропорциональна объемному расходу рабочего тела, который определяется отношением массового расхода (отсюда зависимость от рабочей мощности) к плотности. Так как тяга ракетного двигателя пропорциональна массовому расходу и скорости истечения или удельному импульсу, то расход можно исключить, заменив стартовой массой аппарата и начальным ускорением. Опыт проектирования турбонасосов показывает, что зависимость массы насосной установки от перепада давлений P_d можно выразить следующим соотношением:

$$m_{pe} = C_{pe} \left(-\frac{\dot{m}}{\rho_p} \right) P_d^{2/3} = C_{pe} \frac{a_0 m_0}{\rho_p I_{sp_e}} P_d^{2/3}. \quad (2.122)$$

Эта формула справедлива в широком диапазоне параметров. При этом предполагается, что тяга постоянна: $F = m_0 a_0$, а масса клапанов и трубопроводов учитывается коэффициентом

том C_{pe} . Аналитическое выражение для C_{pe} найти практически невозможно, так как эта величина зависит от типа насоса и турбины, а также от вращающего турбину газа, температурных условий, перепада давлений в насосе и материалов. Для современных больших установок при температуре рабочего газа порядка 1100°C этот коэффициент имеет величину порядка $\frac{1}{21} g/(cm^3/сек) \text{ ат}^{2/3}$. Для анализа зависимости между

общими характеристиками наиболее важных компонентов двигательной системы и характеристиками летательного аппарата нет необходимости указывать не только тип ядерного ракетного двигателя, но и источник ядерной энергии, так как любой ядерный ракетный двигатель можно характеризовать удельной массой (массой на единицу мощности λ_r), т. е.

$$m_r = \lambda_r P_r. \quad (2.123)$$

Мощность определяется уравнением (2.71), которое можно представить в такой форме:

$$P_r = F g_0 I_{sp_e} / 2 \eta_j = a_0 m_0 g_0 I_{sp_e} / 2 \eta_j.$$

С учетом этого уравнение (2.123) можно записать:

$$m_r = C_r \left(a_0 m_0 I_{sp_e} \frac{\lambda_r}{\eta_j} \right), \quad (2.124)$$

где в C_r входят постоянная $g_0/2$ и коэффициенты для согласования размерности.

В системе единиц кг, м, сек (удельная масса выражается в кг/Мвт) $C_r = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ Мвт/кг} \cdot \text{сек}$. Как показано в гл. 3, тяговый к. п. д. (η_j) является коэффициентом расширения в сопле $1 - (P_e/P_c)^{\gamma-1/\gamma}$, где P_e и P_c — давление на входе в сопло и на выходе из него, а γ — осредненное значение показателя адиабаты.

Если подставить значения масс компонентов в уравнение (2.118), получим зависимость общей массы от конструктивных критериев:

$$m_0 = C_r \frac{a_0 m_0 \lambda_r I_{sp_e}}{\eta_j} + C_{pe} \frac{a_0 m_0}{\rho_p I_{sp_e}} P_d^{2/3} + C_{st} \frac{m_p}{\rho_p^{2/3}} + m_p + m_L. \quad (2.125)$$

Используя уравнение (2.119), выразим m_p через m_0 и ξ . Таким образом, в задачу будет введен параметр, характеризующий динамику полета. В результате получим характеристическое уравнение

$$e^{-\xi} = \frac{\rho_p^{2/3}}{\rho_p^{2/3} + C_{st}} \left(\frac{C_{st}}{\rho_p^{2/3}} + C_{pe} \frac{a_0 P_d^{2/3}}{\rho_p I_{sp_e}} + \frac{m_L}{m_0} + C_r \frac{a_0 \lambda_r I_{sp_e}}{\eta_j} \right). \quad (2.126)$$

Левая часть уравнения определяется в основном требованием к динамике полета, а правая — двигательной системой

и характеристиками летательного аппарата. Это разграничение, однако, не очень резкое, что можно видеть, рассматривая показатель экспоненты. Он определяется из уравнения (2.64)

$$\xi = \frac{v_b - v_0 + t_b g \sin \theta}{\beta v_e (1 - \mathcal{E}) \chi}, \quad (2.127)$$

содержащего время активного участка t_b . Легко показать, что для постоянного расхода рабочего тела значение t_b связано с относительной массой, а также с условиями полета соотношением

$$t_b = \left(1 - \frac{m_b}{m_0}\right) \frac{v_e}{a_0} = \frac{v_e}{a_0} (1 - e^{-\xi}). \quad (2.128)$$

Подставив это значение в уравнение (2.127), получим связь между параметром ξ и приращением скорости $(v_b - v_0)$:

$$\xi = \frac{1}{(1 - \mathcal{E}) \chi \beta} \left[\frac{v_b - v_0}{g_0 I_{sp_e}} + \frac{g \sin \theta}{a_0} (1 - e^{-\xi}) \right]. \quad (2.129)$$

Для многих практических случаев второй член в скобках в уравнении (2.129) мал по сравнению с первым. Это не должно умалить значение того факта, что непосредственно интересующим нас параметром, характеризующим летательный аппарат, является показатель экспоненты ξ , а не приращение скорости $(v_b - v_0)$. Он является обобщенным параметром, наиболее просто связывающим уравнение изменения массы с фактическими летными характеристиками.

Прежде чем рассматривать задачу оптимизации, необходимо выбрать критерий оптимальности. Как было отмечено в предыдущем разделе, любой выбор критерия будет достаточно произвольным, так как на основе только теоретических рассмотрений невозможно найти абсолютный критерий оптимальности. Будем характеризовать оптимальность полета следующим образом: достижение максимальной скорости в конце активного участка при заданном полезном весе или достижение максимального полезного веса при заданной скорости в конце активного участка. Будем предполагать, что максимум скорости в конце активного участка и максимум величины ξ достигаются одновременно. Теперь исследуем уравнение (2.126) более детально. Если в качестве независимых переменных выбрать ξ и m_L/m_0 , то для анализа в нашем распоряжении остаются четыре параметра: I_{sp_e} , λ_r , a_0 и ρ_p .

Из рассмотрения уравнения (2.126) ясно, что для достижения максимума ξ или m_L/m_0 плотность рабочего тела ρ_p должна быть как можно больше.

Из уравнений (2.126) и (2.129) также становится ясным, что максимальное значение ξ получается при нулевом ускорении летательного аппарата. Этот вывод совершенно правильный, хотя и не представляет большого практического интереса, так как нас интересует больше величина ξ , чем $v_b - v_0$. Из уравнения (2.129) видно, что при малом a_0 член в выражении для ξ , который учитывает потери энергии на преодоление гравитационного поля Земли, становится основным и что приращение скорости $v_b - v_0$ при заданном значении ξ должно обратиться в нуль при некотором значении a_0 , отличном от нуля. Тогда при оптимизации по параметру a_0 мы не можем обоснованно использовать ξ как независимый параметр оптимизации, а должны рассматривать непосредственно $v_b - v_0$. Это можно выполнить путем исключения ξ из уравнений (2.126) и (2.129); в результате получим трансцендентное уравнение относительно a_0 . Оптимизация, проведенная для больших, запускаемых с Земли аппаратов, показала, что $1,1g_0 < a_0 < 2,0g_0$ для оптимальных характеристик является типичным интервалом значений a_0 . Дальнейший анализ этого вопроса предоставляется читателю.

С помощью параметров I_{sp_e} и λ_r исследуем оптимальные условия. В качестве первого шага в этом направлении можно использовать уравнение (2.126), чтобы показать влияние удельного импульса на летные характеристики. Для этого следует путем численного расчета с использованием уравнения (2.126) для широкого диапазона значений I_{sp_e} найти показатель экспоненты ξ , после чего из уравнения (2.129) найти скорость в конце активного участка v_b при заданных значениях конструктивных параметров (m_L/m_0 , ρ_p , λ_r и т. д.). Следует заметить, однако, что для ракет «земля — земля» скорость в конце активного участка не так важна, как дальность, которую может достигнуть ракета при заданном изменении скорости. Истинную скорость в конце активного участка с учетом силы тяжести, аэродинамического сопротивления и других потерь можно найти из уравнения (2.127). Для вычисления дальности при заданной скорости v_b необходимо вернуться к разделу об орбитальном баллистическом полете и использовать уравнение (2.39) или рис. (2.3) и (2.4). Результаты таких вычислений для широкого диапазона эффективной скорости истечения показаны на рис. (2.12). На этом рисунке показана зависимость дальности полета одноступенчатой ракеты от параметра $m_D/m_0 = m_L/m_0 + C_{st}/\rho_p^{1/2}$ при $\eta_j = 0,8$, $a_0 = 1,3g_0$ и $\lambda_r = 1 \text{ кг/Мвт}$. Численные значения коэффициентов C_i брались равными указанным выше значениям. Средний угол наклона траектории соответствовал $\sin \theta = 0,75$; влияние атмосферы учитывалось значением $\chi = 0,95$, хотя влияние силы аэродинамического сопротивления

и потери расхода не учитывались ($\bar{\mathcal{L}}=0, \beta=1$). Для простоты член $\rho_r^{2/3}/(C_{st} + \rho_r^{2/3})$ принимался равным единице; массой насосной установки по сравнению с массой баков пренебрегалось.

Особый интерес представляют две особенности этих кривых. Первая заключается в том, что кривые для эффективных удельных импульсов ниже 400 сек очень пологи по сравнению с кривыми для удельных импульсов порядка 600 сек. При заданной массе полезной нагрузки и низком удельном импульсе

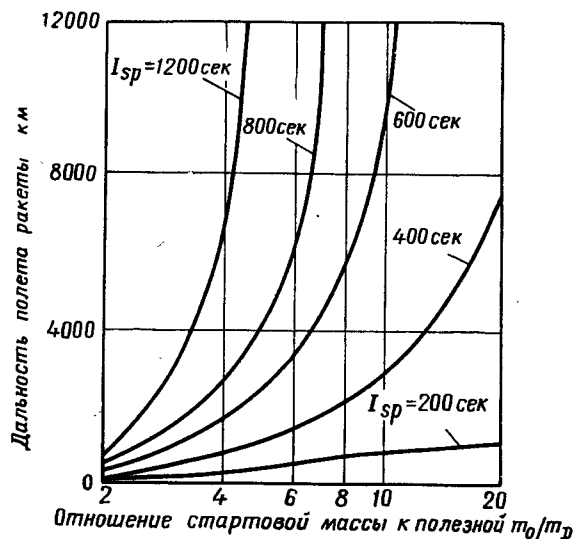


Рис. 2.12. Баллистическая дальность относительно невращающейся Земли в зависимости от отношения масс и удельного импульса

для сравнительно небольшого увеличения дальности полета требуется большое увеличение стартовой массы ракеты. И наоборот, при высоком удельном импульсе с изменением полезного груза для сохранения дальности полета требуется небольшое изменение стартовой массы. Это показывает, что при высоких удельных импульсах топлива существует большая свобода при конструировании летательного аппарата, поскольку есть возможность решать вопросы надежности и безопасности полета более полно, чем это делается для современных двигателей, работающих на химическом топливе при $I_{sp} < 400$ сек. В этом и заключаются принципиальные преимущества ядерных ракетных двигателей по сравнению с химическими. Конечно, большой дальности могут достигать и ракеты на химическом топливе с удельным импульсом меньше 400 сек, однако это возможно лишь за счет использова-

ния нескольких ступеней. Приведенные кривые применимы лишь к одноступенчатым ракетам, однако аналогичное сравнение можно провести и для многоступенчатых ракет ядерного и химического типов. На основании этих выводов примем значение 800 сек в качестве нижней границы интересующей нас области значений характеристик ядерных двигателей.

Второй интересной особенностью кривых является то, что отношение стартовой массы к полезной массе (параметр m_0/m_D) для ракет с дальностью полета несколько тысяч км при увеличении удельного импульса свыше 1000 сек падает очень медленно. Эффективный удельный импульс порядка 1600 сек можно рассматривать как верхнюю границу области желаемых характеристик двигателей.

В вышеприведенном анализе не учитывалась связь между типом рабочего тела и достижимым удельным импульсом. Как отмечено в гл. 3, удельный импульс зависит лишь от изменения удельной энергии рабочего тела при истечении. Эта величина определяется в основном удельной теплоемкостью и изменением температуры в процессе истечения. Таким образом, значение I_{spe} можно увеличить путем увеличения удельной теплоемкости или температуры в начале процесса истечения. Если при вариации удельного импульса ограничиться лишь температурными изменениями, то вышеприведенные выводы останутся справедливыми. Однако если будем менять удельную теплоемкость, т. е. тип рабочего тела, то в этом случае необходимо учитывать его плотность в жидкой фазе ρ_r . Плотность является важным параметром при любых численных расчетах по уравнению (2.126). Наиболее сильное влияние плотность рабочего тела оказывает на параметр m_D/m_0 , так как здесь ее изменение прямо связано с изменением относительной полезной нагрузки. Однако для принятого значения $C_{st}=0,25$ член $C_{st}/\rho_r^{2/3}$ оказывает влияние лишь при $\rho_r < 160$ кг/м³. Единственным, представляющим практический интерес видом топлива с плотностью меньше этой величины является водород с плотностью в жидком состоянии $\rho_r \approx 60$ кг/м³. Низкий молекулярный вес ($M=2$), который в основном определяет малую плотность, позволяет получать высокий удельный импульс, но эти две характеристики (низкая ρ_r и высокий I_{spe}) взаимосвязаны.

В табл. 2.2 приведены значения относительного полезного веса для нескольких комбинаций ρ_r и I_{spe} при скорости в конце активного участка 8 км/сек и значениях других параметров, равных выбранным выше. Низкий молекулярный вес представляет с точки зрения увеличения удельного импульса меньший интерес, чем использование высоких температур, хотя с инженерной точки зрения первый путь увеличения удельного импульса может быть много проще.

Таблица 2.2

Относительный полезный вес в конце активного участка

I_{sp_e} , сек	m_L/m_0		Условия
	H_2 64 кг/м ³	NH_3 640 кг/м ³	
400	< 0	0,026	$\eta_j = 0,8; \bar{\chi} = 0,95; \bar{\mathcal{L}} = 0$ $\sin \theta = 0,75; P_d = 50 \text{ ат};$ $a_0 = 1,3g_0$ $\lambda_r = 0,9 \text{ кг/Мвт};$ $C_{st} = 1,64 (\text{кг/м}^3)^{1/2};$ $C_{pe} = 48 (\text{кг/м}^3/\text{сек}) \text{ ат}^{1/2};$ $v_b = 14\,400 \text{ м/сек}$
800	0,104	0,154	
1200	0,217	0,243	

Рассмотрим требования к полету в пределах солнечной системы с помощью двигателей большой тяги. Для упрощения численного анализа основной характеристикой ракеты будем считать приращение скорости Δv_c , определяемое по формуле $\Delta v_c = (g_0 I_{sp_e}) \xi$; при этом учитываем влияние силы тяжести [член $g \sin \theta_b$ в уравнении (2.127) и другие потери непосредственно в величине приращения скорости $(v_b - v_0)$], необходимой для заданной траектории полета. Значение Δv_c вычислялось с помощью уравнения (2.126) в функции I_{sp_e} ; численные значения других параметров принимались равными выбранным ранее. Приращение скорости было вычислено для реального отношения m_L/m_0 и для плотностей топлива $\rho_p \approx 60 \text{ кг/м}^3$ (жидкий водород) и $\rho_p \approx 600 \text{ кг/м}^3$ (жидкий аммиак). Результаты расчетов показаны на рис. 2.13, а и б для одноступенчатых и двухступенчатых ракет. На этих рисунках показаны приближенные значения характеристических скоростей, необходимые для перелетов в пределах солнечной системы, складывающиеся из скорости, необходимой для межорбитального перелета, и скоростей, необходимых для выхода из гравитационного поля и безопасного входа в него [уравнение (2.52) и табл. 2.3].

Из рис. 2.13, а, б видно, что большинство полетов в пределах солнечной системы может быть выполнено с помощью одноступенчатых ракет с достаточно большой полезной нагрузкой, если можно обеспечить удельный импульс 1000—2500 сек с топливом средней плотности (например, NH_3 , H_2O , N_2H_4) или 2000—5000 сек — с жидким водородом. Из рис. 2.13, б видно, что для двухступенчатых ракет соответ-

ствующие требуемые диапазоны значений I_{sp_e} составляют лишь 500—1200 сек для NH_3 и 800—2400 сек для H_2 . В гл. 3 показано, что для достижения указанных выше удельных импульсов температура газа должна быть равна приблизительно 2000—5500° К. Межпланетный полет с помощью двухступенчатых ракет становится практически возможным. Для

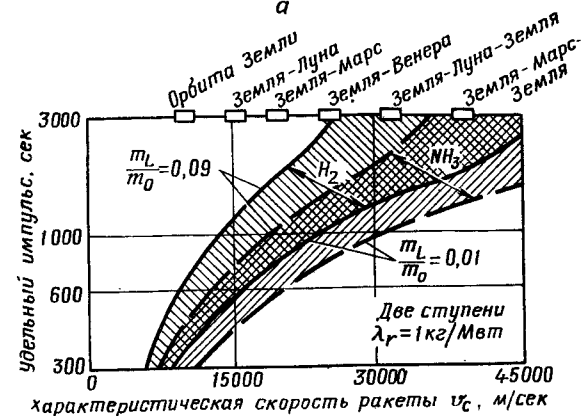
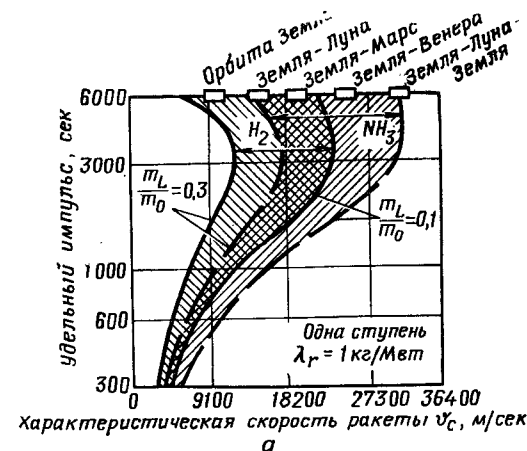


Рис. 2.13. Летные характеристики ядерной ракеты:
а — одноступенчатая, б — двухступенчатая

полетов в пределах солнечной системы с помощью одноступенчатых ракет с большой тягой необходимо поднять температуру газа до 4000—28000° К. Для достижения такого уровня температур перспективным является использование жидкого делящегося топлива, газообразных реакторов и реакторов синтеза, которые требуют значительных исследовательских работ, прежде чем они будут объектом инженерных разработок.

Вернемся к рассмотрению конструктивного параметра λ_r . Для исследования влияния этого параметра на характеристики летательного аппарата и определения его рациональных значений обратимся к уравнению (2.126). Из этого уравнения видно, что с уменьшением удельной массы λ_r при фиксированных других параметрах характеристики летательного аппарата улучшаются. Интересно, как далеко можно пойти в уменьшении λ_r . Точный оптимум достигается при $\lambda_r = 0$, т. е. когда реактор ракеты не обладает массой. Однако при уменьшении λ_r в создании реактора возникают трудности. Поэтому

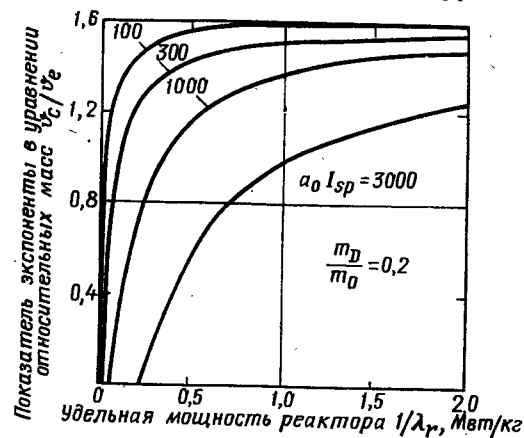


Рис. 2.14. Зависимость характеристик ракеты от удельной мощности реактора

имеет смысл определить, имеется ли область, в которой характеристики летательного аппарата особенно чувствительны к изменению λ_r , и если имеется, то определить некоторые количественные закономерности, которые помогут при выработке технических требований.

Для упрощения анализа используем те же аппроксимации, что и при вычислении кривых на рис. 2.13, принимая численные значения коэффициентов равными указанным выше, а параметр λ_r оставляя свободным. При этих допущениях уравнение (2.126) приводится к простому виду

$$\xi = \frac{\Delta v_c}{v_e} = -\ln \left[\frac{m_D}{m_0} + 1,1 \cdot 10^{-5} (a_0 I_{sp_e} \lambda_r) \right], \quad (2.130)$$

где λ_r измеряется в кг/Мвт.

Влияние удельной массы реактора графически показано на рис. 2.14, где для $m_D/m_0 = 0,2$ и широкого диапазона $a_0 I_{sp_e}$ значение ξ представлено в функции удельной мощности $1/\lambda_r$. Из этого рисунка видно, что показатель экспоненты в уравнении для отношения масс слабо зависит от удельной мощ-

ности при $\lambda_r < 0,45$ кг/Мвт, но быстро меняется в зависимости от величины $a_0 I_{sp_e}$, если $\lambda_r > 1-7$ кг/Мвт. Следует отметить, что нерационально добиваться низкой удельной массы ради небольшого выигрыша в уровне характеристик. Нецелесообразно также рассматривать системы, соответствующие диапазону почти вертикального расположения кривых. При запуске с Земли интервал изменения $a_0 I_{sp_e}$ составляет приблизительно 300—1000 сек. Следовательно, можно сделать вывод, что при создании ядерного реактора следует стремиться к обеспечению значения λ_r в интервале $0,45 < \lambda_r < 1,8$ кг/Мвт. Чтобы исследовать влияние на эти результаты величин $a_0 m_D/m_0$ и I_{sp_e} , предположим, что область желаемых значений лежит как раз ниже того диапазона кривых на рис. 2.15, в котором они имеют максимальную кривизну и где показатель экспоненты в уравнении отношения масс мало зависит от удельной массы реактора. Чтобы найти условие, которое обеспечивает положение точки в этой области, например заданное значение $Q = d\xi/d(1/\lambda_r)$, нужно продифференцировать уравнение (2.126), приравнять полученный результат желаемому значению Q и решить полученное уравнение относительно удельной массы реактора. Выражение для λ_r , полученное в результате дифференцирования, имеет вид

$$\lambda_r|_{opt} = \frac{Q \left(\frac{C_{st}}{\rho_p^{3/2}} + \frac{C_{pe} a_0}{\rho_p I_{sp_e}} + \frac{m_L}{m_0} + \frac{C_r a_0 I_{sp_e} \lambda_r|_{opt}}{\eta_j} \right)}{C_r a_0 I_{sp_e} / \eta_j}. \quad (2.131)$$

При условии что Q , ускорение ракеты и эффективный удельный импульс удовлетворяют соотношению $Q I_{sp_e} a_0 \ll \ll (\eta_j / C_r) (m_D / m_0)$, приближенное решение уравнения (2.131) имеет вид

$$\lambda_r|_{opt} \approx \sqrt{\frac{\eta_j}{C_r} \cdot \frac{Q (m_D / m_0)}{a_0 I_{sp_e}}} \approx \sqrt{\frac{10^5 Q (m_D / m_0)}{1,1 a_0 I_{sp_e}}}. \quad (2.132)$$

Это выражение справедливо для значений параметров, указанных выше. Например, при $m_D/m_0 = 1/3$, $Q = 0,1$, $I_{sp_e} = 800$ сек и $a_0 = 1,3$ находим $\lambda_r|_{opt} = 0,5$ кг/Мвт. Однако если положить $a_0 = 1/30$, что соответствует запуску с орбиты, и принять $I_{sp_e} = 1000$ сек, то при этих значениях параметров не требуется обеспечивать величину удельной массы реактора меньше, чем $\lambda_r = 2,7$ кг/Мвт. Таким образом, при запуске с Земли, когда $a_0 > 1$, проблема создания реактора более сложна, чем при запуске с траектории свободного полета, когда ускорение ракеты может быть малым, например $a_0 \approx 10^{-1} + 10^{-2}$.

Основные результаты этого раздела представлены на рис. 2.15 и 2.16 в виде кривых, построенных на основании рис. 2.12 и 2.13, б. Эти кривые показывают возможные области

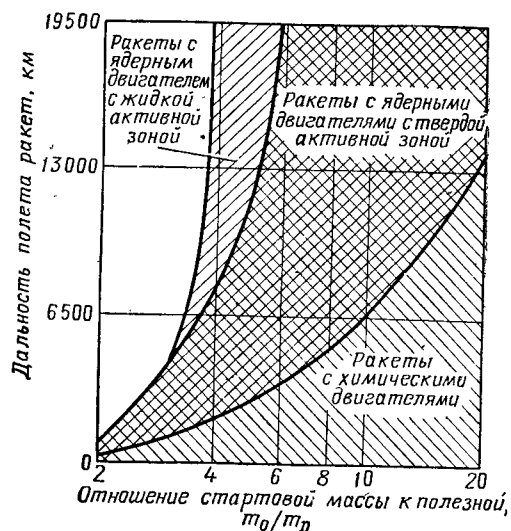


Рис. 2.15. Потенциальные возможности одноступенчатых ракет для баллистического полета

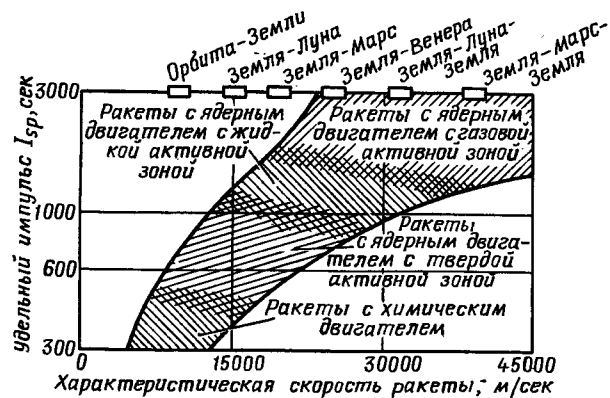


Рис. 2.16. Потенциальные возможности двухступенчатых ракет для межпланетных полетов

использования химических и ядерных двигателей. Разграничительная линия между ракетами с химическими двигателями и ракетами с ядерными двигателями с твердой активной зоной отражает наши знания о границе величины химической

энергии, достижимой в результате сжигания топлива. Границы между ядерными двигателями с твердой, жидкой и газообразной активными зонами известны менее точно. Из рассмотрения этих рисунков ясно, что ядерные ракеты обладают значительными преимуществами по сравнению с химическими, если даже температура газа ограничена верхним пределом допустимой температуры реактора или областью характеристик реактора с жидкой активной зоной.

Однако эти преимущества в величине полезной нагрузки проявятся только в том случае, если полезная нагрузка будет использована рационально. Если весь выигрыш в полезной нагрузке должен быть потрачен на создание защиты от ядерного излучения реактора, то обычные ракеты с более низкими основными характеристиками в действительности смогут лучше выполнить заданный полет с экипажем на борту. Для приближенного исследования этого вопроса в общем виде введем весьма упрощенную модель характеристик летательного аппарата. При этом массу летательного аппарата будем рассматривать как сумму масс: конструкции, пропорциональной массе топлива $m_D = f_D m_p$; рабочего тела $m_p = m_0 (1 - e^{-\xi})$, полезной нагрузки $m_L = f_L m_0$, двигателя и защиты $m_{es} = f_{es} m_0$. Тогда уравнение характеристик [аналогичное уравнению (2.126)] примет вид

$$\exp\left(-\frac{\Delta v_c}{g_0 I_{sp} e}\right) = \frac{f_D + f_L + f_{es}}{1 + f_D} \text{ или } \xi = -\ln \frac{f_D + f_L + f_{es}}{1 + f_D}. \quad (2.133)$$

Для данной полной удельной объемной мощности реактора K_r масса защиты будет возрастать с увеличением мощности реактора пропорционально объему используемого для защиты материала. Если массу, отнесенную к единице поверхности защиты, обозначить ρ' , то масса защиты m_{sh} определится из уравнения

$$m_{sh} = 4\pi \rho' f_\Omega \left(\frac{P_r}{K_r}\right)^{2/3}, \quad (2.134)$$

где f_Ω — доля закрываемого защитой угла из 4π . Так как тяга двигателя связана с его мощностью, то последнюю можно выразить через массу летательного аппарата и ускорение a_0 :

$$P_r = \frac{a_0 m_0}{\beta}, \quad (2.135)$$

где $\beta = F/P_r$.

Далее на основании материала гл. 5 о толщине защиты и об ослаблении радиации массу, отнесенную к единице площади защиты для заданного коэффициента ослабления

радиации A_s , весьма приближенно можно определить из уравнения

$$\rho' = \frac{1}{\mu} \ln A_s, \quad (2.136)$$

где ρ' — массовый коэффициент ослабления (гл. 5). Для сильно защищенных ядерных систем масса защиты много больше массы двигателя, и без большой ошибки приближенно можно положить $m_{es} = f_{es} m_0 \approx m_{sh}$.

Комбинируя уравнения (2.134), (2.135) и (2.136), можно исключить мощность реактора и найти зависимость стартового ускорения летательного аппарата, удельной объемной мощности реактора и параметров, характеризующих защиту, в виде

$$m_0 = \left(\frac{a_0}{\beta K_r} \right)^2 \left(\frac{4\pi f_Q \ln A_s}{\mu f_{es}} \right)^3. \quad (2.137)$$

Сравнивая возможности ядерных и химических ракет, можно определить, какую часть полезной массы ядерной ракеты целесообразно отвести под защиту и, следовательно, получить выигрыш в полезной нагрузке при использовании ядерных двигателей. Весовые коэффициенты, принятые для каждой системы, представлены в табл. 2.3. Подставляя значения этих коэффициентов в уравнение (2.133) для любой скорости Δv , можно вычислить коэффициент полезной нагрузки $f_L^{\text{хим}}$ для химических ракет и сумму f_L и f_{es} для ядерной ракеты. Если сделать допущение, что сравниваемые ракеты должны нести одинаковую полезную нагрузку, то избыток в полезной нагрузке ядерной ракеты целесообразно использовать для создания защиты. Теперь оценим коэффициент массы защиты

$$f_{es}^{\text{яд}} = (f_L + f_{es})^{\text{яд}} - f_L^{\text{хим}}.$$

Таблица 2.3

Значения коэффициентов f_D , f_{es} и величины I_{spe} для химических и ядерных ракет (рабочее тело для химических ракет O_2/H_2 , для ядерных — H_2)

Параметры	Химические ракеты	Ядерные ракеты
I_{spe} , сек	440	800
f_D	0,05	0,10
f_{es}	0,015 (без защиты)	См. табл. 2.4

Результаты расчетов по этой схеме показаны в табл. 2.4. Таблица¹ показывает, что коэффициент массы защиты ядерной ракеты, которая сравнивается с работающей на химиче-

Таблица 2.4

Значения величины Δv , м/сек при различных f_L и f_{es}

Численные значения Δv , м/сек	Величины коэффициентов f_L и f_{es}	
	f_L	f_{es}
9400	0,05	0,160
8300	0,10	0,179
7000	0,15	0,188
6100	0,20	0,192

ском топливе O_2/H_2 , почти не зависит от назначения ракеты и может быть принят в широком диапазоне условий равным $f_{es} \approx 0,18$. Ядерный летательный аппарат, который имеет большую массу защиты, чем масса при $f_{es} = 0,18$, будет иметь меньший коэффициент полезной нагрузки, чем химический, однако если масса защиты меньше указанной, то ядерные ракеты по своим характеристикам будут превосходить химические. Подставляя $f_{es} = 0,18$ в уравнение (2.137) и принимая коэффициент ослабления $A_s = 10^6$, $\beta = 22$ кг/Мвт, (типичное значение для $I_{spe} \approx 800$ сек, $\eta \approx 0,3$), $K_r = 1400$ Мвт/м³ и $\mu' = 0,042$ см²/г (гл. 5), найдем требуемую массу ядерной ракеты:

$$m_0 \approx 0,5 \cdot 10^5 a_0^2 f_Q^3. \quad (2.137, a)$$

Таким образом, чтобы соревноваться с обычной ракетой при $a_0 = 1$, ядерная ракета должна иметь вес, по меньшей мере равный $m_0 \approx 7,7 \cdot 10^6$ кг, если требуется ослабление радиации ядерного источника, соответствующее $A_s = 10^6$ во всех направлениях. С другой стороны, если требуется защитить только $f_Q = 0,1$ всего пространства (защита в полурастворе 37°), то вес ядерного летательного аппарата не должен превысить $m_0 \approx 7700$ кг. Из предыдущего элементарного анализа можно сделать вывод, что если требуется защита всего пространства ($f_Q = 1$), то ядерные ракеты применять нецелесообразно. Однако если плотность мощности реактора принять постоянной в рассматриваемом диапазоне мощностей, то малая мощность и, следовательно, малое ускорение облегчат проблему защиты.

¹ Согласуется с табл. 2.3. — Прим. автора.

Ядерно-электрические двигатели для создания малых ускорений летательного аппарата. Обратимся теперь к рассмотрению некоторых характеристик ракет с малой тягой, определяемых функциональной связью между конструктивными параметрами летательного аппарата и его летными характеристиками. Разделение аппарата на компоненты здесь несколько не такое, как в случае летательных аппаратов с большой тягой. Здесь также есть такие компоненты массы, как рабочее тело, баки, конструкция, неизменная нагрузка, а также ядерная двигательная система. Для летательных аппаратов с большой тягой мы делили массу двигательной системы на две части: источник ядерной энергии m_r и насосную установку m_{pe} . Это было сделано по двум причинам: 1) при определении характеристик летательного аппарата нас интересовало изучение роли удельной мощности одного источника энергии; 2) большая тяга, требуемая для создания больших ускорений, требует, в свою очередь, относительно больших расходов рабочего тела, и масса насосного оборудования может составлять значительную часть массы всей двигательной системы. В рассматриваемом случае мы не будем делить ядерную двигательную систему на подкомпоненты: во-первых, потому, что мы не задаемся целью детального инженерного исследования большого числа разных систем, методов и устройств, и, во-вторых, поскольку больший методический интерес представляет общий анализ безотносительно к определенной системе, который, конечно, при желании может быть детализирован для учета особенностей конкретных систем.

Итак, рассматриваются только четыре компоненты массы: рабочее тело m_p , полезная нагрузка m_L , баки с креплением m_{st} и ядерная двигательная система m_{pr} , так что стартовая масса равна

$$m_0 = m_{pr} + m_{st} + m_p + m_L. \quad (2.138)$$

Как и в предыдущем случае, общий анализ характеристик основан на том, что мы можем связать компоненты массы с мощностью или энергией, необходимой для полета летательного аппарата. Расход энергии однозначно определяется скоростью истечения и общей массой рабочего тела только в том случае, если скорость истечения остается постоянной в течение полета. Однако, как мы видели [уравнение (2.83)], переменная скорость истечения в некоторых случаях может обеспечить лучшие характеристики летательного аппарата, чем постоянная. Чтобы избежать математических усложнений, которые возникают при определении связи между массой рабочего тела и общим расходом энергии, фиксированным для данных условий полета, в качестве основной переменной будем использовать массу рабочего тела. Это равносильно предположению, что энергия, необходимая для движения, не

накладывает ограничений на динамику летательного аппарата. Так как теперь уже нет уравнения для m_p относительно m_0 , подобного уравнению (2.119) для ракет с постоянным значением I_{sp} , где энергия пропорциональна m_p , необходимо оставить m_p в характеристическом уравнении в качестве параметра.

Баки с креплением учитываем, как и раньше [уравнение (2.121)]. Упростим анализ, предположив, что вся масса двигательной системы линейно связана с ее общей (тепловой) мощностью и характеризуется удельной массой (на единицу мощности), так что

$$m_{pr} = \lambda_{pr} P_r. \quad (2.139)$$

Так как двигательная система должна включать такие элементы, как электрические генераторы, радиаторы, и так как мы можем определить оптимальную скорость истечения без учета особенностей конструкции двигательной системы, то не будем связывать m_{pr} и I_{sp} , как это было сделано для уравнения (2.124), описывающего ядерный двигатель.

Используя (2.138), получаем уравнение для стартовой массы:

$$m_0 = P_r \lambda_{pr} + C_{st} \frac{m_p}{\rho_p^{2/3}} + m_p + m_L. \quad (2.140)$$

Решая его, найдем мощность, потребную на единицу массы летательного аппарата:

$$\frac{P_r}{m_0} = \frac{1}{\lambda_{pr}} \left[1 - \frac{m_p}{m_0} \left(1 + \frac{C_{st}}{\rho_p^{2/3}} \right) - \frac{m_L}{m_0} \right]. \quad (2.141)$$

С помощью этого уравнения исключим P_r/m_0 из уравнения (2.81) и найдем соотношение между постоянным ускорением в свободном пространстве и компонентами массы:

$$a = \frac{2\eta_j [1 - p(m_p/m_0) - (m_L/m_0)] m_p/m_0}{\lambda_{pr} (v_b - v_0) (1 - m_p/m_0)}$$

или

$$a = \frac{2\eta_j (m_{pr}/m_0) (m_p/m_0)}{\lambda_{pr} (v_b - v_0) (1 - m_p/m_0)}, \quad (2.142)$$

где

$$p = 1 + C_{st}/\rho_p^{2/3}.$$

Рассмотрим условия полета, оптимальные в смысле минимума времени полета при заданном приращении скорости безотносительно к дальности полета. Как было показано выше, полет с постоянным ускорением обеспечивает максимальную конечную массу, поэтому минимум времени полета эквивалентен максимуму ускорения. Таким образом, пред-

ставляют интерес распределение масс и другие условия, которые обеспечивают максимальное ускорение летательного аппарата. Из уравнений (2.142) видно, что максимальное ускорение достигается при условии, что удельная мощность двигательной системы бесконечна или когда $\lambda_{pr}=0$. Таким образом, целесообразно повышать удельную мощность двигательной системы. Чтобы найти значение m_p/m_0 , обеспечивающее максимальное ускорение при заданной двигательной системе и неизменной нагрузке, продифференцируем первое из уравнений (2.142) по m_p/m_0 , приравняем к нулю и решим полученное уравнение относительно m_p/m_0 . Используя уравнение (2.138), исключим m_L/m_0 , в результате получим

$$\frac{m_p}{m_0} \left(1 - \frac{m_p}{m_0}\right) p = \frac{m_{pr}}{m_0}. \quad (2.143)$$

Теперь из второго уравнения (2.142) находим максимальное ускорение

$$a_{\max} = \frac{2\eta_j}{\lambda_{pr}(v_b - v_0)} \left(\frac{m_p}{m_0}\right)^2 p. \quad (2.144)$$

Здесь m_p/m_0 должно равняться значению, полученному из уравнения (2.143) для заданного отношения m_{pr}/m_0 .

Используя среднее ускорение, определенное выражением

$$\bar{a}t_b = v_b - v_0 = \int_0^{t_b} a(t) dt,$$

можно рассмотреть условия минимума времени полета летательного аппарата с переменным ускорением полета. Результаты для случая постоянной скорости истечения, который хотя и не является оптимальным в смысле энергетики, но более просто реализуется на практике, значительно сложнее, чем полученные выше.

Рассмотрим теперь вопросы оптимального использования летательного аппарата с заданным распределением массы между ее компонентами. Наибольший интерес представляет определение оптимальных соотношений между дальностью полета и скоростью в конце активного участка. Если ракета способна достичь в свободном полете в конце активного участка скорости v_b , то очевидно, что минимум времени полета между любыми двумя пунктами будет достигнут при мгновенном ускорении аппарата до скорости $v_b/2$ при полете по инерции на расстояние S_0 и затем сбросе скорости на $v_b/2$. Диаграмма зависимости скорости от времени для этого процесса показана на рис. 2.17, а. Интеграл $v=f(t)$ (заштрихованная область) равен расстоянию S_0 , которое пролетает ракета. Однако для конечной скорости истечения уравнения (2.71) и (2.73) показывают, что для мгновенного ускорения и

замедления требуется бесконечная мощность двигателей и, следовательно, бесконечная масса двигательной системы. Для достижения минимума времени полета с двигательной системой минимальной массы тяга должна прикладываться непрерывно, ускоряя летательный аппарат до скорости $1/2 (v_b - v_0)$ в течение первой половины времени полета и замедляя его полет в течение второй половины. Для перелета на расстояние S_0 при нулевой начальной скорости ($v_0=0$) и постоянной тяге надо затратить в два раза больше времени, чем при бесконечно большом ускорении. Соответствующая диаграмма зависимости скорости от времени показана на рис. 2.17, б. Так как увеличение мощности двигательной системы позволит использовать большие ускорения, а значит, и обеспечить меньшее время полета (хотя в то же время снизится полезная нагрузка), становится ясно, что оптимальное распределение времени между ускорением, замедлением и свободным полетом можно найти из условия минимума времени полета t_0 при заданной относительной массе полезной нагрузки m_L/m_0 . Возможный вид диаграммы зависимости скорости от времени для этого более общего случая показан на рис. 2.17, в.

Для случая постоянного ускорения, который соответствует максимальной конечной массе, оптимальное время полета и оптимальное ускорение означают оптимальную скорость в конце активного участка. Дальность полета за время активного участка для случая, показанного на рис. 2.17, в, равна интегралу в этом участке (треугольные части графика):

$$S_b = \frac{1}{4} a t_b^2 = \frac{1}{4} v_b t_b. \quad (2.145)$$

Дальность пассивного полета равна

$$S_c = \frac{1}{2} v_b t_c. \quad (2.146)$$

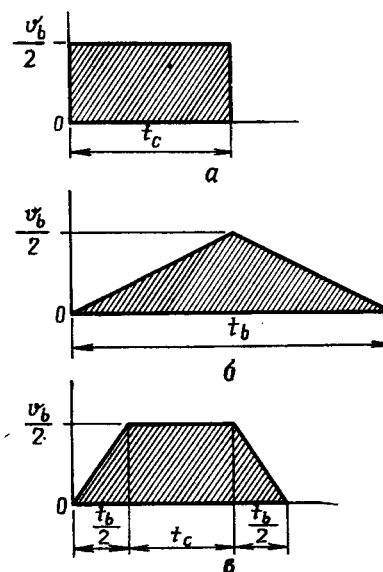


Рис. 2.17. Предельные и оптимальные режимы полета летательных аппаратов с малой тягой:

а — бесконечно большое ускорение и мощность двигательной установки, теоретически минимальное время перелета; б — минимальное ускорение и мощность двигательных установок, максимальное время перелета; в — оптимальное ускорение и мощность двигательной установки, практически минимальное время перелета

Общее время полета и дальность равны $t_0 = t_b + t_c$ и $S_0 = S_b + S_c$ и связаны соотношением [уравнения (2.145) и (2.146)] как

$$t_0 = \frac{2S_0}{v_b} + \frac{t_b}{2}. \quad (2.147)$$

Для нахождения скорости в конце активного участка (при нулевой начальной скорости), которая обеспечивает минимальное общее время полета t_0 , следует продифференцировать уравнение (2.147) по v_b , результат приравнять нулю и решить полученное уравнение относительно v_b , используя тождество $v_b = at_b$ и второе из уравнений (2.142), чтобы выразить t_b через скорость в конце активного участка и компоненты массы летательного аппарата. В результате получим оптимальную скорость в конце активного участка

$$v_{b_{opt}} = \frac{2S_0}{t_b}, \quad (2.148)$$

для которой общее время полета равно

$$t_{0_{min}} = \frac{3}{2} t_b = \frac{3S_0}{v_b} \text{ (ускорение и движение по инерции)}. \quad (2.149)$$

Для постоянного ускорения (без инерционного полета) из уравнения (2.145) получаем

$$t_b = t_{0_{min}} = \frac{4S_0}{v_b}. \quad (2.150)$$

Эти два результата непосредственно не сравнимы, так как при одинаковом распределении массы скорость в конце активного участка v_b для полета с постоянным ускорением (рис. 2.17, а) отличается от скорости полета по программе ускорение — инерционный полет — замедление (рис. 2.17, в). Используя уравнения (2.142), можно исключить v_b из уравнений (2.149) и (2.150) и записать их в функции лишь распределения массы и дальности полета S_0 . Преобразуя полученные уравнения при одном и том же распределении масс, можно показать, что полные времена полета для рассматриваемых случаев связаны с соотношением

$$t_0^c = 0,946 t_0^a. \quad (2.151)$$

Подобный анализ можно провести для летательных аппаратов с постоянной скоростью истечения. Анализ следует начинать скорее с уравнения дальности (2.4), чем с простого уравнения (2.145). Вследствие наличия логарифмических членов этот анализ сложен и проводится здесь не будет. Результаты аналогичны тем, которые выражены в форме уравнений (2.148) и (2.149) для оптимальной скорости в конце активного участка и минимального времени полета (при за-

данных массах летательного аппарата), за исключением того, что в этом случае вводится поправочный коэффициент, возникающий за счет изменения ускорения во время активного полета. Как и в случае полета с постоянным ускорением, время полета для систем с постоянной скоростью истечения можно снизить введением участка инерционного полета.

Нетрудно видеть, хотя это и не является непосредственным результатом предыдущего анализа, что разработка программы полета приводит к выявлению оптимальной скорости истечения для любого летательного аппарата. Для летательного аппарата с постоянной скоростью истечения можно качественно показать зависимость оптимального значения v_e от компонентов массы, введя в качестве параметра оптимизации удельный импульс. Для постоянной скорости истечения и постоянной скорости поступления рабочего тела удельный импульс определяется выражением

$$I_{0a} = \frac{F t_b}{m_0} = \frac{v_e}{g_0} \cdot \frac{m_p}{m_0}. \quad (2.152)$$

Используя уравнение (2.140) для выражения m_0 через компоненты массы и уравнение (2.71) для P_r , стартовый удельный импульс можно записать в виде

$$I_{0a} = \frac{v_e / g_0}{v_e^2 \lambda_{pr} / 2 \eta_j t_b g_0 + p + m_L / m_p}. \quad (2.153)$$

Учитывая тождество $m_L / m_p = (m_L / m_0) (m_0 / m_p)$ и уравнение (2.152), m_L / m_p можно исключить из уравнения (2.153) и результат разрешить относительно I_{0a} :

$$I_{0a} = \frac{\left(1 - \frac{m_L}{m_0}\right) \frac{v_e}{g_0}}{\frac{\lambda_{pr}}{2 \eta_j t_b} \cdot \frac{v_e^2}{g_0} + p}. \quad (2.154)$$

Дифференцируя по v_e , приравнявая результат нулю и решая полученное уравнение относительно v_e , находим условие экстремума (здесь максимума) для I_{0a} :

$$v_{e_{opt}} = \sqrt{\frac{2 \eta_j t_b p}{\lambda_{pr}}}. \quad (2.155)$$

Из уравнения (2.155) видно, что $v_{e_{opt}} \rightarrow \infty$ при $t_b \rightarrow \infty$. Подставляем уравнение (2.155) в уравнение (2.154) и, используя уравнение (2.152), получаем значение начального ускорения в этом оптимальном полете:

$$a_0 = \left(1 - \frac{m_L}{m_0}\right) \frac{\eta_j}{v_e \lambda_{pr}} = \left(1 - \frac{m_L}{m_0}\right) \sqrt{\frac{\eta_j}{2 \lambda_{pr} t_b g_0 p}}. \quad (2.156)$$

Для случая постоянного ускорения оптимальная скорость истечения является функцией времени, непрерывно увеличивающейся в течение полета, в то время как рабочая мощность остается постоянной. Этот результат становится очевидным, если с помощью уравнений (2.83) и (2.144) исключить a и, таким образом, определить $v_e(t)_{opt}$ как функцию времени, скорости в конце активного участка и конструктивных параметров летательного аппарата. С другой стороны, с помощью уравнения (2.149) можно исключить время активного участка и получить уравнение, включающее дальность полета и достижимую дополнительную скорость летательного аппарата. Выполняя указанные действия и подставляя значения $v_b - v_0 = at_b$ из уравнения (2.80), находим зависимость от времени оптимальной скорости истечения

$$v_e(t)_{opt} = \sqrt{\frac{2\eta_j P}{\lambda_{pr}}} \left(\frac{m_p}{m_0} \cdot \frac{t - t_b}{\sqrt{t_b}} + \sqrt{t_b} \right), \quad (2.157)$$

которая при $t = t_b$ совпадает со значением, даваемым формулой (2.155) для постоянной скорости истечения.

Некоторые количественные стороны оптимизации можно показать на примере. Для использованных выше значений параметров $\eta_j = 0,25$, $\lambda_{pr} = 2250 \text{ кг/Мвт}$, $C_{st} = 15 \text{ (кг/м}^3\text{)}^{1/4}$ и $\rho_p = 11\,000 \text{ кг/м}^3$ из уравнения (2.155) находим оптимальную скорость истечения $v_e = \sqrt{0,245 t_b} \text{ м/сек}$. Например, для времени работы двигателя 10^7 сек (116 суток) требуется скорость истечения $v_e = 0,5 \cdot 10^5 \text{ м/сек}$ или удельный импульс $I_{sp} = 4860 \text{ сек}$, т. е. в 15 раз больше, чем удельный импульс лучших ракетных двигателей на обычном химическом топливе.

Понятие «оптимальная скорость истечения» имеет интерес скорее теоретический, так как скорость истечения, которая обеспечивается любым типом двигательной системы, определяется конструктивными параметрами и условиями полета данной системы. Таким образом, оптимальная скорость истечения может служить переменной, связывающей конструктивные параметры двигательной системы с требуемыми условиями полета летательного аппарата.

Выше всюду предполагалось, что располагаемая энергия системы бесконечна. Это позволяло рассматривать мощность двигательной системы P_r и время ее работы t_b в качестве независимых параметров, что справедливо лишь в том случае, если масса делящегося вещества, расходуемая при выработке энергии для полета, мала по сравнению с массой, потребной для поддержания критичности реактора. В реакторах обычно нельзя «сжечь» больше чем 10—20% запаса делящегося вещества. Таким образом, если критическая масса равна, например, 45 кг, то располагаемая энергия будет ограничена

теплом, получаемым от деления примерно 4,5 кг. Однако можно представить себе реактор, в который делящийся материал непрерывно подается по мере его расходования; для таких систем и расход топлива может составить, например, 450 кг за полет. (В расчет принимаются только экономические соображения: высокообогащенный U^{235} стоит около 13 000 долл. 1 кг.) Так как 1 г делящегося вещества эквивалентен 1 Мвт·сутки энергии, то можно рассматривать энергию $10^7 \text{ Мвт} \cdot \text{час}$ в качестве верхнего предела, выше которого следует отказаться от допущения о бесконечной мощности источника энергии. Если двигательную систему нельзя «перезаряжать», то граница будет составлять лишь 0,01 этой величины. Если бы большое ускорение можно было сочетать с большой скоростью истечения и малой удельной массой источников электрической энергии, то потребление энергии в ракетном полете не вызывало бы таких больших затрат.

В предыдущем разделе был дан обзор большого числа задач оптимизации, связанных с полетом летательных аппаратов при малой тяге или по инерции; при этом был получен лишь общий характер оптимальных условий. В связи с этим следует подчеркнуть, что ни один критерий оптимизации не имеет особых преимуществ по сравнению с любым другим. Исследователь должен решить, по какому параметру следует вести оптимизацию в данной задаче, и получить решения для каждого частного случая. Чаше всего на практике приходится учитывать ряд конструктивных особенностей, поэтому достижимые рабочие условия будут ниже теоретического оптимума. Очевидно, эти практические ограничения зависят от научно-технического уровня конструирования двигательных систем и, следовательно, будут со временем меняться. Поэтому общее исследование этих инженерных проблем представляет малую практическую ценность, так как в связи со стремительным развитием техники результаты быстро стареют. Однако основные ограничения и оптимальные условия, полученные выше на основании закона сохранения энергии, останутся справедливыми для всех уровней развития технологий энергетических систем и будут служить неизменным руководством при исследовании основных вопросов ракетодинамики.

Самолетные ядерные двигатели. Перейдем теперь к краткому рассмотрению связи летных характеристик самолета с ядерным двигателем и его конструктивных параметров. Как и в предыдущих случаях, целесообразно рассматривать обобщенные параметры двигателя; более детальное исследование можно найти в специальных руководствах.

Рассмотрим вначале рис. 2.18. На нем схематически показаны ядерный двигатель и интересующие нас при анализе параметров.

Тягу можно записать в виде

$$F = -\dot{m}_a(v_e - v_0) = -\dot{m}_a g_0 I_{sp_e} = A_0 \rho_0 v_0 (v_e - v_0), \quad (2.158)$$

где A_0 — эффективная площадь воздухозаборника при плотности и скорости невозмущенного потока воздуха ρ_0 и v_0 (она может отличаться от геометрической площади). Из формулы видно, что F достигает максимума при $v_0 = v_e/2$, что соответствует ранее полученным выводам [уравнение (2.16)] о максимально достижимой скорости полета при заданной мощности. Конечно, не представляется возможным работать с постоянной мощностью при любой скорости полета, если ядерные

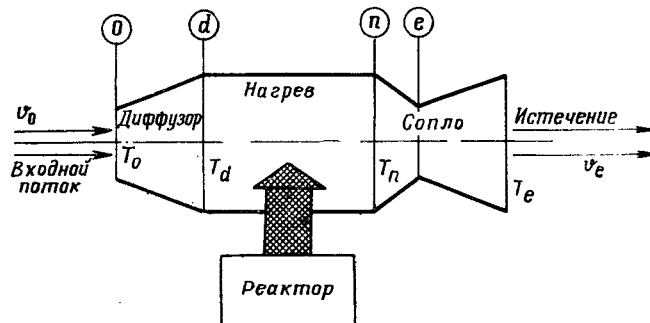


Рис. 2.18. Схема турбореактивного двигателя

двигатели ограничены по температурному режиму: прочность конструкционных материалов уменьшается при возрастании температуры, а мощность связана с температурой воздуха, поступающего в двигатель, соотношением

$$P_r = \dot{m}_a \frac{c_p}{\eta_h} (T_n - T_d), \quad (2.159)$$

где c_p — удельная теплоемкость между температурами T_n и T_d , а потери энергии (в смысле достижения максимальной температуры T_n) учтены коэффициентом эффективности η_h . Найдем эффективный удельный импульс в зависимости от этих температур, исключив расход воздуха \dot{m}_a с помощью уравнений (2.71) и (2.59). В результате получим

$$g_0 I_{sp_e} = \sqrt{\frac{2\eta_j c_p}{\eta_h} (T_n - T_d)}. \quad (2.160)$$

Температура воздуха T_d , скорость которого при сжатии падает с большой величины v_0 до $v_d \ll v_0$, достаточно точно определяется выражением

$$T_d = T_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right) \eta_c \quad (2.161)$$

где γ — среднее значение показателя адиабаты в диапазоне температур T_0 — T_d ; M_0 — число М; η_c — коэффициент эффективности сжатия. Этот коэффициент сам является функцией γ и M_0 , но будем его использовать в том виде, как он записан в уравнении (2.161). С помощью уравнений (2.160) и (2.161) исключим из уравнения (2.158) явную зависимость тяги от скорости истечения и выразим ее в функции скорости полета и температуры воздуха в двигателе. Выполняя преобразования и пренебрегая величиной v_d , получим

$$F_e = A_0 \rho_0 v_0 \sqrt{\frac{2\eta_j c_p}{\eta_h} \left\{ T_n - T_0 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{v_0}{v_s} \right)^2 \right] \eta_c \right\}}, \quad (2.162)$$

где v_s — скорость звука в атмосфере, $v_s = \sqrt{\gamma g_0 R_u T_0 / M}$; R_u — универсальная газовая постоянная, равная 848 моль/град; M — молекулярный вес воздуха. Тяга на единицу массы воздушного потока называется эффективным удельным импульсом и определяется уравнением

$$I_{sp_e} = \frac{F_e}{\rho_0 A_0 v_0} = \sqrt{\frac{2\eta_j c_p}{\eta_h} \left\{ T_n - T_0 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{v_0}{v_s} \right)^2 \right] \eta_c \right\}}. \quad (2.163)$$

Для двигателей с ограниченной температурой эти уравнения показывают, что при увеличении скорости полета эффективный удельный импульс уменьшается значительно быстрее, чем падает тяга. Из уравнения (2.163) видно, что предельная скорость полета, при которой удельный импульс равен нулю, определяется в зависимости от конструктивных параметров двигателя T_n и η_c соотношением

$$v_0 | I_{sp_e} = 0 = v_s \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \cdot \frac{T_n - \eta_c T_0}{\eta_c T_0}} \equiv v_{0\max}. \quad (2.164)$$

Для типичных значений $\eta_c = 0,7$, $T_n \approx 1100^\circ \text{K}$, $T_0 = 273^\circ \text{K}$ и $\gamma = 1,375$ эта скорость составляет $M_{0\max} = v_{0\max}/v_s = 5,0$.

Чтобы показать зависимость эффективного удельного импульса от скорости полета, уравнение (2.163) представлено в виде графиков на рис. 2.19, где показана зависимость I_{sp_e} от числа M_0 для нескольких произвольных значений T_n при значениях параметров, указанных выше, а также для $\eta_j = 0,3$, $\eta_h = 0,1$, $\eta_c = 0,7$, $c_p = 0,45$ ккал/кг $^\circ \text{K}$ и $M = 29$ кг/кг·моль. Вследствие допущения, что коэффициенты эффективности постоянны, зависимости, представленные на кривых рис. 2.19, не совсем правильны, так как в действительности каждый из коэффициентов меняется с изменением скорости полета; наиболее чувствителен к v_0 коэффициент сжатия η_c , который быстро падает при увеличении v_0 в сверхзвуковой области. Несмотря на это, общая тенденция показана правильно.

Возвращаясь к уравнению (2.158), хочется подчеркнуть, что фактическая предельная скорость полета любого летательного аппарата, движущегося за счет ускорения захватываемого воздуха атмосферы, в которой он летит, как раз равна скорости, при которой эффективная тяга равна нулю (т. е. $v_{0\max} = v_e$). Никакой воздушно-реактивный самолет с ядерным двигателем в горизонтальном полете не может иметь скорость больше скорости истечения потока из двигателя. Чтобы приблизиться к этой предельной скорости, необходимо иметь двигатель, работающий в относительно широ-

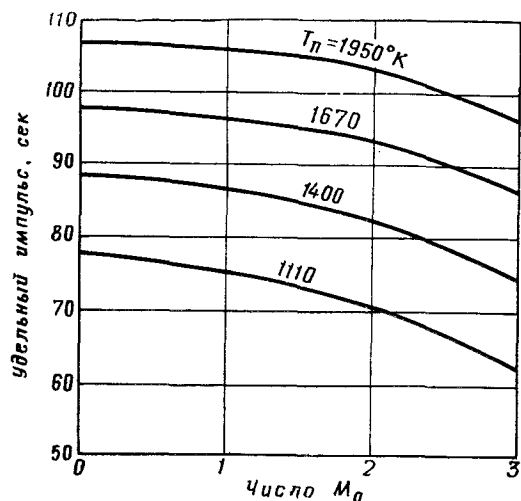


Рис. 2.19. Зависимость удельного импульса от скорости полета (числа M_0) и максимальной температуры воздуха в двигателе

ком диапазоне мощностей с возрастанием мощности при увеличении скорости полета. Наш более ранний результат, из которого следует, что предельная скорость равна половине скорости истечения, относится к двигателю постоянной мощности и, следовательно, с переменной скоростью истечения. Однако этот случай не имеет большого практического значения и дальше рассматриваться не будет.

Обратимся теперь к исследованию зависимости компонентов массы самолета от его летных характеристик и конструктивных параметров. Будем считать весь летательный аппарат состоящим из фюзеляжа массой m_b , крыла m_w , хвостового оперения m_t , ядерного реактора m_r , защиты от его радиации (если она требуется) m_{sh} , реактивного двигателя m_j и полезного груза m_d . Стартовая масса равна сумме этих масс:

$$m_0 = m_b + m_w + m_t + m_r + m_{sh} + m_j + m_d. \quad (2.165)$$

В качестве первого приближения можно считать общую массу крыла и хвостового оперения пропорциональной стартовой массе:

$$m_w + m_t = C_{wt} m_0. \quad (2.166)$$

Коэффициент C_{wt} зависит от типа летательного аппарата; таким образом, правильное численное значение его не может быть выбрано без анализа его зависимости от нагрузки на крыло и геометрии самолета. Однако формула (2.166) качественно вполне соответствует требованиям анализа связи летных характеристик и характеристик двигателя. Массу фюзеляжа также приближенно можно считать пропорциональной стартовой массе самолета:

$$m_b = C_b m_0. \quad (2.167)$$

Масса двигателей пропорциональна мощности P_r . Если ограничить рассмотрение системами, в которых вся генерируемая мощность уносится потоком воздуха в двигателях, то суммарная масса двигателей и ядерного реактора будет пропорциональна мощности:

$$m_r + m_j = (\lambda_r + \lambda_j) P_r. \quad (2.168)$$

Если требуется защита от радиации, в уравнение стартовой массы необходимо включить член m_{sh} . Так как при прохождении через материал радиация ослабевает по экспоненциальному закону, то масса защиты зависит от мощности ядерного источника не по линейному закону. Как показано в гл. 5, толщина защиты для заданного ослабления радиации A_s до рассеянного потока квантов приблизительно равна $t_{sh} = (1/\mu) \ln A_s$, где μ — коэффициент поглощения и A_s — отношение мощности источника ядерной радиации к мощности рассеянного потока. Для γ -квантов, возникающих в результате процесса деления, коэффициент поглощения $\mu = 0,045 \rho_s$, $1/\text{моль}$ для материала защиты плотностью ρ_s , g/cm^3 . Если требуется круговая защита сферического источника излучения радиусом R , то масса материала для защиты от гамма-радиации приблизительно равна $m_{sh\gamma} = 4\pi R^2 t_{sh} \rho_s$. Оказалось, что для многих практических случаев масса материала, требуемая для защиты от излучаемых ядерным реактором нейтронов, почти одинакова с массой защиты от γ -квантов, хотя используемые материалы могут быть весьма различны (например, вода или углеводороды для нейтронов, свинец, железо или вольфрам для γ -квантов); таким образом, общую массу защиты можно оценить величиной $m_{sh} \approx 2m_{sh\gamma}$. Более детально эти вопросы рассмотрены в гл. 5. Радиус источника излучения пропорционален массе источника m_r , а значит, $\lambda_r P_r$, так как $4/3 \pi R^3 \rho_r = m_r = \lambda_r P_r$, где ρ_r — плотность массы источника.

Разрешая эти уравнения относительно R^2 и используя выражения для толщины защиты от гамма-излучения, общую массу защиты приближенно можно принять равной

$$m_{sh} \approx \frac{8\pi}{(4\pi/3)^{2/3}} \cdot \frac{(\lambda_r P_r)^{2/3} \ln A_s}{0,045 (\rho_r)^{2/3}}. \quad (2.169)$$

(μ выражено через ρ_s , чтобы исключить из уравнения плотность защиты). Масса защиты будет выражена в кг, если величина λ_r выражена в кг/Мвт, P_r — в Мвт и ρ_r — в кг/м³.

Включение этого соотношения в уравнение для стартовой массы (2.165) сильно усложняет анализ, так как это приводит к кубическому уравнению относительно P_r . Вместо этого используем для массы источника и двигателя линейное соотношение, но оставим для массы защиты зависимость от λ_r в виде

$$m_{sh} = C_{sh} \lambda_r^{2/3} P_r \equiv \lambda_{sh} P_r, \quad (2.170)$$

где коэффициент $C_{sh} \approx 310 (\ln A_s) / \rho_r^{2/3} P_r^{1/3}$. При увеличении P_r он уменьшается медленно, поэтому без большой ошибки его можно взять постоянным в достаточно большом диапазоне мощности системы. Полезный груз включает в себя все вспомогательное оборудование, электронную технику и т. п.

Комбинируя уравнения для масс компонентов самолета, получаем простую приближенную формулу

$$m_0 = \frac{(\lambda_r + \lambda_j + \lambda_{sh}) P_r + m_d}{1 - (C_{wt} + C_b)}. \quad (2.171)$$

Используя это уравнение и уравнение (2.111), можно установить зависимость конструктивных параметров двигателей от скорости горизонтального полета летательного аппарата. Определяя отношение мощности к стартовой массе из уравнения (2.171) и из уравнения (2.111), находим максимальную скорость полета при заданном полезном грузе:

$$v_L = \frac{c_L}{c_D} \frac{\eta_j (1 - C_{wt} - C_b - m_d/m_0)}{g (\lambda_r + \lambda_j + \lambda_{sh})}. \quad (2.172)$$

Из этого соотношения видно, что максимально достижимая скорость горизонтального полета является линейной функцией полезного груза и стремится к нулю, когда значение m_d/m_0 приближается к $1 - C_{wt} - C_b$. Интересно отметить, что удельная масса ядерного реактора λ_r , пока она сравнима с удельными массами двигателей λ_j и защиты $\lambda_{sh} = C_{sh} \lambda_r^{2/3}$, оказывает малое влияние на летные характеристики (удель-

ная масса защиты мала, т. е. коэффициент C_{sh} мал в случае беспилотного ядерного самолета). Для пилотируемых самолетов λ_{sh} может быть большим (велик коэффициент C_{sh}), т. е. $\lambda_{sh} \approx 90-180$ кг/Мвт, и из уравнения (2.172) видно, что небольшое изменение удельной массы реактора λ_r может привести к значительному изменению характеристик, даже если λ_r много меньше λ_j или λ_{sh} . Поэтому ясно, что беспилотный самолет имеет значительно меньше ограничений при конструировании двигателей и обеспечивает лучшие летно-технические характеристики (скорость, полезную нагрузку) при тех же возможностях ядерного реактора.

На рис. 2.20 показаны зависимости скорости полета v_L от удельной массы реактора λ_r для нескольких значений коэффициента C_{sh} в величине удельной массы защиты λ_{sh} при доле полезного груза $m_d/m_0 = 0,15$. Другие значения параметров при расчетах приняты, как и в предыдущих случаях, равными следующим величинам: $\lambda_j = 18$ кг/Мвт, $C_{wt} + C_b = 0,60$, $C_L/C_D = 4,0$ и $\eta_j = 0,30$. Обычные турбореактивные двигатели имеют удельную массу λ_j порядка 18—22 кг/Мвт. Прямоточные воздушно-реактивные двигатели, как более простые по конструкции, могут быть раза в два легче, чем турбореактивные, т. е. $\lambda_j \approx 9-14$ кг/Мвт. Используя значение $\lambda_j = 18$ кг/Мвт, мы предполагаем, что двигательная часть ядерной установки по массе сравнима с обычными реактивными двигателями. Все дополнительные массы, которые могут потребоваться в ядерной установке, такие, как теплообменники «теплоноситель — воздух», должны быть включены в λ_r . Выбор $C_{wt} + C_b = 0,60$ обеспечивает отношение масс конструкции и самолета к массе двигателей и полезному грузу, приблизительно равное $3/2$. Заметим, что необходимо ввести коэффициент перехода от мегаватт к другим единицам мощности, чтобы в уравнении (2.172) использовать λ в кг/Мвт.

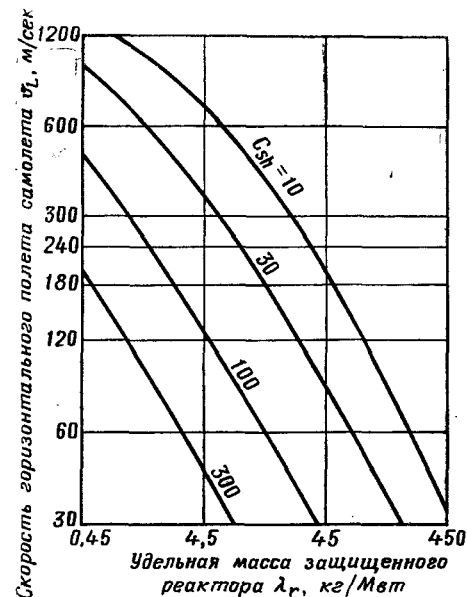


Рис. 2.20. Зависимость летных характеристик ядерного самолета от удельной массы ядерного реактора

ная масса защиты мала, т. е. коэффициент C_{sh} мал в случае беспилотного ядерного самолета). Для пилотируемых самолетов λ_{sh} может быть большим (велик коэффициент C_{sh}), т. е. $\lambda_{sh} \approx 90-180$ кг/Мвт, и из уравнения (2.172) видно, что небольшое изменение удельной массы реактора λ_r может привести к значительному изменению характеристик, даже если λ_r много меньше λ_j или λ_{sh} . Поэтому ясно, что беспилотный самолет имеет значительно меньше ограничений при конструировании двигателей и обеспечивает лучшие летно-технические характеристики (скорость, полезную нагрузку) при тех же возможностях ядерного реактора.

Из графиков непосредственно видно быстрое уменьшение скорости горизонтального полета при увеличении значения λ_r для весовых коэффициентов защиты в диапазоне, соответствующем пилотируемому самолету, по сравнению с медленным изменением скорости при изменении λ_r для беспилотного самолета. Например, для одной и той же полезной нагрузки при скорости полета $v_L = 500$ м/сек удельная масса ядерного реактора в самолете без защиты может быть в 10 раз больше, чем в самолете с защитой. Реактор с большой удельной массой, естественно, сконструировать легче, чем с малой, так как при этом он может работать при значительно более низкой плотности мощности. На рис. 2.21 показаны соотно-

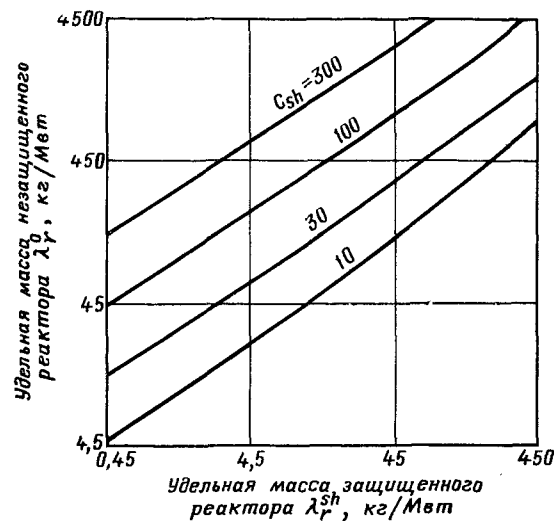


Рис. 2.21. Соотношение между удельными массами реакторов защищенного и незащищенного типов при одинаковых летных характеристиках

шения между удельной массой реакторов с различными уровнями защиты и удельной массой незащищенного реактора для одинаковых летных характеристик. Из этих зависимостей видно, что необходимость защиты накладывает жесткие требования на характеристики реактора.

При более детальном анализе характеристик самолета с ядерным двигателем возникает много других оптимальных условий. Особый интерес представляет комбинированный самолет, в котором химические двигатели используются вместе с ядерными. Такие гибридные системы могут обеспечить большую тягу в течение короткого промежутка времени и, таким образом, обеспечить высокую скорость «спринтер-

ского» полета при относительно малой дальности, в то время как одни ядерные двигатели позволяют летать практически неограниченно далеко с невысокой скоростью полета. Общий анализ таких летательных аппаратов сложен, так как по мере выгорания обычного топлива во время «спринтерского» полета масса летательного аппарата со временем изменяется, а массы до и после «спринта» весьма различны, что значительно изменяет аэродинамические условия полета с ядерными двигателями.

ГЛАВА 3

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА И ГАЗОДИНАМИКА

Процессы теплопередачи в ядерном реактивном двигателе весьма сложны, и поэтому их целесообразно проанализировать, рассмотрев конкретную конструкцию. Любая попытка сделать это в общем виде малорациональна. Представляется более целесообразным, во-первых, рассмотреть основные способы передачи тепла, обращая внимание на приложение их к задачам и возможностям, характерным для ядерных реактивных двигателей, включая такие явления, как радиация и диссоциация; во-вторых, рассмотреть характеристики потока сжимаемой жидкости при подводе к нему тепла. Совместное рассмотрение теплопередачи и газодинамики создает основу для всестороннего расчета реактора реактивного двигателя. Использование соответствующих уравнений теплопередачи и газодинамики позволяет получить в параметрической форме количественные соотношения для теплового расчета. Хотя приведенные результаты по указанной выше причине не являются в деталях точными, на основании их можно определить тенденции взаимодействующих влияний различных физических процессов. Кроме того, в настоящей главе будет рассмотрено течение жидкости в сопле и механизм образования тяги в реактивном двигателе. В ядерных реактивных двигателях во многих случаях можно использовать диссоциацию, которая в случае реактивных двигателей, работающих на химических топливах, ведет к ухудшению их характеристик.

3.1. ВИДЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

3.1.1. Теплопроводность. Согласно основам термодинамики внутренняя энергия материального тела соответствует физическому и химическому состоянию тела. Это состояние определяется его микроструктурой, т. е. расположением и движением молекул и атомов. Теория теплопроводности осно-

вана на модели, согласно которой передача внутренней энергии через твердое тело, жидкость и газ представляет собой диффузионный процесс, в котором взаимодействие между смежными атомами, молекулами или кристаллическими группами переносит тепловую энергию (энергию микроскопического движения) через вещество.

Основные уравнения. В основе гипотез, на которых базируется теплопередача, лежат экспериментальные данные, полученные независимо от понимания действительно существующих физических процессов. Основной закон теплопроводности впервые был сформулирован в 1882 г. Д. Фурье. Хотя его гипотеза основана на математическом анализе экспериментальных данных, тем не менее она полностью соответствует моделям классической термодинамики. Основное уравнение одномерной линейной стационарной теплопроводности у тел с постоянными свойствами имеет вид

$$\frac{dq}{dA} = -k \frac{dT}{dx} \equiv \frac{q}{A}, \quad (3.1)$$

где q — количество тепла; A — площадь, нормальная к направлению теплового потока; k — коэффициент теплопроводности; dT/dx — температурный градиент.

Эта формула является также определяющей для коэффициента теплопроводности.

Во многих ядерных реакторах активные зоны симметричны, и поэтому можно использовать одномерные уравнения теплопередачи. Однако, чтобы сделать подробный анализ проблем теплопередачи, необходимо применять более общую форму уравнения теплопроводности. Для того чтобы получить это более общее уравнение, рассмотрим теплопроводность внутри элементарного объема тела $d\tau = dx \, dy \, dz$, имеющего плотность ρ , удельную теплоемкость c_p и количество тепла, выделяемого на единицу объема, K (рис. 3.1).

Распределение температуры можно найти, исходя из баланса энергии в элементе объема за единицу времени:

$$(\text{количество тепла, выделяемого внутри тела}) + (\text{подведенное тепло}) = (\text{отведенное тепло}) + (\text{величина изменения внутренней энергии}). \quad (3.2)$$

В алгебраической форме этот баланс имеет вид

$$K d\tau \, dt + (dq_x + dq_y + dq_z) \, dt = \left[dq_x + \frac{\partial (dq_x)}{\partial x} dx \right] dt + \\ + \left[dq_y + \frac{\partial (dq_y)}{\partial y} dy \right] dt + \left[dq_z + \frac{\partial (dq_z)}{\partial z} dz \right] dt + \\ + \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} d\tau \, dt. \quad (3.3)$$

После преобразования находим

$$d\tau - \frac{\partial}{\partial x} (dq_x) dx - \frac{\partial}{\partial y} (dq_y) dy - \frac{\partial}{\partial z} (dq_z) dz = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} d\tau. \quad (3.4)$$

Для трехмерного случая уравнение (3.1) в направлении x можно записать так:

$$dq_x = -k_x \frac{\partial T}{\partial x} dy dz. \quad (3.5)$$

Если заменить этим и подобными ему выражениями для координат y и z соответствующие члены в уравнении (3.4)

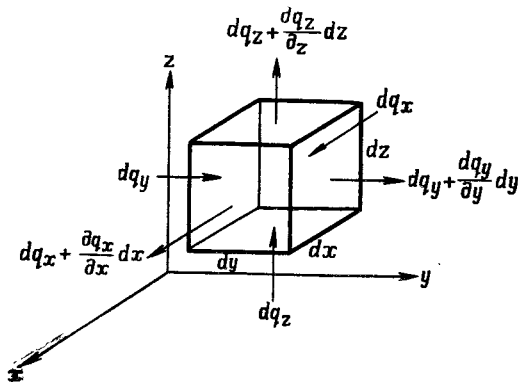


Рис. 3.1. Тепловой поток, проходящий через элементарный объем

при условии, что $d\tau = dx dy dz$, получим общее выражение для баланса энергии

$$K + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.6)$$

где k — коэффициент теплопроводности материала в определенном (i -м) направлении. В случае когда теплопроводность материала постоянна, легко получить уравнение теплопроводности Фурье

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{K}{\rho c_p} \right). \quad (3.6, a)$$

Здесь $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ — коэффициент температуропроводности; ∇^2 — оператор Лапласа (приведен в табл. 4.4 для нескольких систем координат). Коэффициент температуропроводности определяет проводимость материала, и когда тепло не

образуется внутри тела, он является входящей в уравнение теплопроводности константой, характеризующей теплоинерционные свойства материала. Следовательно, скорость выравнивания температуры внутри не имеющего внутренних источников тепла тела зависит только от коэффициента его температуропроводности.

Стационарная теплопроводность. Для частного случая стационарной теплопроводности без внутреннего источника тепла и для постоянных физических свойств уравнение (3.6, а) преобразуется в уравнение Лапласа

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0. \quad (3.7)$$

Аналитические решения этого уравнения могут быть получены для простых геометрических форм и граничных условий, однако для многих сложных реальных форм решения в большинстве случаев затруднены. В этих случаях для определения распределения температуры часто используются численные или аналоговые методы. В последующих разделах будут рассмотрены принципиальные особенности этих методов. Простота одномерных уравнений особенно полезна в начальной фазе создания любой конструкции, когда желательно изучить влияние изменения многих основных параметров. Для случая постоянного температурного градиента dT/dx по площади теплового потока A уравнение (3.1) можно записать в интегральной форме

$$\int_0^L dx \frac{q}{A} = - \int_{T_1}^{T_2} dt k. \quad (3.8)$$

Проиллюстрируем применение уравнения (3.8) для некоторых простых, представляющих интерес геометрических форм.

а) Поток тепла через плоскую однородную стенку без внутренних источников тепла при толщине ее $2a$ и фиксированной температуре с каждой стороны может быть непосредственно определен путем интегрирования уравнения (3.8). Если A и k постоянны, то

$$\frac{2a}{A} = \frac{k}{q} (T_1 - T_2). \quad (3.9)$$

б) Поток тепла через стенку круглого полого цилиндра без внутренних источников тепла может быть легко найден, если $x=r$, а величина A может быть выражена как функция r , а именно: $A=2\pi rH$,

где H — высота цилиндра. Тогда уравнение (3.8) может быть представлено как

$$\int_a^b \frac{dr}{2\pi r H} = -\frac{1}{q} \int_{T_1}^{T_2} k dT. \quad (3.10)$$

Если k не зависит от температуры, то после интегрирования получим

$$\frac{1}{2\pi H} \ln \frac{b}{a} = \frac{k}{q} (T_1 - T_2). \quad (3.11)$$

в) Поток тепла через сферическую стенку без внутренних источников тепла можно найти, если снова принять, что $x=r$, тогда $A=4\pi r^2$, а

$$\int_a^b \frac{dr}{4\pi r^2} = -\frac{1}{q} \int_{T_1}^{T_2} k dT. \quad (3.12)$$

Производя интегрирование при k , не зависящем от температуры, получим

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = \frac{k}{q} (T_1 - T_2). \quad (3.13)$$

Хотя приведенные выше уравнения находят некоторое практическое применение для расчета реакторов ядерных реактивных двигателей, большой класс задач включает условия выделения тепла внутри конструкций и материалов. Это имеет место во всех элементах реактора независимо от того, содержат они делящееся вещество или нет, так как энергия в них выделяется при поглощении ядерного излучения активной зоны.

Рассмотрим случаи некоторых простых геометрических форм.

а) Для стенки с внутренними источниками тепла, одинаково охлаждаемой с обеих сторон, уравнение (3.6) сводится к одномерному и при стационарном процессе и постоянной теплопроводности приобретает вид

$$k \frac{d^2 T}{dx^2} + K = 0. \quad (3.14)$$

Интегрируя и полагая $K = \text{const}$, получим

$$T = -\frac{Kx^2}{2k} + C_1 x + C_2. \quad (3.15)$$

Используя предположение об одинаковом теплоотводе с обеих поверхностей стенки и отсчитывая x от среднего сечения стенки, можно найти постоянные C_1 и C_2 по граничным

условиям $\frac{dT}{dx} = 0$ при $x=0$ и $T=T_s$ при $x=\pm a$. С учетом этих условий находим решение

$$T(x) - T_s = \frac{K}{2k} (a^2 - x^2). \quad (3.16)$$

б) Для твердого цилиндра с внутренними источниками тепла. Представим уравнение (3.6) в цилиндрических координатах

$$\frac{K}{k} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\rho c_p}{k} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (3.17)$$

Для стационарного процесса при бесконечной длине твердого цилиндра уравнение (3.17) приводится к следующему виду:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{K}{k} = 0, \quad (3.18)$$

откуда, как и выше, для постоянного тепловыделения в стержне, имеющем радиус b и температуру на поверхности T_s , имеем

$$T(r) - T_s = \frac{K}{4k} (b^2 - r^2). \quad (3.19)$$

Подробные сведения для более сложных геометрических форм и граничных условий можно найти в специальной литературе.

Нестационарная теплопроводность. Когда внутри тела, проводящего тепло, распределение температуры изменяется по времени, основное уравнение теплопроводности (3.6) должно быть решено с учетом введения зависимости температуры от времени через первую производную температуры по времени. Решения в общем случае с учетом влияния этой зависимости являются более трудными, чем в частном случае стационарной теплопроводности потока. Причина этого в том, что уравнение (3.6) записано в частных производных при пространственно-временных переменных. При отсутствии зависимости от времени образующееся уравнение для пространственных переменных легко преобразовать в обыкновенное дифференциальное уравнение.

При выполнении этого преобразования для временной зависимости, как и для стационарного случая, часто используется способ разделения переменных. Этот способ приводится в гл. 4, где даны примеры решения некоторых математических проблем, возникающих в нейтронной физике реактора.

Рассмотрим некоторые случаи, которые представляют интерес для расчета реактора:

1. Бесконечная стенка с известным, но неравномерным распределением начальной температуры и с заданной постоянной температурой поверхности.

2. Бесконечная стенка с заданной начальной температурой, внезапно погруженная в жидкость, имеющую постоянную температуру и постоянный коэффициент теплоотдачи.

3. Сфера или бесконечно длинный цилиндр с заданной начальной температурой и постоянной температурой поверхности или с постоянной температурой жидкости и с постоянным коэффициентом теплоотдачи в момент времени $t=0$.

4. Бесконечная стенка с одной и той же начальной температурой, в которую начиная с момента времени $t=0$ поступает постоянный и линейно меняющийся во времени тепловой поток.

Последний случай соответствует примеру квазистационарного решения быстроизменяющегося процесса, который встречается в реальном реакторе, имеющем цилиндрическую активную зону, отделенную от внешней (боковой) области отражателя цилиндрической оболочкой из теплоизоляционного материала (например, пиролитического графита, графита и Al_2O_3). Когда в реакторе достигается критичность и его температура возрастает в результате реакции деления, интенсивность увеличения температуры на внутренней поверхности изолятора определяется интенсивностью увеличения температуры активной зоны и теплообменом между активной зоной и изоляцией. Простым приближением к действительно протекающему быстроизменяющемуся процессу является предположение о том, что температура внутренней поверхности возрастает во времени линейно до тех пор, пока не достигнет температуры активной зоны. В то же время внешняя поверхность остается изолированной (т. е. тепло не передается отражателю). При таких условиях внутри изолятора будет достигаться квазистационарный профиль температуры, поскольку температура на внутренней стенке станет расти во времени линейно. Таким образом, распределение температуры $T(x)$ поперек стенки будет иметь константой величину $\partial T(x)/\partial t = \text{const} = dT_s/dt$, где T_s — температура внутренней стенки. Для этого особого случая при нахождении распределения температуры в любой момент времени в течение квазистационарного периода можно использовать уравнение (3.6). В результате для стенки толщиной L при x , измеряемом от нагретой поверхности, получим

$$\Delta T(x) = T_s - T(x) = \frac{L^2}{\alpha} \cdot \frac{dT_s}{dt} \left(\frac{x}{L} - \frac{x^2}{2L^2} \right). \quad (3.20)$$

3.1.2. Приближенные методы решений. Как уже ранее упоминалось, получить аналитические решения дифференциального уравнения теплопроводности очень трудно, за исключением случаев простейших геометрических и граничных условий. С другой стороны, почти для любого случая приближенные решения могут быть получены численными, графическими и экспериментальными методами. Они часто оказываются весьма полезными на ранней стадии проектирования, когда геометрические формы, материалы и граничные условия приходится непрерывно пересматривать. Численные и графические методы представляют собой различные виды решения уравнений в конечных разностях, преобразованных из трудно-решаемых аналитическим путем дифференциальных уравнений. Хотя эти методы громоздки, они могут дать весьма полезные количественные данные для предварительных расчетов.

В качестве примера рассмотрим метод релаксации для стационарной теплопроводности при решении задач двухмерной теплопроводности. Сначала должно быть определено поперечное сечение, через которое проходит тепловой поток, затем на него наносится квадратная сетка, с тем чтобы линии сетки по возможности совпадали с основными границами поперечного сечения (физическими границами и адиабатическими поверхностями). Размеры сетки должны быть такими, чтобы поперечное сечение было разделено на удобное число квадратов, которое соответствовало бы сложности решаемой задачи. Сетка из 10×10 квадратов часто оказывается достаточной, каждая точка пересечения линий в сетке соответствует материалу, расположенному в окружающем ее квадрате, а каждая линия между двумя точками изображает тепловое сопротивление между смежными элементами материала.

Рассмотрим схему, показанную на рис. 3.2.

Предположим, что поток тепла распространяется лишь в направлении x и y , через фиктивные стержни длиной Δx и Δy . Каждая точка изображает тепловой сток, соответствующий переносу тепла в том или другом направлении по стержням, встречающимся в этой точке. Величина теплового потока, распространяющегося по любому из стержней, принимается равной тепловому потоку, проходящему через квадратную ячейку со стороной Δx . Следовательно, для единичной длины в направлении z поток тепла в точке 0 будет равен

$$q_0 = k(T_1 + T_2 + T_3 + T_4 - 4T_0). \quad (3.21)$$

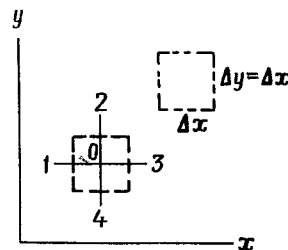


Рис. 3.2. Расположение фиктивных стержней для решения задачи стационарной теплопроводности методом релаксаций

где k — коэффициент теплопроводности материала, который предполагается постоянным; q_0 — количество тепла, проходящего через единицу площади сетки $(\Delta x)^2$.

В случае стационарного режима без внутренних источников и стоков тепла $q_0=0$ и

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{4}. \quad (3.22)$$

Уравнение (3.22) показывает, что для теплопроводности при стационарном режиме температура в любой точке внутри сетки должна быть равна среднеарифметическому значению из значений температуры в четырех соседних точках.

Таким образом, метод заключается в задании температуры в каждой точке (узле) сетки и в последующем изменении ее, исходя из предположения, что температура в каждой точке равна средней из величин температур соседних точек. Эта процедура продолжается до тех пор, пока изменения температуры в каждой точке для двух последовательных приближений не будет меньше некоторой наперед заданной величины. Когда это условие выполнено, то говорят, что заданная сходимость достигнута. Иногда для того чтобы быстрее получить окончательные значения температур (достичь сходимости), удобно преувеличивать или преуменьшать значения температур точек в процессе итерации или получать последовательных проб значений температур в зависимости от величины, обратной порядковому номеру пробы n , и затем экстраполировать полученную кривую до значения $1/n=0$.

После того как определены конечные температуры, величину потока тепла через любую линию между точками можно получить, складывая перепады температур между всеми противолежащими парами точек и умножая найденную сумму на коэффициент теплопроводности k и высоту z .

Если среднее расстояние между точками меньше, чем полный промежуток базовой решетки, то разность температур должна быть умножена на отношение среднего расстояния к полному промежутку, так что

$$q = kz \sum_{\text{все участки}} \Delta T \times \frac{\text{среднее расстояние}}{\text{полный промежуток}}. \quad (3.23)$$

Указанный метод может быть также использован с неадиабатическими граничными условиями и для объемов с источниками тепла. В работах Дюзинборра даются многие примеры использования этого метода с распространением его на прямоугольные и трехмерные геометрические формы. Там же имеется подробное изложение численных методов

для решения задач при быстроизменяющихся параметрах без внутренних источников тепла и с ними (рис. 3.3).

Указанные приближенные методы решений задач теплопередачи в действительности являются численными. В дополнение к ним разработаны различные экспериментальные методы подобия. Они основаны на соблюдении требований математических законов, т. е. на удовлетворении некоторым системам уравнений, например системам уравнений, описывающим диффузионный процесс, диффузию тепла, течения жидкости, электрического тока или нейтронов. Поскольку для реальных случаев аналитические решения в большинстве случаев получить трудно, были сделаны попытки получить решения, используя эти процессы-аналоги. В частности, многие решения как сложных, так и простых задач теплопередачи были успешно выполнены с помощью электрических и гидравлических аналогов.

3.1.3. Конвективный теплообмен. Конвективный теплообмен, подобно трению в жидкости, представляет собой одно из явлений, происходящих в пограничном слое. Предполагается, во-первых, что перенос тепла к жидкости или от жидкости осуществляется посредством молекулярной теплопроводности через ламинарный слой, который всегда существует непосредственно у поверхности стенки. Во-вторых, предполагается, что тепловой поток пропорционален разности температур поверхности и омывающей ее жидкости. Таким образом, соотношение для конвективного теплообмена между твердой поверхностью и жидкостью, впервые написанное в 1701 г. Ньютоном, имеет вид

$$\frac{q}{A} = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = h(T_w - T_b). \quad (3.24)$$

Из уравнения (3.24) можно определить коэффициент теплоотдачи как

$$h = - \frac{k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{T_w - T_b}. \quad (3.25)$$

Здесь T_w и T_b — статические температуры стенки и массы жидкости; y — координата, нормальная к поверхности раздела жидкости и стенки; k — коэффициент теплопроводности жидкости у стенки.

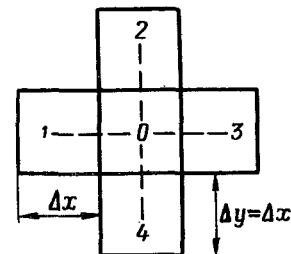


Рис. 3.3. Расположение кубов для решения задачи нестационарной теплопроводности методом релаксаций

Данные по теплообмену удобно обрабатывать, применяя безразмерные параметры. Следуя принятой методике, уравнение (3.25) может быть записано через число Нуссельта:

$$Nu = \frac{hD}{k} = - \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} D}{(T_w - T_b)}, \quad (3.26)$$

где D — характерный линейный размер теплообменника.

Исходя из приведенного уравнения для числа Нуссельта и уравнения энергии для стационарного течения жидкости, можно показать, что число Нуссельта зависит только от безразмерных параметров. Следовательно, для данной геометрической системы

$$Nu = f_1 \left(Re, Pr, M, \frac{\Delta T_{ad}}{T_w - T_b} \right), \quad (3.27)$$

где $Re = \rho u_b D / \mu$ — число Рейнольдса; $Pr = \mu c_p / k$ — число Прандтля; $M = u_b / v_s$ — число Маха, ΔT_{ad} — повышение температуры торможения; ρ — плотность жидкости; u_b — скорость массы жидкости; μ — динамическая вязкость жидкости; v_s — местная скорость звука.

При теплоотдаче к жидкости, движущейся с малой скоростью, число Маха и отношение температур $\Delta T_{ad} / (T_w - T_b)$ практически равны нулю, и из пяти безразмерных переменных в уравнении (3.27) обычно остаются только первые три: Nu , Re и Pr . Следовательно, число Нуссельта и коэффициент теплоотдачи h не зависят от величины перепада температур, которым обуславливается тепловой поток в соответствии с уравнением (3.24). При высоких скоростях, однако, температурным фактором $\Delta T_{ad} / (T_w - T_b)$ в уравнении (3.27) уже нельзя пренебрегать, число Нуссельта будет зависеть от перепада температур, и уравнение (3.24) становится непригодным. Поэтому оказывается необходимым получить уравнение теплообмена, в котором перепад температур и коэффициент теплоотдачи не зависели бы друг от друга при всех скоростях потока.

Его можно получить, записывая уравнение конвективного теплообмена при нагревании жидкости за счет трения

$$\frac{q}{A} = h' (T_w - T_{aw}), \quad (3.28)$$

где h' — коэффициент теплоотдачи при нагреве за счет трения; T_{aw} — адиабатическая температура стенки.

Накладывая граничные условия в случае изолированной

пластинки $T_w = T_{aw}$ и $\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$ и привлекая уравнения (3.26) и (3.27), приведем уравнение (3.27) к виду

$$\frac{T_{aw} - T_b}{\Delta T_{ad}} = \frac{T_{aw} - T_b}{T_t - T_b} = \frac{T_{aw} - T_b}{u_b^2 / 2 g_0 J c_p} = f_2 (Re, Pr, M), \quad (3.29)$$

где T_t — температура торможения потока.

Если теперь определить это отношение температур как коэффициент восстановления r , то

$$r = \frac{T_{aw} - T_b}{u_b^2 / 2 J g_0 C_p} = f_2 (Re, Pr, M), \quad (3.30)$$

где g_0 — ускорение силы тяжести ($9,81 \text{ м/сек}^2$); J — механический эквивалент тепла ($426,99 \text{ ккал/кгм}$).

Для того чтобы определить видоизмененный перепад температур $(T_{aw} - T_b)$, необходимо знать коэффициент восстановления, который определяется независимо от теплообмена.

Теоретические и экспериментальные исследования ламинарных и турбулентных потоков показали, что коэффициент теплоотдачи при трении h' не зависит от видоизмененного перепада температур. Более того, он совпадает с коэффициентом теплоотдачи для течения жидкости с малой скоростью, если его вычислять при тех же значениях Re и Pr , так что $h = h'$. Таким образом, при вынужденной конвекции уравнения теплообмена запишутся в виде:

$$\frac{q}{A} = h (T_w - T_{aw}); \quad (3.31)$$

$$Nu = \frac{hD}{k} = f_1 (Re, Pr, M); \quad (3.32)$$

$$r = \frac{T_{aw} - T_b}{T_t - T_b} = f_2 (Re, Pr, M). \quad (3.33)$$

Остается только произвести вычисления по уравнениям (3.32) и (3.33) для различных геометрических параметров и параметров потока.

Коэффициенты восстановления температуры. Хотя использование коэффициента восстановления не обязательно на малых скоростях потока, обычно представляющих наибольший интерес при расчете теплообменников, существуют условия, при которых его необходимо учитывать. Коэффициент восстановления определяется в уравнении (3.33) в зависимости от адиабатической температуры стенки, однако при некоторых условиях может потребоваться незначительное его изменение.

Наиболее распространенной величиной, которую обычно называют просто коэффициентом восстановления температуры, является местный коэффициент восстановления; он определяется по местным значениям скорости потока

и температуры на границе пограничного слоя и по местным значениям адиабатической температуры стенки. Если вместо них берутся скорость и температура невозмущенного набегающего потока и средняя адиабатическая температура стенки, то им будет соответствовать общий коэффициент восстановления температуры. Скорости и температуре невозмущенного потока и местной адиабатической температуре стенки соответствует местный коэффициент восстановления температуры свободного потока.

При ламинарном обтекании плоской пластины коэффициент восстановления был определен теоретически и экспериментально для чисел Прандтля $Pr = 0,72 - 1,2$, чисел Маха $M = 0 - 10$ и для экспериментальной зависимости вязкости и коэффициента теплопроводности $(\mu, k) = f(T^n)$ при показателях экспоненты $n = 0,5 - 1,25$.

Результаты показывают, что коэффициент восстановления температуры не зависит от чисел Рейнольдса и Маха и с достаточной точностью для ламинарного течения определяется числом Прандтля:

$$r \approx Pr^{1/2}. \quad (3.34)$$

Для турбулентного течения в пограничном слое аналитические решения отличаются от решений для ламинарного режима, но с хорошим приближением можно считать, что при больших числах Рейнольдса зависимость коэффициента восстановления температуры от числа Прандтля будет

$$r \approx Pr^{1/3}. \quad (3.35)$$

Знание коэффициента восстановления температуры имеет большое значение для анализа тепловых задач при высокой скорости потока, таких, например, как аэродинамический нагрев.

Основные уравнения. Основными соотношениями, которые описывают течение вязкой жидкости, являются уравнения неразрывности, количества движения (Навье — Стокса), энергии и уравнение состояния. При помощи этих уравнений для известных свойств жидкости можно определить любое ее течение. Для течения, в котором разность температуры вызывает изменение плотности, в уравнение движения вязкой жидкости необходимо вводить подъемную силу. Тогда основные уравнения будут выглядеть следующим образом¹:

уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0; \quad (3.36)$$

уравнение количества движения:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = X - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x \beta \Delta T + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \omega \right) \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]; \quad (3.37, a)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = Y - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y \beta \Delta T + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \omega \right) \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]; \quad (3.37, b)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = Z - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z \beta \Delta T + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \omega \right) \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right], \quad (3.37, c)$$

где $\rho g \beta \Delta T$ — подъемная сила, отнесенная к единице объема; ρ — плотность жидкости до нагрева; \mathbf{g} — вектор ускорения силы тяжести (его компоненты по осям g_x, g_y, g_z); β — коэффициент объемного расширения; $\Delta T = T - T_b$ — разность температур между нагретой и холодной частицами жидкости в свободном потоке; $\omega = iu + jv + kw$ — вектор скорости; $\frac{D}{Dt} + \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$ — полная производная оператора по времени; P — давление; XYZ — проекции массовых сил, отнесенные к единице объема жидкости;

уравнение энергии:

$$\rho g_0 \frac{D}{Dt} (c_p T) = \frac{DP}{Dt} + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + \mu \Phi, \quad (3.38)$$

где Φ — диссипативная функция Релея, равная

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 +$$

$$+ \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2;$$

уравнение состояния для совершенного газа:

$$\frac{P}{\rho} = g_0 \frac{R_u}{M} T, \quad (3.39)$$

где R_u — универсальная газовая постоянная; M — молекулярный вес жидкости.

¹ Вывод этих уравнений приводится в книге Г. Шлихтинга «Теория пограничного слоя». Перевод с англ. М., Изд-во иностранной литературы, 1956. — Прим. ред.

Свойства жидкости. В случае если свойства жидкости непостоянны и изменяются с температурой, их необходимо учитывать. В общем виде можно записать

$$\mu = \mu(T); \quad c_p = c_p(T); \quad k = k(T). \quad (3.40)$$

Решение этих уравнений в их полном виде весьма затруднено, поэтому приходится применять ряд физически оправданных постулатов, которые позволяют применить математические предположения, упрощающие эти уравнения при решении практических задач. Большинство этих постулатов принадлежит Прандтлю, который предположил, что в текущей жидкости, имеющей малую вязкость, область, важная для опре-

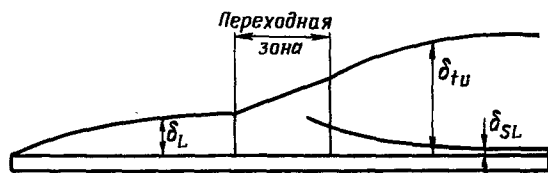


Рис. 3.4. Ламинарный и турбулентный пограничные слои на плоской пластинке:
 δ_L — ламинарный, δ_{tu} — турбулентный, δ_{SL} — ламинарный подслой

деления теплового потока, ограничена тонким слоем вблизи твердой стенки. Рис. 3.4. показывает картину течения в пограничном слое вдоль плоской пластинки. Можно заметить, что между полностью ламинарным течением вблизи передней кромки пластинки и турбулентным слоем, развитым далее вниз по потоку, находится зона перехода. Следует также указать, что даже в области турбулентного пограничного слоя существует ламинарный подслой, соприкасающийся непосредственно со стенкой.

Используя понятие «тонкий слой», Прандтль упростил уравнения количества движения, сравнивая по порядку величины различные члены, входящие в эти уравнения. Для иллюстрации этих уравнений сделаем следующие предположения:

1. Толщина пограничного слоя δ очень мала по сравнению с любым характерным размером обтекаемого тела.

2. Ось x направлена вдоль поверхности, а ось y нормальна к ней.

3. Изменение параметров происходит в направлении оси y значительно быстрее, чем в направлении оси x .

4. Значение x по порядку величины равно единице, а значение y по порядку величины равно δ . Скорость в невозмущенном потоке также по порядку величины равна единице.

5. Вязкость мала.

При этих предположениях рассмотрим основные уравнения установившегося плоского движения несжимаемого газа с постоянными свойствами, без поверхностных сил.

Сначала напомним уравнение неразрывности и под каждым членом укажем порядок его величины:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3.41)$$

$$\frac{1}{1} \quad \frac{v}{\delta}$$

Так как скорость u по порядку величины равна единице, то, для того чтобы уравнение неразрывности по порядку величины оставалось равным единице, v должно быть по порядку величины δ . Производя подобные рассуждения для уравнения количества движения в направлении x , получим

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (3.42)$$

$$1 \left(1 \times 1 \quad \delta \times \frac{1}{\delta} \right) \quad 1 \quad \left(1 \quad \frac{1}{\delta^2} \right)$$

Хотя можно определить порядок величины левой части уравнения, используя уравнение неразрывности и предполагая, что ρ по порядку величины равно единице, но, чтобы определить порядок величины $\partial P / \partial x$, необходимо рассмотреть поток вне пограничного слоя. Так как для струйки тока вне пограничного слоя можно написать уравнение Бернулли

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \rho u_b \frac{du}{dx} = 0, \quad (3.43)$$

$$1 \quad 1 \quad \frac{1}{1},$$

то из него следует, что член $\partial P / \partial x$ имеет также порядок единицы. Порядок величины остальных членов правой части уравнения (3.42) может быть теперь установлен, если принять, что вязкость μ имеет порядок δ^2 и что член, в который входит вязкость, должен сохранять тот же порядок, что и остальные члены уравнения. Таким образом, получаем, что вязкость должна быть малой (предположение 5); для установившегося пограничного слоя ее порядок величины должен быть δ^2 .

Рассматривая подобным образом уравнение движения в направлении y , получим

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \quad (3.44)$$

$$1 \left(1 \times \frac{\delta}{1} \quad \delta \times \frac{\delta}{\delta} \right) \quad \delta^2 \left(\frac{\delta}{1} \quad \frac{\delta}{\delta^2} \right)$$

Соответственно член $\frac{\partial P}{\partial y}$ должен иметь порядок величины δ и им можно пренебречь по сравнению с членами, имеющими порядок единицы. Это указывает на то, что градиент давления поперек пограничного слоя пренебрежимо мал, поэтому давление внутри пограничного слоя определяется потоком вне пограничного слоя и может быть представлено как внешняя сила.

Если ввести понятие «тепловой пограничный слой», то для такого же анализа по порядку величин членов в уравнении энергии для установившегося плоского движения газа с постоянными свойствами получим

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2, \quad (3.45)$$

$$1 \times 1 \left(1 \times 1 \delta \times \frac{1}{\delta} \right) \quad \left(\frac{1}{\delta^2} \right) \quad \delta^2 \left(\frac{1}{\delta^2} \right).$$

Как видно, коэффициент теплопроводности k должен быть порядка δ^2 . Так как вязкий и тепловой пограничные слои должны иметь один и тот же порядок, то число Прандтля, которое учитывает комбинацию свойств жидкости ($Pr = \mu c_p / k$), должно также иметь порядок единицы. (Действительно, число Pr для многих рабочих тел близко к единице.)

Если указанные упрощения для пограничного слоя применить к уравнениям ламинарного пограничного слоя [уравнения (3.36) — (3.38)] для установившегося плоского течения сжимаемой жидкости со свойствами, зависящими от температуры, то получим:

уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0; \quad (3.46)$$

уравнение количества движения:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x \beta (T - T_b); \quad (3.47)$$

уравнение энергии:

$$\rho g_0 \left[u \frac{\partial}{\partial x} (c_p T) + v \frac{\partial}{\partial y} (c_p T) \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + u \frac{dP}{dx}. \quad (3.48)$$

Дополнительные уравнения, входящие в полную систему, остаются прежними:

уравнение состояния:

$$\frac{P}{\rho} = g_0 \frac{R_u}{M} T; \quad (3.49)$$

уравнения для свойств жидкости:

$$\mu = \mu(T); \quad c_p = c_p(T); \quad k = k(T). \quad (3.50)$$

В рамках теории пограничного слоя давление может рассматриваться как внешняя и, следовательно, известная сила. Таким образом, имеем систему из семи совместных уравнений с семью неизвестными: ρ , u , v , T , μ , c_p и k . Эти уравнения с соответствующими граничными условиями позволяют решать задачи конвективного теплообмена.

Решение этих уравнений может быть получено при различных предположениях относительно физических свойств жидкости и граничных условий для потока. Не приводя эти решения, кратко рассмотрим наиболее важные свойства полученных уравнений.

Анализ уравнений количества движения и энергии [(3.47) и (3.48)], которые определяют соответственно динамический и тепловой пограничные слои, обнаруживает заметное сходство их структуры, причем различие заключается только лишь в последних двух членах каждого из уравнений. Вообще говоря, это позволяет сделать заключение, что имеется взаимодействие и взаимозависимость между распределением скорости и распределением температуры. В особом случае, когда подъемной силой можно пренебречь, взаимодействие прекращается, и поле скоростей не зависит от температурного поля, хотя обратная зависимость температурного поля от поля скоростей остается. Эти условия существуют при малых разностях температур и больших скоростях и числах Рейнольдса; подобные течения называют вынужденными. Теплообмен при таких течениях называется вынужденной конвекцией. Течения, в которых преобладает подъемная сила, называются естественными или свободными, а соответствующий теплообмен — естественной или свободной конвекцией. Эти условия выполняются при больших разностях температур и низких скоростях потока. Вынужденные течения можно разделить далее на течения с умеренными скоростями и течения с высокими скоростями, в зависимости от того, учитывается или не учитывается тепло, обусловленное трением и сжатием. При умеренных скоростях тепло от трения и сжатия пренебрежимо мало и зависимость температуры от поля скоростей определяется исключительно числом Прандтля. Однако при высоких скоростях потока необходимо учитывать работу трения и сжатия. Это условие имеет место в том случае, когда разность температур между жидкостью и телом сравнима по величине с повышением температуры от трения и сжатия.

В большинстве ядерных реакторов воздушно-реактивных двигателей теплообмен осуществляется путем вынужденной конвекции, поэтому далее рассмотрим его более подробно.

Ламинарное течение. Эксперименты показывают, что теплообмен путем вынужденной конвекции может осуществляться двояко. В одном случае, например при течении через прямую трубу, жидкость движется только в осевом направлении с постоянной скоростью на цилиндрических поверхностях (трубках тока), concentричных с осью трубы. Для этих условий, когда цилиндрические слои жидкости скользят один относительно другого, течение называется ламинарным. Другой тип течения наступает по достижении некоторой критической скорости, зависящей от вязкости жидкости и состояния стенок; при этом происходит перемешивание слоев жидкости в результате появления нормальных к оси трубы составляющих скорости. Такое течение называется турбулентным.

При ламинарном течении теплообмен в основном осуществляется путем молекулярной теплопроводности между соседними слоями жидкости, и в данном случае можно применять закон Ньютона: напряжение трения определяется из уравнения для вязкости. Уравнения в этом случае можно записать следующим образом:

$$\frac{q}{A} = -k \frac{\partial T}{\partial y}; \quad (3.51)$$

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (3.52)$$

где τ — напряжение трения; остальные обозначения были указаны ранее.

Для ламинарного течения в прямой трубе можно показать с помощью баланса сил и уравнений (3.51) и (3.52), что на достаточном удалении от входа в трубу распределение скоростей вдоль радиуса трубы параболическое, а падение давления вдоль трубы определяется выражением

$$\Delta P = P_1 - P_2 = 32\mu \frac{L}{D^2} \bar{u}, \quad (3.53)$$

где $\bar{u} = \frac{4Q}{\pi D^2}$ — средняя скорость по поперечному сечению трубы; D , L — диаметр и длина трубы; Q — объемный расход.

Выражение (3.53) является известным законом Гагена — Пуазейля для ламинарного течения в трубе. Анализ теплообменников с ламинарным течением жидкости показывает, что они обладают большей передачей тепла на единицу объема и единицу потерь давления и с этой точки зрения имеют преимущество перед теплообменниками с турбулентным течением жидкости. Однако изучение устойчивости течения с подводом тепла в многоблочной системе со многими ручьями при ламинарном течении жидкости показывает, что в большинстве случаев, когда возрастающее отношение температур в одиночном непрерывном канале превышает примерно четыре, те-

чение становится неустойчивым. Эта неустойчивость такова, что возможно дросселирование или опорожнение нескольких каналов, в то время как в остальных каналах течение не нарушается, а это недопустимо для конструкции теплообменной активной зоны реактора деления. Желательное отношение температур в типичном реакторе ядерного двигателя достигает 10—16, и в большинстве случаев наиболее простым способом достижения температурной устойчивости является переход к системе с турбулентным течением, хотя она имеет более низкие характеристики, чем могут быть достигнуты в системе с ламинарным течением. Более детально устойчивость течения при подводе тепла будет рассмотрена в следующем разделе.

Аналогия Рейнольдса. Подобие в уравнениях, которые описывают динамический и тепловой пограничные слои, впервые было представлено Рейнольдсом в постулате аналогии теплообмена и обмена импульсов в турбулентном течении. Для турбулентного потока в трубах или в каналах с параллельными стенками, если имеются преимущественно градиенты скорости или температуры в направлении, нормальном к направлению стенки, эта аналогия может быть выражена следующим образом:

$$-\frac{q/A}{\rho c_p (\partial T / \partial y)} = \frac{\tau}{\rho (\partial u / \partial y)}, \quad (3.54)$$

где q/A — тепловой поток, отнесенный к единице площади и направленный по нормали к стенке.

Сравнивая выражение (3.54) с уравнением (3.51) или (3.52), устанавливаем, что аналогия Рейнольдса в точности соблюдается для ламинарного режима течения в пограничном слое, если только $Pr = 1$. Для большинства газов $Pr = 0,70—0,80$; следовательно, аналогию Рейнольдса можно плодотворно применять в инженерной практике в широком диапазоне изменения параметров и условий течения, несмотря на то что непосредственно у поверхности стенок поток всегда ламинарный.

Распространение аналогии Рейнольдса на жидкости, для которых число Прандтля отличается от единицы, было выполнено Тейлором, Прандтлем и Карманом; последний ввел буферный слой, расположенный между ламинарным подслоем, граничащим со стенкой, и турбулентным ядром потока, определенными ранее Тейлором и Прандтлем. Были сделаны предположения, что в тонком ламинарном подслое процессы переноса являются чисто молекулярными; в турбулентном ядре применима аналогия Рейнольдса; в буферном слое имеют место как молекулярный, так и турбулентный процессы переноса, причем первый из них ослабевает, а второй усиливается по мере увеличения расстояния от стенки.

Внутри буферного слоя для турбулентной составляющей процесса переноса может быть применена аналогия Рейнольдса.

Турбулентное течение. В ламинарном течении перенос тепла от твердой стенки в движущуюся жидкость осуществляется как за счет теплопроводности, так и за счет конвекции. Вблизи твердой поверхности преобладает механизм теплопроводности. По мере увеличения расстояния от стенки и увеличения скорости доминирующим становится конвективный процесс. В турбулентном течении флуктуации скорости или турбулентное смешение становятся еще одним видом переноса тепла, если в потоке имеется градиент температуры. Рассмотрим протекание процессов в контрольной плоскости, установленной на произвольном расстоянии от стенки, обтекаемой турбулентным потоком жидкости. Предполагаем, что координата x направлена вдоль стенки, параллельно потоку, а y — нормально к стенке; соответствующие флуктуации скорости обозначим через u' и v' , флуктуации температуры — через T' . Так как смешение турбулентное, то частицы жидкости непрерывно проходят через контрольную поверхность. По порядку величины поток тепла, проходящий через контрольную поверхность, равен $\rho c_p \overline{v' T'}$. Одновременно с теплом частицы жидкости также переносят свою кинетическую энергию. Если скорость объема жидкости над контрольной поверхностью больше, чем под ней, то, следовательно, верхние слои жидкости замедляются частицами,двигающимися вверх, тогда как жидкость ниже контрольной поверхности ускоряется при столкновении с быстрыми частицами, идущими сверху. Таким образом, процесс турбулентного смешения проявляется так же, как касательные напряжения в плоскости, передавая количество движения и энергию при замещении местных слоев жидкости и смешении элементов жидкости с низкими и высокими скоростями и энергией.

Полное касательное напряжение в контрольной плоскости, параллельной потоку, пропорционально полному количеству движения, переносимому посредством молекулярной диффузии и турбулентного обмена, и равно сумме ламинарного (обычного) напряжения и виртуального турбулентного касательного напряжения, или напряжения Рейнольдса, введенного для учета турбулентного смешения, следовательно:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{u' v'}, \quad (3.55)$$

где $\overline{u' v'}$ — осредненная по времени величина турбулентной флуктуации.

Если температура жидкости T изменяется вдоль оси y , то удельный тепловой поток, направленный по нормали к оси x , можно выразить в виде суммы двух слагаемых: тепла, обусловленного молекулярной теплопроводностью, и тепла,

обусловленного турбулентным переносом в результате флуктуаций скорости и температуры. Следовательно,

$$\frac{q}{A} = -k \frac{\partial T}{\partial y} + \rho c_p \overline{v' T'}, \quad (3.56)$$

где $\overline{v' T'}$ — осредненная по времени величина флуктуации скорости и температуры.

Второй член уравнения (3.55) получил название «турбулентная вязкость», второй член в уравнении (3.56) — «турбулентная теплопроводность». Если осредненную величину $\overline{v' u'}$ выразить через $\epsilon \frac{\partial u}{\partial y}$, а $\overline{v' T'}$ представить через $\epsilon_h \frac{\partial T}{\partial y}$, где ϵ и ϵ_h — коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии, то, вводя кинематическую вязкость $\nu = \mu/\rho$ и коэффициент температуропроводности $\alpha = k/\rho c_p$, можно записать уравнения для касательного напряжения и теплопроводности в следующем преобразованном виде:

$$\frac{\tau}{\rho} = (\nu + \epsilon) \frac{\partial u}{\partial y}; \quad (3.57, a)$$

$$\frac{q}{A \rho c_p} = -(\alpha + \epsilon_h) \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (3.57, б)$$

Затем, применяя аналогию Рейнольдса, можно предположить, что для потоков, в которых влиянием молекулярной теплопроводности можно пренебречь, $\epsilon = \epsilon_h$. Следуя работе Кармана при использовании этого предположения, даже в случае, когда нельзя пренебречь величинами ν и α , получим:

$$\frac{\tau}{\rho} = (\nu + \epsilon) \frac{\partial u}{\partial y}; \quad (3.58, a)$$

$$\frac{q}{A \rho c_p} = -(\alpha + \epsilon) \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (3.58, б)$$

Из уравнений (3.58) можно видеть, что существует прямая пропорциональность между напряжением трения и переносом тепла в тех случаях, когда ν и α пренебрежимо малы по сравнению с ϵ или когда ν и α численно равны.

В случае турбулентного течения в трубах или каналах первое условие в основном удовлетворяется, за исключением сравнительно небольшой области вблизи твердых стенок, и уравнения могут быть использованы для полностью развитого турбулентного ядра потока. Второе условие ($\nu = \alpha$) приближенно удовлетворяется в газах, так как коэффициенты кинематической вязкости и теплопроводности в газах по величине имеют один и тот же порядок. Однако для жидкостей величина ν значительно больше α ; число Прандтля ($Pr = \frac{\nu}{\alpha}$) для

некоторых жидкостей достигает 200. Вследствие этого аналогю Рейнольдса нельзя непосредственно применять для процесса теплообмена между твердыми телами и жидкостями.

Когда ν и α численно равны или когда $Pr = 1$, уравнения (3.58) для полностью развитого течения (т. е. если зависимостью касательных напряжений и переносом тепла от координат x и z можно пренебречь) принимают вид:

$$\frac{\tau}{\rho} = (\nu + \epsilon) \frac{\partial u}{\partial y}; \quad (3.59, a)$$

$$\frac{q}{A\rho c_p} = -(\nu + \epsilon) \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (3.59, б)$$

Если принять τ и q/A постоянными и обозначить через u_w и T_w значения скорости (в действительности равной нулю) и температуры на стенке, а через u и T — значения скорости и температуры в произвольной точке жидкости, то, интегрируя уравнения (3.59), получим:

$$u - u_w = \frac{\tau}{\rho} \int_0^y \frac{dy}{\nu + \epsilon}; \quad (3.60, a)$$

$$T - T_w = -\frac{q}{A\rho c_p} \int_0^y \frac{dy}{\nu + \epsilon}. \quad (3.60, б)$$

Ясно видно, что существует подобие в распределении скорости и температуры, если они измеряются относительно их значений у стенки. Оно также приближенно будет сохраняться и в случае, если q/A и τ не являются постоянными величинами, а изменяются примерно одинаково. Если принять, что средняя скорость жидкости относительно стенки равна u_m , а средняя температура равна T_m , то уравнения (3.60) можно преобразовать:

$$\frac{u_m}{\tau/\rho} = \rho c_p \frac{T_w - T_m}{q/A}. \quad (3.61)$$

Если ввести коэффициент трения $C_f = \frac{\tau}{\rho u_m^2/2}$ и коэффициент теплоотдачи $C_h = q/A\rho c_p u_m (T_w - T_m)$, то уравнения для напряжения трения и переноса тепла приводятся к следующему виду:

$$\tau = \frac{C_f}{2} \rho u_m^2; \quad (3.62, a)$$

$$\frac{q}{A} = C_h \rho c_p (T_w - T_m) u_m. \quad (3.62, б)$$

Исключая величины τ и q/A из последних уравнений, можно получить важное соотношение

$$\frac{C_f}{2} \approx C_h. \quad (3.63)$$

Это соотношение позволяет сделать следующие выводы:

1. Если напряжение трения τ пропорционально n -й степени скорости u_m , то удельный тепловой поток q/A пропорционален $(n - 1)$ -й степени.

2. Шероховатость увеличивает трение и теплоотдачу в одной и той же мере.

Следует заметить, что уравнение (3.63) является приближенным, так как предполагалось, что число Прандтля равно единице и что имеется сходство законов изменения касательного напряжения и теплового потока.

Экспериментальные зависимости. Как упоминалось выше, применение теории подобия к дифференциальным уравнениям, описывающим теплопередачу при вынужденной конвекции и движение жидкости, приводит к безразмерным соотношениям в случае теплопередачи от твердых стенок к жидкостям. Для больших скоростей потока

$$Nu = \frac{hD}{k} = f_1(Re, Pr, M). \quad (3.32)$$

Для дозвуковых потоков, которые представляют наибольший интерес при расчете теплообменника ядерного реактора, зависимость от числа M исчезает и уравнение (3.32) приводится к виду

$$Nu = \frac{hD}{k} = f_2(Re, Pr). \quad (3.64)$$

В некоторых случаях функции f_1 и f_2 можно определить интегрируя уравнения пограничного слоя, однако весьма часто приходится прибегать к экспериментальным результатам. Согласно установившейся в практике методике экспериментального изучения конвективного теплообмена получены уравнения, известные как уравнения Нуссельта:

$$Nu = C Re^m Pr^n, \quad (3.65)$$

где C , m , n — эмпирически определяемые константы. В общем случае для определенных расчетных условий и выбранных геометрических форм всегда следует использовать новые результаты, с тем чтобы применить последние достижения в области теплопередачи. Однако многие из имеющих важное значение случаев достаточно подробно исследованы, и для них уже получены надежные экспериментальные зависимости. Для предварительных инженерных расчетов могут быть использованы приводимые ниже эмпирические соотношения.

Для ламинарного течения жидкости ($Re < 2100$) при средних значениях числа Прандтля (примерно от 0,5 до 300) в круглых трубах длиной L и при постоянной температуре стенки получено следующее уравнение:

$$\frac{hD}{k_b} = 1,62 (1 + 0,015 Gr^{1/3}) \left(\frac{\nu_b}{\nu_f} \right)^{1/3} \left(\frac{4\dot{m}c_p}{\pi k_b L} \right)^{1/3}, \quad (3.66)$$

где Gr — число Грасгофа, используемое для правильного учета влияния естественной конвекции и определяемое соотношением

$$Gr = \frac{\beta \Delta T D^3 \rho_f g_0}{\nu_f^2}, \quad (3.67)$$

где β — коэффициент объемного теплового расширения (для газов $\beta = 1/T$). Индексы b и f относятся к свойствам газа при температуре объема и при средней температуре слоя, где средняя температура слоя определяется как $T_f = (T_w + T_b)/2$.

Коэффициент теплоотдачи в уравнении (3.66) определяется из соотношения

$$q = \dot{m}c_p (T_0 - T_i) = h\pi DL \left(T_w - \frac{T_0 + T_i}{2} \right), \quad (3.68)$$

где \dot{m} — весовой расход жидкости; T_i и T_0 — средние температуры жидкости на входе и на выходе из трубы соответственно.

Для турбулентного течения газов в гладких трубах. Этот случай представляет большой интерес при тепловом расчете реакторов реактивных двигателей. Для обширной области турбулентных течений в трубах получено простое соотношение

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4}, \quad (3.69)$$

Так как физические свойства зависят от температуры, это уравнение можно применять, если имеются данные для определения температуры потока. Эксперименты показывают, что температура в пограничном слое приблизительно равна среднему арифметическому из температур стенки и объема жидкости; следовательно,

$$\frac{hD}{k_f} = 0,023 \left(\frac{DG}{\nu_f} \right)^{0,8} \left(\frac{c_p \nu_f}{k_f} \right)^{0,4}. \quad (3.70)$$

Здесь обозначения те же, что и в приведенных ранее формулах, а индекс f указывает, что свойства слоя берутся при указанной выше средней температуре.

Уравнение (3.70) справедливо для чисел $Re > 10\,000$ и $Pr \geq 1$, т. е. его можно применять для газов, воды, жидких углеводородов и других жидких неметаллов. Оно неприменимо для входных начальных участков потока, где еще нет

установившегося пограничного слоя, но применимо для полностью развитого потока далеко от входного участка или в каналах с предварительным «успокоительным» участком длиной 50 или более диаметров. Приведенная форма уравнения оказывается весьма полезной, когда различие между температурой стенки и газа мало (несколько сот градусов или меньше) и температура объема жидкости резко не изменяется в процессе течения. В этом случае можно достаточно хорошо определить местное состояние газа одной температурой слоя. В системах с большой разностью температур и большим изменением температуры в процессе течения имеет место большая неточность в определении температуры и, следовательно, зависящих от нее свойств жидкости, характеризующих процессы переноса. Экспериментальный метод, который применяется для оценки таких больших разностей температур, основан на видоизменении уравнения Нуссельта. Для этого в уравнение для числа Нуссельта вводится множитель, представляющий собой отношение температуры стенки к температуре объема или отношение температуры слоя к температуре объема. Подобный множитель также может быть введен для расчета коэффициента теплоотдачи, изменяющегося вдоль координаты x вниз по потоку от входа в канал. Уравнение Нуссельта тогда записывается так:

$$Nu = C Re^m Pr^n \left(\frac{T_w}{T_b} \right)^l \left(1 + \frac{x}{D} \right)^l, \quad (3.71)$$

где C , m , n , l — определяемые экспериментально константы.

Анализ экспериментальных данных, полученных при изучении теплопередачи при высоких температурах для потоков водорода, гелия и воздуха, показал, что имеется следующая эмпирическая зависимость для определения местных чисел Нуссельта:

$$Nu_b = 0,045 Re_b^{0,8} Pr_b^{0,4} \left(\frac{T_w}{T_b} \right)^{-0,55} \left(1 + \frac{x}{D} \right)^{-0,15} \quad (3.72)$$

для случая, когда свойства жидкости определяются по температуре объема (обозначено индексом b), и

$$Nu_f = 0,036 Re_f^{0,8} Pr_f^{0,4} \left(\frac{T_f}{T_b} \right)^{-0,8} \left(1 + \frac{x}{D} \right)^{-0,1} \quad (3.73)$$

для определения свойств по температуре слоя (обозначено индексом f). Результаты расчетов по этим уравнениям хорошо согласуются с данными экспериментов; расхождение в среднем не превышает 10%.

При детальном конструировании теплообменника активной зоны реактора для конечно-разностных численных расчетов используются местные коэффициенты теплоотдачи, определяемые уравнениями (3.72) или (3.73). Однако при предварительном расчете (т. е. начальных расчетах размеров

активной зоны реактора) средние коэффициенты теплоотдачи могут быть вычислены по уравнению (3.70) с использованием средней температуры реактора для определения средней величины T_f . Несколько лучшее приближение может быть получено, если брать среднюю величину h по условиям входа и выхода их активной зоны при расчетах непосредственно по уравнению (3.70) или использовать отношение температур $(T_w/T_b)^{-0,55}$ при расчетах по уравнению (3.72). В последнем случае физические свойства должны определяться по температуре объема жидкости. Когда коэффициенты теплоотдачи на входе h_i и выходе h_o сильно различаются между собой, то лучшее приближение к действительной теплопередаче в канале может быть получено, если находить величину h из условия линейного изменения ее между входным и выходным значениями:

$$h(x) = h_i \left(1 - \frac{x}{L}\right) + h_o \frac{x}{L}. \quad (3.74)$$

Ниже, в разделе 3.2, будет показано, как эта зависимость используется.

Течение в каналах некруглого сечения. Все результаты остаются справедливыми и для некруглых каналов, если правильно определять геометрические параметры потока при вычислении числа Рейнольдса. Можно показать, что геометрическим параметром будет

$$D = \frac{4A_f}{C}, \quad (3.75)$$

где A_f — площадь поперечного сечения потока; C — смачиваемый периметр канала.

Величина D называется эффективным гидравлическим диаметром.

Оптимальная теплопередача при большом отношении температуры стенки к температуре объема жидкости. Интересной особенностью общей проблемы теплопередачи является тот факт, что в общем уравнение теплопередачи температуры объема жидкости и стенки входят дважды: один раз — в отношение температур (T_w/T_b) , второй раз — в разность температур $(T_w - T_b)$. Это видно из комбинации уравнений (3.24) и (3.72), которая устанавливает пропорциональность

$$\frac{q}{A} \sim \left(\frac{T_b}{T_w}\right)^{0,55} \left(1 - \frac{T_b}{T_w}\right). \quad (3.76)$$

Если продифференцировать это уравнение по отношению температур, предполагая, что температура стенки и условия течения в канале постоянны, и приравнять полученную производную нулю, то можно найти отношение температуры стенки к температуре объема, при которой местная теплоотдача бу-

дет максимальной. Для некоторых соотношений [например, уравнение (3.72)] применяемое значение $T_w/T_b \approx 2,82$. Этот результат показывает, что оптимальная теплопередача в реакторе возникает не в случае достижения максимально возможной температуры стенки во всех точках активной зоны, а скорее тогда, когда создаются условия для достижения оптимального значения T_w/T_b входящего рабочего тела, начиная с сечения, в котором T_w достигает предельного значения, и при сохранении величины T_w после этого неизменной.

3.1.4. Лучистый теплообмен и термохимические эффекты. Чтобы применение реакторов для реактивных двигателей было целесообразным, реакторы должны работать при максимально возможных температурах. В обычных условиях влияние лучистого теплообмена в общем мало по сравнению с теплообменом при вынужденной конвекции и больших расходах жидкости. Однако в ядерных ракетных двигателях из-за достаточно высоких температур могут возникнуть значительный лучистый теплообмен и термохимические изменения, вызываемые диссоциацией и ионизацией молекул или атомов рабочего тела. Для правильного расчета теплообмена их необходимо учитывать.

Излучение. Величина излучения тепловой энергии серым телом с температурой поверхности T_w , передаваемой поглощающему телу с температурой T_s , может быть определена по закону Стефана — Больцмана:

$$\frac{q}{A} = \epsilon \sigma (T_w^4 - T_s^4). \quad (3.77)$$

Здесь σ — постоянная Стефана — Больцмана, равная $5,67 \cdot 10^{-12} \text{ вт/см}^2 (\text{°K})^4$; ϵ — приведенная излучательная способность полностью серого тела (на всех длинах волн) и поглощающей системы. Если поверхность излучателя имеет коэффициент излучения ϵ_r , а поглотитель — коэффициент поглощения ϵ_a (в общем случае равный коэффициенту излучения), то приведенный коэффициент излучения плоско-параллельной системы излучатель-поглотитель $\epsilon = 1/(1/\epsilon_r + 1/\epsilon_a - 1)$. В малом излучателе, полностью окруженном большим поглотителем, приведенный коэффициент излучения $\epsilon = \epsilon_r$. Пользуясь этим соотношением, можно записать уравнение лучистого теплообмена в той же форме, что и уравнение (3.24) для конвективного теплообмена, если зависимость коэффициента теплоотдачи от температуры выразить в следующей форме:

$$h_r = \epsilon \sigma (T_w^2 + T_s^2) (T_w + T_s). \quad (3.78)$$

Это уравнение может быть использовано для сравнения эффектов конвективного и лучистого теплообмена.

Лучистый теплообмен весьма важно учитывать в ракетных ядерных реакторах по крайней мере по следующим трем при-

чинам. Во-первых, из-за очень сильной зависимости от температуры T^4 лучистый теплоотвод как бы охлаждает местные горячие участки средних размеров, если они излучают тепло в окружающую область. Во-вторых, излучение от незащищенного выхода рабочего тела у конца активной зоны вызывает увеличение теплового потока (добавление к конвекции) к расположенным вниз по течению газа элементам конструкции (например, опорам активной зоны, стенкам сопла); кроме того, излучение может явиться причиной уменьшения температуры конца активной зоны. В-третьих, излучение от внешних границ активной зоны может привести к увеличению тепловых нагрузок на изоляционный пояс и область отражателя при цилиндрической форме реактора.

Лучистый теплообмен от стенок каналов может быть использован для нагрева рабочего тела (газа), если его коэффициент поглощения ϵ_a большой и произведение $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_a$ для системы стенка — газ также велико. Так как этот вид передачи тепловой энергии не зависит от трения и переноса количества движения в пограничном слое газа, то здесь аналогия Рейнольдса не будет применима [уравнения (3.54) и (3.62)] и соответствующего увеличения падения давления, вызываемого трением, не возникнет. Если коэффициент конвективной теплоотдачи жидкости обозначен h_0 , а коэффициент лучистого теплообмена $h_r = \chi_r h_c$, то полный коэффициент теплоотдачи будет $h_0 = h_r + h_c = (1 + \chi_r) h_c$. С помощью этого коэффициента можно рассчитать падение давления при этом увеличении теплообмена в потоке (как и раньше, для чистой аналогии Рейнольдса), используя видоизмененную аналогию между коэффициентами трения и теплоотдачи:

$$C_h = (1 + \chi_r) \frac{C_f}{2} \quad \text{или} \quad C_f = \frac{2C_h}{1 + \chi_r}. \quad (3.79)$$

Таким образом, для полного переноса тепла в двух системах с одинаковыми течением и геометрической формой падения давления вследствие трения определяется достаточно просто:

$$\Delta P_H = \frac{\Delta P}{1 + \chi_r}, \quad (3.80)$$

где ΔP_H — в приведенной системе, а ΔP — в прежней системе.

Проиллюстрируем максимально возможную величину влияния лучистого теплообмена, предполагая, что коэффициент конвективного теплообмена $h_c = 1 \text{ вт/см}^2 \text{ } ^\circ\text{К}$, температура стенки $T_w = 3600^\circ\text{К}$, $\epsilon = 1,0$ и температура газа $T_g = 1000^\circ\text{К}$. Затем подсчитаем величину h_r по уравнению (3.78) и получим $h_r = 0,23 \text{ вт/см}^2 \text{ } ^\circ\text{К}$. Таким образом, излучение от стенок будет увеличивать поток тепла к рабочему телу при-

мерно на 23% ($\chi_r \approx 0,23$), если вся излучаемая энергия будет поглощена в газе (предполагается, что $\epsilon = 1,0$).

Абсорбция фотонов в газе может быть учтена макроскопически, если считать ее процессом, протекающим по экспоненте. Исходя из этого, поток лучистой энергии, проходящий через единицу площади на глубину x внутрь газа, $I(x) = I_0 e^{-\mu_g x}$, где μ_g — коэффициент абсорбции энергии газом. Этот коэффициент, в свою очередь, определяется произведением коэффициента абсорбции атома μ_a на плотность атомов N или: $\mu_g = \mu_a N$. Так как $N = P/kT$, где k — постоянная

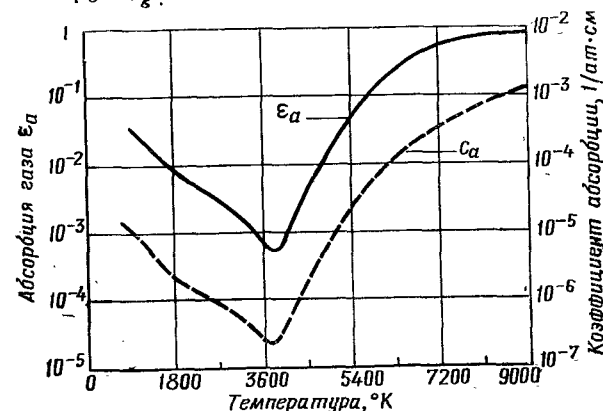


Рис. 3.5. Параметры, характеризующие тепловое излучение слоя водорода толщиной $x = 30 \text{ см}$ при давлении 100 ат

Больцмана, $1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/}^\circ\text{К}$, то можно найти парциальную абсорбцию в направлении x , которая в точности равна величине абсорбции ϵ_a :

$$\epsilon_a = 1 - \frac{I(x)}{I} = 1 - \exp\left(-\frac{\mu'_g}{kT}\right) Px = 1 - e^{-C_a P x}. \quad (3.81)$$

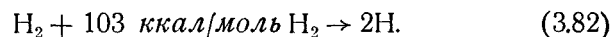
Вообще коэффициент C_a является более сложной функцией температуры, чем указано здесь; в действительности наше предположение о независимости величины абсорбции от длины волны неточно, так как полная абсорбция фактически определяется суммой большого числа отдельных атомов и, следовательно, непрерывных процессов, каждый из которых зависит различным образом от энергии фотона и температуры газа. Подробный анализ абсорбции в газах относительно сложен, однако для иллюстрации достаточна наша простая модель. На рис. 3.5 показана величина абсорбции ϵ_a , рассчитанная для различных $C_a = \mu'_g/kT$ в зависимости от температуры, для слоя водорода толщиной 30 см при давлении 100 ат . По графику на рис. 3.5 и уравнению (3.81)

можно заключить, что ϵ_a для водорода будет очень малой в газовой части толщины слоя, который является основным в канале ракетного ядерного реактора.

Ясно, что рабочий газ не в состоянии абсорбировать много лучистой энергии, если величина C_a не может быть резко увеличена по сравнению с указанными величинами. Этого можно достичь (главным образом увеличивая μ'_g) путем добавления в газ очень чистого мелкодисперсного углерода (т. е. дыма) или атомов щелочных металлов. В обоих случаях эффективная величина $C_a = \mu'_g/kT$ может быть увеличена примерно в 100 раз, и относительно тонкие слои газа становятся непрозрачными для излучения при нескольких сотнях градусов. В заключение заметим, что углерод может быть в настоящее время применен в виде использующихся как топливо углеводородных газов (например, CH_4).

Термохимические эффекты. Другими важными процессами в ракетных реакторах, работающих при очень высоких температурах, являются термохимические и термоионные эффекты, такие, как диссоциация, ионизация и эмиссия электронов. Точный анализ всех этих эффектов весьма сложен. Для наших целей достаточно предложить наиболее интересные из некоторых простых моделей.

В первую очередь рассмотрим диссоциацию молекул двухатомного водорода в пристеночном пограничном слое. Если стенка достаточно горячая, молекулы H_2 превращаются в атомы H в соответствии с балансом энергии



Как видно, 103 ккал должны быть подведены к стенке для каждого диссоциирующего моля H_2 . Образующиеся атомы H могут диффундировать через пограничный слой в основной поток и там рекомбинировать (например, при столкновениях трех частиц). Эта рекомбинация освобождает поглощенные из стенки 103 ккал/моль и таким образом создает «объемочный источник тепла» в самом газе потенциально большой величины. Энергия диссоциации составляет примерно 2,2 эв на атом водорода — почти на порядок больше, чем, например, энергия поступательного движения $3/2 kT = 0,39$ эв на атом водорода при $T = 3000^\circ K$.

Так, в дополнение к обычной молекулярной проводимости через пограничный слой энергия передается тепловой диффузией, порождаемой процессом диссоциации у стенки. Эта диффузия создает повышенную теплопроводность в газе и большую эффективную теплоемкость. Увеличение, которое может быть достигнуто при этом в общем коэффициенте теплопередачи, очевидно, можно оценить, зная степень дис-

социации на поверхности и скорость диффузии и последующей рекомбинации атомов, образующихся в основном потоке. Чем выше температура стенки, тем больше будет степень диссоциации газа и коэффициент диффузии. Таким образом, теплопередача при действии диссоциации и рекомбинации может существенно возрасти даже при относительно небольшом возрастании температуры в области выше температуры начала диссоциации. Эта температура, в свою очередь, определяется давлением газа в системе, так как температура и давление вместе определяют равновесную диссоциацию в любых чистых двухатомных газах.

В диссоциирующих потоках свойства газа, такие, например, как теплоемкость, в значительной мере изменяются в процессе течения, и написанные ранее уравнения для коэффициентов теплопередачи уже не могут быть применены в том виде, как они были написаны. Для определения теплопередачи от стенки к газу в этом случае можно применять следующие два основных подхода: 1) микроскопический, с определением состояния молекул водорода, граничащих со стенкой, и анализом скорости диффузии и рекомбинации отдельных атомов водорода вдали от стенки; 2) макроскопический, с использованием основных уравнений теплопередачи, подобных примененным ранее и допускающих сравнение с потоками без рассматриваемых реакций. Изучение микроскопических взаимодействий связано со значительными сложностями даже для простых реакций [уравнение (3.82)]. Оно показывает, что хорошее макроскопическое приближение к реальному режиму может быть получено не только с применением обычных уравнений, включающих T [с коэффициентами теплопередачи, подсчитанными с учетом физических свойств участвующего в реакции диссоциирующего газа у стенки и его температуры в пограничном слое], но и с заменой в уравнениях теплопередачи температуры T местной энтропией H (с использованием обычных соотношений для коэффициента конвективного теплообмена). Первый подход чаще оказывается проще, так как температура является более определяющей переменной. Для него можно записать величину полного потока тепла, как и в уравнении (3.24) $[q/A = h(T_w - T_b)]$, и найти приведенный коэффициент x_d по уравнению $q/A = h_c(1 + x_d)(T_w - T_b)$.

Таким образом,

$$x_d = \frac{h}{h_c} - 1, \quad (3.83)$$

где h_c — обычный коэффициент конвективного теплообмена для данной температуры T_w и T_b (или T_{aw}); h — коэффициент теплопередачи, вычисленный с учетом свойств газа, участвующего в реакции при данной температуре. Из уравнений

(3.69) и (3.72) видно, что коэффициент теплопередачи грубо изменяется, как

$$h \sim \frac{k}{\mu^{0,8}} \text{Pr}^{0,4} = \frac{k^{0,2} c_p^{0,8}}{\text{Pr}^{0,4}}. \quad (3.84)$$

Таким образом, отношение h/h_c можно найти как функцию отношения свойств газа для диссоциирующего и заморожен-

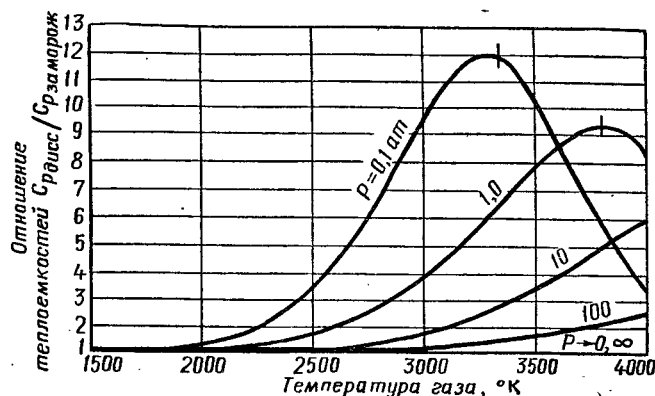


Рис. 3.6. Относительная удельная теплоемкость диссоциирующего водорода

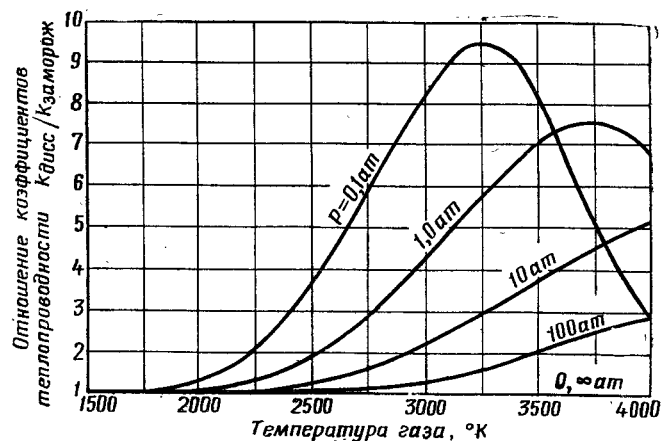


Рис. 3.7. Коэффициент теплопроводности диссоциирующего водорода

ного состояний. На рис. 3.6—3.9 показаны эти отношения для ряда коэффициентов, характеризующих водород в широком диапазоне температур и давлений.

Второй метод расчета величины теплопередачи дает $q/A = h_c/c_{p_0} (H_w - H_b)$, где c_{p_0} — теплоемкость полностью прореагировавшего (рекомбинировавшего) газа при местной температуре, так что H/c_p является термодинамической температурой. Используя вновь уравнение

$$q/A = h_c (1 + x_d) (T_w - T_b),$$

найдем

$$x_d = \frac{\Delta H_d}{c_{p_0} (T_w - T_b)}, \quad (3.85)$$

где $\Delta H_d = H_{d_w} - H_{d_b}$ — разность энтальпий диссоциации, соответствующих температурам стенки и основного потока (или адиабатической стенки). Энтальпия равновесной диссоциации водорода показана на рис. 3.10, в функции температуры и давления. Для удобства на рис. 3.11 приведена полная энтальпия для тех же состояний. Физические свойства недиссоциированного водорода приведены в гл. 6.

Используя соответствующие величины, можно по уравнениям (3.84) и (3.85) рассчитать x_d ; результаты этого расчета приведены на рис. 3.12. Диссоциа-

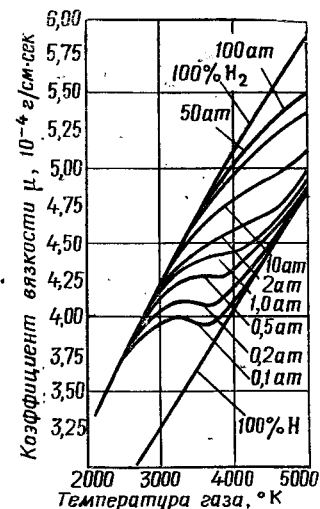


Рис. 3.8. Коэффициент вязкости диссоциирующего водорода

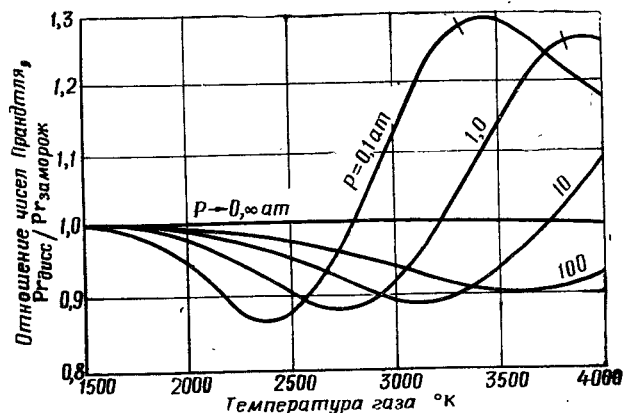


Рис. 3.9. Зависимость числа Прандтля от температуры для диссоциирующего водорода

ция водорода на поверхности стенки или в пограничном слое может значительно развиваться с увеличением теплопередачи в активной зоне реактора. Заметим, что большой рост

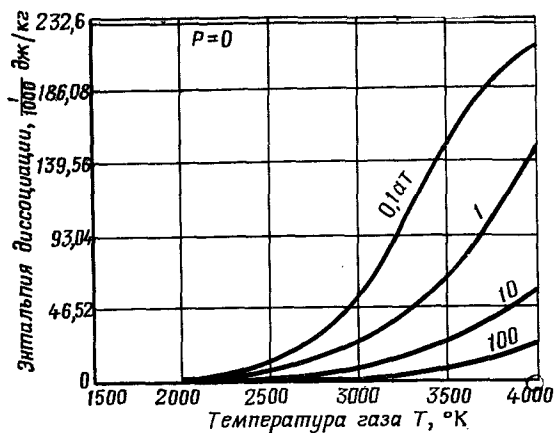


Рис. 3.10. Энтальпия равновесной диссоциации газообразного водорода

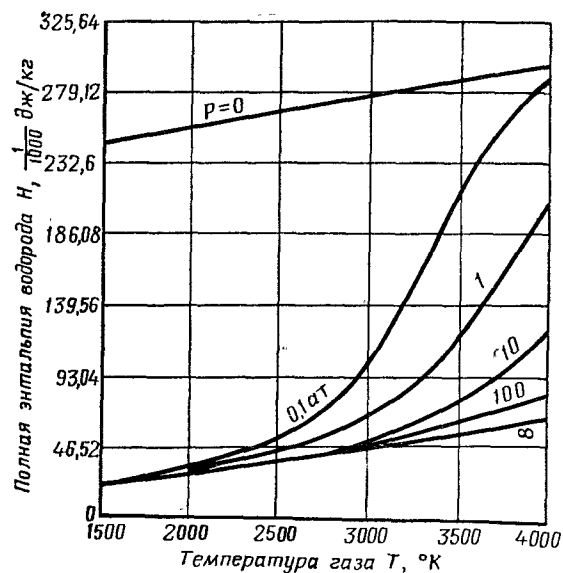


Рис. 3.11. Полная энтальпия газообразного водорода с учетом диссоциации

диссоциации осуществляется при всех давлениях, когда температура стенки достигает 3500°K . Это увеличение диссоциации, как и излучение, во всех случаях не влечет за собой изменения количества движения (сравним энергии диссоциации и поступательного движения). Таким образом, диссоциация может осуществляться без сопутствующего увеличения падения давления из-за трения [уравнение (3.80)].

Перенос энергии в результате ионизации молекул или атомов рабочего газа на поверхности стенки в точности аналогичен рассматриваемым выше процессам. Рост теплопередачи также происходит без сопутствующего трения и качественно следует характеру кривых на рис. 3.12. Однако парциальную ионизацию можно определить по парциальной диссоциации, полученной для данных температуры и давления; для этого температурная шкала должна быть хотя бы приблизительно поправлена на отношение энергии ионизации к энергии диссоциации. Для водорода этот множитель равен $13,5 \text{ эв} / 4,4 \text{ эв} \approx 3,1$. При высоких температурах ионизации вклад ее в энергию переноса может быть относительно большим, чем вклад диссоциации при более низких температурах. Однако, так как для сильной ионизации водорода на поверхности или в пограничном слое необходимы весьма высокие температуры, эти процессы для ракетных реакторов представляют незначительный интерес.

Некоторые вещества, такие как Cs, с энергией ионизации около $3,9 \text{ эв}$; Li ($5,4 \text{ эв}$) и др., могут ионизироваться при относительно низких температурах. Хотя молекулярный вес этих материалов (исключая Li) достаточно велик, чтобы непосредственно использоваться в качестве рабочих тел в ядерных системах, они, усиливая ионизацию и рекомбинацию в основном потоке, могут быть использованы в качестве добавок в водородных рабочих телах для увеличения переноса энергии от горячих тепловыделяющих элементов. Если использовать Cs, ионизация может произойти при температурах много меньших, чем температуры, при которых диссоциа-

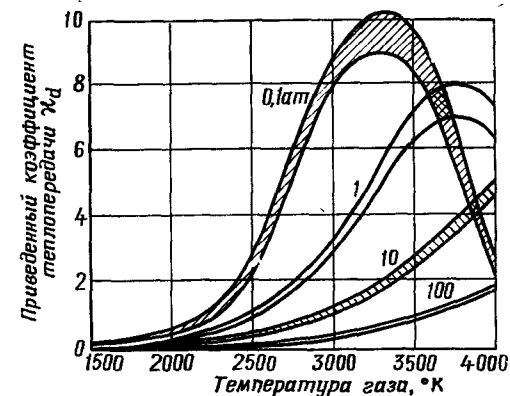


Рис. 3.12. Теоретическая зависимость приведенного коэффициента теплопередачи χ_d для диссоциирующего водорода

ция H_2 делает заметный вклад в энергию переноса. Это происходит потому, что атомы Cs могут быть ионизированы путем «сдирания оболочки» при контакте с поверхностью, у которой работа выхода больше, чем потенциал ионизации Cs. Этому условию удовлетворяет вольфрам, который к тому же представляет интерес как возможный материал теплового элемента в реакторе. Возрастание ионизации, достигнутое таким путем, можно определить по числу столкновений нейтральных атомов Cs (в среде H_2) со стенками канала, следовательно, по температуре и парциальному давлению введенного Cs. Обычно в этих условиях оказывается возможным при внесении разумных количеств Cs в виде добавок получить $\chi_i = 0,05-0,25$.

Из всех этих новых элементов расчета диссоциация, возможно, наиболее удобна для внесения в расчет реактора, при условии что материалы позволяют в активной зоне иметь температуры, при которых влиянием диссоциации пренебрегать нельзя. Тепловое излучение является вторым важным элементом, который должен быть скрупулезно учтен в расчете реактора совершенно независимо от применения аналогии Рейнольдса.

3.2. ТЕПЛООБМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

3.2.1. Трение и падение давления в жидкости. Так как падение давления вдоль теплообменных поверхностей ракетного ядерного реактора в большинстве случаев является основным источником силовых нагрузок на конструкцию активной зоны, то крайне важным становится точное и подробное определение влияния течения и геометрических форм активной зоны на величину падения давления. Решение полной системы дифференциальных уравнений, которая описывает поток вязкой сжимаемой жидкости с подводом тепла, требует применения вычислительных машин. Однако могут быть выведены и оказаться полезными несколько соотношений для приближенных предварительных расчетов.

Пристеночное трение. Ранее было показано [уравнение (3.62, а)], что касательное напряжение в ламинарном пограничном слое потока со скоростью в основном потоке v_b (u_b в прежних обозначениях) может быть записано как

$$\tau_w = \frac{C_f \rho v_b^2}{2}. \quad (3.62, a)$$

Полная сила, вызванная трением газа о стенки трубы длиной L , тогда выразится как $F_f = \tau_w \pi D L$, и падение давле-

ния в результате трения газа о стенки $\Delta P_f = \frac{F_f}{A} = F_f / \frac{\pi D^2}{4}$ будет

$$\Delta P_f = 4 C_f \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho v_b^2}{2}. \quad (3.86)$$

Используя теорию размерностей (которая здесь не дается), можно показать, что коэффициент трения в первую очередь зависит от числа Рейнольдса [$C_f = f(Re)$]. Для ламинарного течения в трубе имеется зависимость

$$f = C_f = \frac{16}{Re}, \quad (3.87)$$

в то время как для турбулентного потока в гладких трубах при $5000 < Re < 200\,000$ экспериментально установлено, что

$$f = \frac{0,046}{Re^{0,2}}. \quad (3.88)$$

Заметим, что при написании последних формул был введен более обычный символ f вместо C_f . При более высоких числах Рейнольдса лучше использовать уравнение Кармана — Никурадзе для связи безразмерного коэффициента трения f с числом Рейнольдса, полученное на основании экспериментальных данных:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \lg (Re \sqrt{f}) - 0,4. \quad (3.89)$$

Во всех этих формулах для лучшего расчета трения с теплопередачей свойства жидкости должны быть определены через температуру слоя $T_f = \frac{1}{2}(T_w + T_b)$. Если каналы имеют некруглое сечение, как уже говорилось выше, следует вместо величины D вводить эквивалентный гидравлический диаметр [уравнение (3.71)]. Однако найдено, что падение давления в трубе с ламинарным течением зависит от формы канала тем больше, чем больше отклонение от круглого сечения. Например, падение давления для потока в прямоугольном канале с шириной a и высотой b зависит только от отношения a/b ; для $a/b = 1$ (квадрат) падение давления хорошо согласуется с рассчитанным по уравнениям (3.86) и (3.87), однако для $a/b = \infty$ (плоская щель или тонкое кольцо) результат, полученный для ламинарного потока, должен быть умножен на $2/3$.

Влияние резкого изменения площади сечения. Кроме потерь давления, обусловленных трением, необходимо учитывать еще потери, возникающие при внезапном сужении или расширении канала. Поскольку эти потери свойственны конкретным геометрическим формам, то конструктивные детали каждого теплообменника следует исследовать индивидуально. Почти во всех случаях оказывается, что падение давления

ΔP_L , связанное с расширением или сужением потока, ограничено величинами, подсчитываемыми по простым формулам:

$$\Delta P_L = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho v_2^2}{g_0} C_c \quad (3.90)$$

для сужения потока и

$$\Delta P_L = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho (v_1 - v_2)^2}{g_0} \quad (3.91)$$

для расширения. Здесь v_1 и v_2 — скорости в основном потоке вверх и вниз от сечения внезапного изменения площади канала; C_c — коэффициент потерь при сужении, который зависит от отношения площадей примерно как

$$C_c \approx \left(1 + \frac{|A_1 + A_2|}{|A_1 - A_2|} \right)^{-1}. \quad (3.92)$$

Полное изменение статического давления несжимаемой жидкости ΔP_{12} при изменении площади должно включать также изменение динамических напоров; таким образом,

$$\Delta P_{12} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho}{g_0} (v_1^2 - v_2^2) + \Delta P_L \quad (3.93)$$

Сжимаемый поток с подводом тепла. Предыдущий анализ, дающий зависимости для определения падения давления в потоке несжимаемой жидкости, не позволяет точно определить зависимости между давлением и температурой потока в активной зоне теплообменной части ракетного реактора, в которой тепло подводится к рабочему газу. Для этих потоков необходимо в ходе процесса учитывать изменение плотности так же, как и влияние теплопередачи через пограничный слой. Уравнения, которые описывают эти процессы для канала с постоянной площадью сечения в направлении x в одномерной постановке, были приведены ранее [уравнения (3.31), (3.46) — (3.49)] совместно с уравнениями (3.52) и (3.62, а). Они представляют собой:

уравнение энергии:

$$dq = \dot{m} c_p dT_t = hC(T_w - T_{aw}) dx, \quad (3.94)$$

где C — смачиваемый периметр;
уравнение неразрывности:

$$\dot{m} = \rho v A_f = GA_f; \quad (3.95)$$

уравнение количества движения:

$$g_0 dP = -\rho v dv - \frac{4f}{D} \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 dx, \quad (3.96)$$

где D — гидравлический диаметр; $D = 4A_f/C$ [уравнение (3.75)];

уравнение состояния идеального газа:

$$\rho = \frac{P \mathfrak{M}}{R_u T}. \quad (3.97)$$

Комбинируя уравнения (3.94) — (3.97), можно написать полное уравнение падения давления в дифференциальной форме

$$\left(\frac{g_0 P^2 \mathfrak{M}}{G^2 R_u T} - 1 \right) \frac{dP}{P} = -\frac{dT}{T} - \frac{f/2}{h/Gc_p} \cdot \frac{dT_t}{T_w - T_{aw}}, \quad (3.98)$$

где g_0 — гравитационная постоянная; \mathfrak{M} — молекулярный вес газа; R_u — универсальная газовая постоянная; T и P — местные статические температура и давление; T_t — полная температура или температура торможения (см. ниже); G — массовый расход газа, отнесенный к единице площади поперечного сечения канала, $G = \rho v$. Дифференцируя уравнения (3.95) и (3.97) и комбинируя их, исключая плотность, получим

$$\frac{dP}{P} = \frac{dT}{T} - \frac{dv}{v}. \quad (3.99)$$

Местная скорость потока v , число Маха M и температура связаны соотношением

$$v = M \sqrt{\gamma g_0 \frac{R_u T}{\mathfrak{M}}}, \quad (3.100)$$

где γ — отношение удельных теплоемкостей жидкости. Дифференцируя это соотношение, имеем:

$$\frac{dv}{v} = \frac{dM}{M} + \frac{dT}{2T}. \quad (3.101)$$

Комбинируя уравнения (3.99) и (3.101), получим

$$\frac{dP}{P} = \frac{dT}{2T} - \frac{dM}{M}. \quad (3.102)$$

Теперь можно выразить давление торможения и температуру торможения через число Маха:

$$T_t = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right); \quad (3.103)$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{dT_t}{T_t} - \frac{(\gamma - 1) M^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \cdot \frac{dM}{M}; \quad (3.104)$$

$$P_t = P \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}, \quad (3.105)$$

где индекс t обозначает заторможенные параметры.

Вводя коэффициент восстановления температуры согласно уравнению (3.33)

$$r = \frac{T_{aw} - T}{T_t - T}, \quad (3.106)$$

для турбулентного течения газа и два температурных параметра

$$\alpha_t = \frac{T_t}{T_{t_i}} \text{ и } \alpha_w = \frac{T_w}{T_{t_i}}, \quad (3.107)$$

где индекс i относится к условиям входа, можно, сопоставляя приведенные выше уравнения с уравнениями (3.98) — (3.107), получить одно дифференциальное уравнение, описывающее течение через число M и отношение температур:

$$\frac{1 - M^2}{\gamma M^3 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)} dM = \frac{1 + \gamma M^2}{2\gamma M^2} \cdot \frac{d\alpha_t}{\alpha_t} + \frac{\lambda d\alpha_t}{1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \cdot \frac{\alpha_w - \alpha_t}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \quad (3.108)$$

Здесь введен параметр λ как параметр трения и теплопередачи в аналогии Рейнольдса, который для турбулентного потока газа равен

$$\lambda = f/2/(h/Gc_p) \approx \text{Pr}^{1/2}.$$

Так как уравнение (3.108) является нелинейным дифференциальным и в таком виде его нельзя решить аналитически, то для его решения необходимо или сделать допущения для линеаризации, или применить численные методы. В реальном расчете ракетного реактора уравнения (3.98) и (3.108) должны быть численно проинтегрированы с учетом изменения физических свойств [уравнение (3.53)], проявляющихся через h , f и c_p в каждом состоянии потока; α принимается изменяемой величиной. Такое интегрирование лучше всего может быть выполнено на счетных машинах. Результаты одной серии простых численных расчетов показаны на рис. 3.13 и 3.14 для постоянной температуры стенки T_w при $r=0,9$, $\gamma=1,3$ и $\lambda=0,8$. Эти кривые могут быть использованы для предварительных расчетов систем при малых числах M и низких температурах газа на входе ($M_i < 0,10$; $T_i < 340^\circ \text{K}$).

Чтобы получить приближенные решения уравнения (3.98) для падения давления, перепишем его в следующем виде:

$$PdP = \frac{R_u G^2}{g_0 M} \left(T \frac{dp}{p} - \frac{2f}{D} T dx \right). \quad (3.109)$$

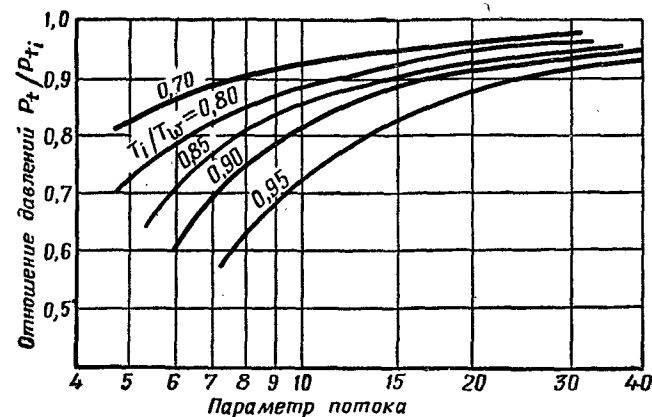


Рис. 3.13. Зависимость относительного давления торможения P_t/P_{t_i} от параметров газа ($\alpha_w = T_w/T_{t_i}$; $\beta = \sim 4,7 \cdot 10^5 P_{t_i}^2 \mu / G^2 T_{t_i}$; T_w — температура стенки; T_{t_i} — температура торможения на входе; P_{t_i} — давление торможения на входе, кг/м^2 ; μ — молекулярный вес; G — массовый расход, $\text{кг/час} \cdot \text{м}^2$)

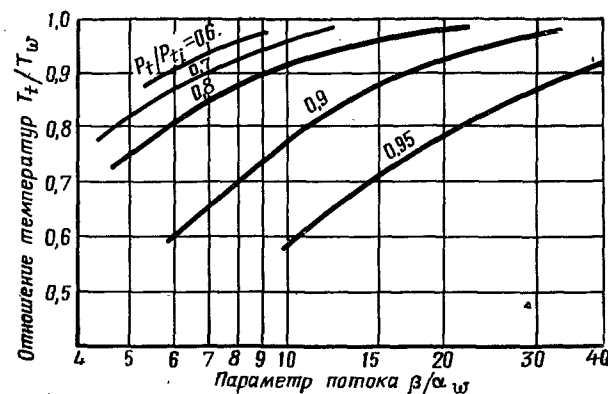


Рис. 3.14. Зависимость отношения температур T_t/T_w от параметров газа (обозначения даны в подписи к рис. 3.13)

Затем, если определить среднюю температуру как

$$T_m = \frac{1}{L} \int_0^L T(x) dx,$$

то уравнение (3.109) может быть непосредственно проинтегрировано. В результате получим

$$P_i^2 - P_0^2 = \frac{2R_u G^2 T_m}{g_0 \mathfrak{M}} \left(\ln \frac{p_i}{p_0} + 2f \frac{L}{D} \right), \quad (3.110)$$

где i и 0 относятся к условиям входа и выхода. Если определить среднее давление вдоль траектории потока как $P_m = (P_i + P_0)/2$, то уравнение (3.110) можно преобразовать и определить $\Delta P = P_i - P_0$ как

$$\Delta P = \frac{R_u G^2 T_m}{g_0 P_m \mathfrak{M}} \left(\ln \frac{p_i}{p_0} + 2f \frac{L}{D} \right). \quad (3.111)$$

Возможное приближенное уравнение может быть получено при замене исходной величины T в уравнении (3.109) величиной T , взятой из уравнения (3.97), и затем проинтегрировано. В результате

$$\Delta P = \frac{G^2}{g_0} \left[\left(\frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_i} \right) + \frac{2fL}{D p_m} \right], \quad (3.112)$$

где осредненная плотность p_m находится как

$$p_m = \frac{L}{\int_0^L dx / p(x)}.$$

Вычисления показывают, что для потока водорода при $P_m = 70 \text{ кг/см}^2$ и $G = 362 \text{ кг/сек} \cdot \text{м}^2$, нагретого до $T_0 = 2500^\circ \text{K}$, при движении через канал, имеющий $D = 0,25 \text{ см}$ и $L = 120 \text{ см}$, падение давления $\Delta P = 7,7 \text{ кг/см}^2$. Из них $2,5 \text{ кг/см}^2$ обусловлено ускорением потока и $5,2 \text{ кг/см}^2$ — трением о стенку [первый и второй члены соответственно в уравнениях (3.111) и (3.112)].

Значительное различие в сложности между применением этих приближенных уравнений и численных расчетов, необходимых для окончательных подробных проектов, делает эти простые соотношения весьма важными для предварительных оценок. Уравнение (3.111) в основном дает слабое завышение и, таким образом, результат с «запасом», в то время как уравнение (3.112) во многих случаях лучше согласуется с данными машинного счета, но может давать несколько заниженный результат. Однако точность подсчета по обеим формулам достаточно хорошая, и вопрос о том, какое из уравнений использовать, в большинстве случаев определяется скорее удобством, чем различием в степени приближения.

Устойчивость потока. Проблема устойчивости работы теплообменника — одна из наиболее важных для конструктора ядерного реактора. Она возникает вследствие желания иметь высокую плотность энергии, которая в сочетании с неустойчивостью потока и теплообмена может привести к местным перегревам и выходу из строя активной зоны реактора. Как правило, критерии устойчивости установить трудно, так как большинство аналитических обработок требует многих допущений относительно исследуемой физической модели потока. С другой стороны, модельное исследование может дать ответы на некоторые вопросы, но осложняется необходимостью задания распределения энергии деления внутри модели. В общем случае лучшее приближение, исключая случаи испытания реальной конструкции, можно получить, изучая простые модели, которые поддаются анализу, с последующим применением полученных результатов на практике. В большинстве случаев эти расчеты требуют высокой инженерной квалификации.

Случай ламинарного течения в трубе является примером использования упрощенной модели. В этом примере для простоты скорость потока считается постоянной; предполагается, что теплопроводность в направлении потока незначительна и что теплоемкость жидкости постоянна. Также принимается, что существует одинаковый подвод тепла q_L на единицу длины исследуемого потока. При этих условиях можно записать местный баланс энергии согласно уравнениям (3.24) — (3.48):

$$\frac{dq}{dx} = q_L = \dot{m} c_p \frac{dT}{dx}. \quad (3.113)$$

Дифференциальная форма уравнения для закона Гагена — Пуазейля (3.53) может быть представлена через массовый расход \dot{m} , при условии что $\bar{u} = 4\dot{m}/\rho\pi D^2$. Следовательно,

$$\frac{dP}{dx} = - \frac{128\mu}{\pi D^4 \rho} \dot{m}. \quad (3.114)$$

Теперь можно приближенно выразить плотность ρ и вязкость μ в зависимости от температуры

$$\rho(T) = \rho_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^n, \quad \mu(T) = \mu_0 \frac{T_0}{T}, \quad (3.115)$$

где 0 обозначает исходные условия. Предполагается, что эти зависимости даны для постоянного давления (так что $\Delta P \ll P_i$). Используя эти соотношения, уравнение (3.114) можно переписать так:

$$\frac{dP}{dx} = - C_1 \dot{m} T^{n+1}, \quad (3.116)$$

где C_1 — положительная константа; $C_1 = 128\mu_0/\pi D^4 \rho_0 T_0^{n+1}$. Массовый расход в любой трубе не является функцией x , и, следовательно, уравнение (3.113) может быть непосредственно проинтегрировано для фиксированного значения \dot{m} . В результате

$$T(x) = T_i + \frac{q_L x}{c_p \dot{m}}. \quad (3.117)$$

Подставляя полученное выражение в уравнение (3.116), можно проинтегрировать это уравнение для градиента давления для всего потока:

$$\Delta P = P_i - P_0 = C_2 \dot{m}^2 \left[\left(1 + \frac{q_L L}{c_p T_0 \dot{m}} \right)^{n+2} - 1 \right]. \quad (3.118)$$

Здесь $C_2 = 128\mu_0 c_p T_0 / \pi D^4 \rho_0 q_L (n+2)$. Когда расход очень мал, преобладает член, заключенный в скобках, и $\Delta P =$

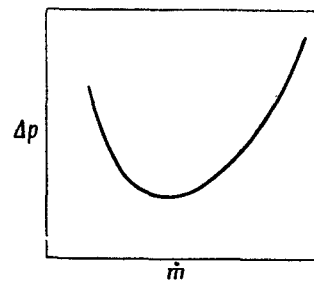


Рис. 3.15. Зависимость падения давления в ламинарном потоке ΔP от массового расхода \dot{m}

$= C_4 / \dot{m}^n$, однако когда \dot{m} становится большим, величина $\Delta P \approx C_2 \dot{m}^2$. Если показатель степени температуры в выражении для вязкости положительный (для большинства газов $n = 1/2$), то количественное изменение падения давления будет таким, как показано на рис. 3.15. Если величина ΔP достаточно велика, имеются два решения для \dot{m} и согласно уравнению (3.117) меньший расход соответствует более высокой выходной температуре, чем можно было предположить.

Рис. 3.15 также показывает, что для решений применительно к малым расходам капилляры представляют собой «отрицательные» сопротивления, падение давления уменьшается с увеличением расхода, и наоборот. Таким образом, если два или больше капиллярных канала соединены параллельно, так что на всех них действует общий перепад давлений, то возможно, что в одних трубках будет больший расход, чем в других, и трубки с меньшим расходом будут работать при более высокой температуре. Такое состояние является неустойчивым, и можно показать путем исследования нестационарных уравнений в области устойчивых решений, что поток через трубку с малым расходом действительно является неустойчивым, а с большим расходом — устойчивым. Приближенные качественные анализы для неустойчивости можно сделать, если ввести отношение температур

$\bar{T} = T_0/T_i = q_L L / \dot{m} c_p T_0$ и решить уравнение (3.118) для полной тепловой нагрузки на трубу $q_T = q_L L$ в функции \bar{T} ; тогда

$$q_T = \frac{C_3 \bar{T}^2}{(1 + \bar{T})^{n+2} - 1}. \quad (3.119)$$

Для того чтобы поток был устойчивым в параллельной системе каналов при ламинарных потоках, необходимо, чтобы q_L всегда увеличивалось с увеличением T . Устойчивое состояние тогда справедливо при $dq_L/dT > 0$. Применение этого соотношения к уравнению (3.119) дает для условия устойчивости

$$(1 + \bar{T})^{n+1} (2 - n\bar{T}) > 2. \quad (3.120)$$

Для обычной величины $n = 1/2$ находится предельное отношение температур, равное $\bar{T} = 3,6$. Имеется в виду, что теплообменник с ламинарным течением будет устойчивым только в том случае, если в каждом участке отношение температуры будет меньше, чем 3,6 (профиль температуры разделен на участки, например, выравниванием давления в ресивере). Подобный анализ, сделанный для турбулентного потока, показывает, что он устойчив для любого отношения температур и расхода жидкости. Это указывает на тот факт, что влияние вязкости, проявляющееся через трение газа о стенки в турбулентном потоке, значительно меньше, чем в ламинарном [уравнения (3.87) и (3.88)].

3.2.2. Предварительный расчет теплообменника. Определение параметров течения рабочего тела в каналах теплообменной части реактора реактивного двигателя является важнейшим этапом расчета всей системы. Данные о распределении температуры в потоке, температуры на поверхности и внутри стенки, давления и чисел Маха в потоке необходимы для определения размеров теплообменной части активной зоны, выбора материалов и проектирования в соответствии с конструктивными требованиями. Однако детали такого расчета зависят от требований нейтронной физики, поэтому нейтронно-физический и теплотехнический аспекты расчета должны быть полностью рассмотрены и согласованы при окончательном расчете. Сложность взаимодействия потоков рабочего тела и нейтронов приводит к необходимости применения машинных методов счета и тем самым не позволяет получить общее решение проблем при расчете реактора реактивного двигателя. Несмотря на это, применяя некоторые достаточно простые приближенные расчеты, можно показать качественный характер изменения проектных параметров. Эти параметры позволяют определить те факторы, которые следует рассматривать для нахождения оптимальных характеристик и глубокого понимания общих проблем теплотехнического расчета реактора реактивного двигателя.

При выполнении точных расчетов полученные ранее предварительные результаты также являются полезными.

Средний перепад температур. При проектировании теплообменной части активной зоны реактора важно знать полное подведенное тепло. Его можно получить интегрированием основного дифференциального уравнения (3.24):

$$dq = h dA dT. \quad (3.121)$$

Если поперечное сечение потока и скорость течения постоянны, то коэффициент теплопередачи будет зависеть от физических свойств жидкости и, следовательно, от температуры. Так как температура и перепад температур связаны с полным потоком тепла q через баланс энергии и массы, то h и ΔT зависят от q . Следовательно, геометрические и тепловые переменные можно отделить и уравнение (3.121) записать так:

$$\frac{dq}{h \Delta T} = \int dA. \quad (3.122)$$

Как видно, аналитически проинтегрировать это выражение трудно вследствие нелинейной температурной зависимости h и ΔT от действительного (нелинейного) распределения выделяемого тепла q . Однако при определенных простых приближениях можно получить решения в замкнутой форме. Эти решения часто считаются наиболее легкими при выполнении расчета теплообменника в случае точного определения условий только на входе и на выходе потока. При этих ограничениях удобно определять общий поток тепла по уравнению

$$P_r = q = \bar{h} A_h \Delta T_M, \quad (3.123)$$

где q — общий поток тепла; \bar{h} — общий коэффициент теплопередачи; ΔT_M — средний перепад температур [как определено в уравнении (3.123)], соответствующий конкретному типу конструкции; A_h — поверхность нагрева.

В качестве примера определим средний перепад температур для противоточного или прямоточного теплообменника (рис. 3.16, а), в котором две жидкости разделены стенкой и тепло передается от более нагретой к более холодной жидкости. Пренебрегая изменениями кинетической энергии по сравнению с изменениями энтальпии и предполагая, что тепловые потери в системе отсутствуют, можно записать баланс энергии для рассматриваемых жидкостей:

$$dq = \dot{m}_1 c_{p1} dT_1 = \pm \dot{m}_2 c_{p2} dT_2, \quad (3.124)$$

где \dot{m} — массовый расход, который для противоточного теплообменника берется с положительным знаком, а для прямоточного — с отрицательным.

Если предположить, что удельные теплоемкости постоянны, то после интегрирования уравнения теплового баланса можно видеть, что q линейно зависит от температуры. Перепад температур $\Delta T = T_1 - T_2$ также связан с q линейной зависимостью (рис. 3.16, б), и можно записать, что

$$\frac{d(\Delta T)}{dq} = \frac{\Delta T_0 - \Delta T_l}{q}, \quad (3.125)$$

где индексы 0 и l определяются условиями на выходе и на входе в теплообменник соответственно.

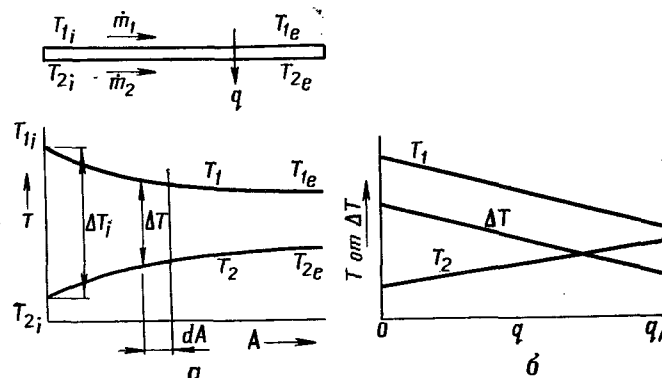


Рис. 3.16. Теплообмен в прямоточном теплообменнике:

а — геометрические параметры, б — энергетические параметры

Комбинируя уравнение (3.125) с уравнением (3.121) и вводя общий коэффициент теплопередачи \bar{h} , а также исключив dq , получим

$$\frac{d(\Delta T)}{\bar{h} \Delta T} = \frac{\Delta T_0 - \Delta T_l}{q} dA. \quad (3.126)$$

Теперь, считая \bar{h} не зависящим от температуры, можно легко проинтегрировать уравнение (3.126):

$$\frac{1}{\bar{h}} \ln \frac{\Delta T_0}{\Delta T_l} = \frac{\Delta T_0 - \Delta T_l}{q A_h}. \quad (3.127)$$

Сравнивая это уравнение с уравнением (3.123), видим, что средний перепад температур определяется как

$$\Delta T_M = \frac{\Delta T_0 - \Delta T_l}{\ln(\Delta T_0 / \Delta T_l)} = \Delta T_{LM}. \quad (3.128)$$

Он называется среднелогарифмическим перепадом температур. При принятых постоянными величинами \bar{h} и удельных теплоемкостей и отсутствии изменений кинетической энергии

указанный среднелогарифмический перепад температур можно применять для прямоточных и противоточных систем, работающих на двух жидкостях. Однако он также может быть непосредственно применен в случае, когда одна жидкость омывает стенку при заданной постоянной температуре.

В этом случае \bar{h} берется как средний коэффициент теплопередачи от стенки к газу. Если \bar{h} не остается постоянным и зависит от температуры, то интегрирование уравнения (3.126) должно быть выполнено с учетом этой зависимости. С учетом линейной зависимости \bar{h} от температуры можно показать, что уравнение (3.126) для постоянной температуры стенки приобретает простой вид:

$$\frac{q}{A_h} = \frac{h_i \Delta T_0 - h_0 \Delta T_i}{\ln(h_i \Delta T_0 / h_0 \Delta T_i)} = \bar{h} \Delta T_M, \quad (3.129)$$

где h_i и h_0 — коэффициенты, вычисленные по уравнениям Нуссельта для условий на входе и на выходе.

При проектировании некоторых систем условие постоянства температуры стенки не выдерживается. Вместо этого можно взять линейное увеличение температуры стенки T_w вниз по потоку, что соответствует большинству встречающихся в практике изменений внутренней температуры в конструкции активной зоны. Для этого случая можно показать, что эффективный средний перепад температур ΔT_M будет:

$$\Delta T_M = \frac{\Delta T_i}{\lambda L} (1 - e^{-\lambda L}) + \frac{T_{w_0} - T_{w_i}}{\lambda L} e^{-\lambda L}, \quad (3.130)$$

где $\lambda = \bar{h}C/m\dot{c}_p$ — величина, обратная характерной длине, на которой в e раз изменяется температура жидкости; C и m — смачиваемый периметр и массовый расход через канал.

Другими представляющими интерес случаями являются системы с равномерным выделением тепла вдоль канала. В этих случаях

$$\Delta T_M = \text{const} = \frac{q}{\bar{h}A_h} \quad (3.131)$$

для \bar{h} , не зависящего от температуры, или

$$\Delta T_M = \frac{q/A_h}{h_0 - h_i} \ln \frac{h_0}{h_i} \quad (3.132)$$

для h , линейно зависящего от температуры (и, таким образом, от расстояния вдоль потока). Подобно рассмотренному случаю для дальнейших расчетов можно найти, что величина ΔT_M в представляющем интерес случае синусоидального вы-

деления тепла $q(x)/A_h = q_0/A_h \sin \pi x/L$ или плотности энергии вдоль оси будет

$$\Delta T_M = \frac{2}{\pi} \Delta T_{\max} \quad (3.133)$$

при $h = \text{const}$, где $\Delta T_{\max} = g_0/A_h$ — максимальная разность температур стенки и газа, наблюдающаяся в средней точке потока. Если к тому же h линейно зависит от T , то ΔT_M берется в виде линейной комбинации уравнений (3.132) и (3.133); таким образом,

$$\Delta T_M \approx \frac{2}{\pi} \cdot \frac{q_0/A_h}{h_0 - h_i} \ln \frac{h_0}{h_i} \quad (3.134, a)$$

или

$$\Delta T_M \approx \frac{2}{\pi} \cdot \frac{q_0/A_h}{h_m} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\delta h}{h_m} \right)^2 + \frac{1}{80} \left(\frac{\delta h}{h_m} \right)^4 + \dots \right] \quad (3.134, б)$$

для $h_m = \frac{1}{2}(h_0 + h_i)$, $\delta h = h_0 - h_i$ и $\frac{\delta h}{h_m} < 1$.

Определение геометрических форм. Для того чтобы достигнуть высоких полетных характеристик, крайне необходимо, чтобы узлы ядерных реактивных систем были выполнены с минимальным весом. В конструкции теплообменника ядерного реактора это требование равносильно, вообще говоря, требованию компактности. Полезным параметром для определения этой компактности является отношение полной площади теплопередающей поверхности активной зоны к полному объему активной зоны, которое записывается как $\zeta = A_h/V_c$. Чем больше это отношение, тем больше теплопередача на единицу объема и, следовательно, при одинаковых прочих условиях на единицу массы в большинстве систем активной зоны. В конструкции обычных теплообменников применяется много способов получения больших поверхностей теплопередачи, например, используют ребра и углубления, однако, в ядерных системах, которые работают при высоких температурах, по конструктивным соображениям эти способы, как правило, исключаются. С целью сравнения и определения конструкции активной зоны ракетного реактора рассмотрим величину отношения ζ для нескольких геометрических форм.

Пластины. Составная пластинчатая форма тепловыделяющих элементов обладает многими преимуществами из-за легкости изготовления и конструктивного выполнения при значительном диапазоне возможных изменений в нагрузках урана. Кроме того, местные перегревы, вызванные, например, лишней нагрузкой, не могут быть в значительной степени уменьшены в одноканальной системе, в то время как широкие плоские каналы разрешают потоку течь вокруг участка перегрева. Для сборки из пластин толщиной t с зазорами и

между ними для потока (рис. 3.17) отношение площади теплопередающей поверхности к объему равно

$$\zeta = \frac{2}{t+u} = \frac{2}{u} f_v \quad (3.135)$$

где $f_v = u/(t+u)$ — доля пустоты.

Трубы. Активная зона, в которой поток движется внутри длинных труб, отличается простотой изготовления, свойственной пластинам, и конструктивной устойчивостью. Однако трудности, связанные с перегревом труб, возникающим при изменении загрузки урана, являются более серьезными, чем для пластин, так как поток в этом случае ближе к одномер-

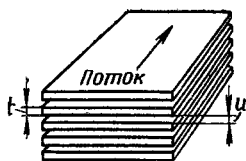


Рис. 3.17. Пластиночная сборка активной зоны:

t — толщина пластины,
 u — зазор между пластинами

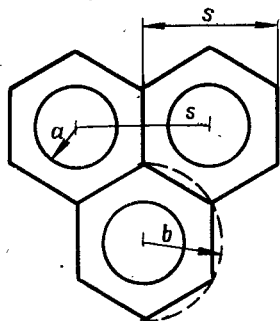


Рис. 3.18. Сборка активной зоны из шестиугольных труб и эквивалентных круглых цилиндров (равностороннее расположение отверстий):

b — радиус эквивалентных труб, $2b = 1,05 s$

ному, чем к плоскому, и имеется возможность перегрева и повреждения вследствие закупорки труб. Сборка из пакета шестиугольных труб в твердый блок, показанная на рис. 3.18, может быть представлена как фиктивная сборка круглых труб, каждая из которых частично совпадает с другой в точках соприкосновения. «Эквивалентные» круглые трубы находятся из условия, что полная площадь поперечного сечения трубы πb^2 равна полной площади (включая отверстие для потока) шестиугольной ячейки шириной S . При этом условии внешний радиус трубы связан с действительным расстоянием между центрами отверстий соотношением $2b = 1,05 s$ (гл. 6). Тогда удельная поверхность теплообмена шестиугольной сборки или системы эквивалентных труб будет равна

$$\zeta = 2 \frac{a}{b^2} = \frac{2}{a} f_v \quad (3.136)$$

где a и b — соответственно внутренний (отверстие для охлаждающего потока) и внешний радиусы.

Твердые стержни. Теплообменник, состоящий из твердых стержневых тепловыделяющих элементов с потоком рабочего тела, движущегося параллельно осям стержней, характеризуется преимуществом изготовления, свойственным пластинам, и не имеет недостатков трубчатых сборок, связанных с закупоркой или перегревом. Однако изменения загрузки урана могут приводить к значительным местным отклонениям температуры, и конструктивное выполнение стержневой активной зоны несколько затруднено. На рис. 3.19 показаны две сборки из твердых стержней, имеющие следующие отно-

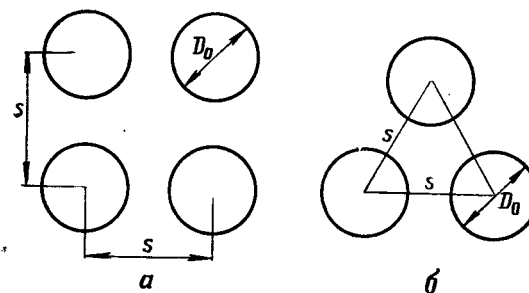


Рис. 3.19. Сборка активной зоны из твердых стержней:

a — квадратное расположение, b — расположение в виде равностороннего треугольника

шения площади поверхности теплопередачи к полному объему:

$$\zeta = \frac{\pi D_0}{S^2} = \frac{4}{D_0} f_v \quad (\text{квадратное расположение}); \quad (3.137)$$

$$\zeta = \frac{2\pi D_0}{\sqrt{3} S^2} = \frac{4}{D_0} f_v \quad (\text{равностороннее расположение}).$$

Плотность мощности. Как указывалось выше, отношение площади теплопередающей поверхности к полному объему представляет собой меру компактности активных зон, однако интенсивность теплопередачи не может быть одинаковой для различных конфигураций активной зоны. Удобно сравнивать активные зоны различной формы на основе плотности мощности в объеме активной зоны, которая является простым отношением выходной тепловой мощности активной зоны реактора к полному объему активной зоны V_c (включая пустоты и пространство для газового потока). Таким образом,

$$K_c = \frac{q}{V_c} \quad (3.138)$$

Заметим, что величина K_c связана с плотностью энерговыделения делящегося материала (твердого) [уравнения (3.3), (3.16), (3.19) и др.] соотношением

$$K_c = K_s (1 - f_g). \quad (3.139)$$

Для предварительного расчета достаточно вычислить, как указывалось ранее, общую теплопередачу, используя средний температурный перепад ΔT_M и коэффициенты теплопередачи. Таким образом, полная теплопередача определяется уравнением в форме уравнения (3.123). Тепловая мощность реактора P_r в Мвт связана с полным количеством тепла в активной зоне следующим образом:

$$q = C_q (1 - f_e) f_c P_r \quad (3.140)$$

где C_q — переводной коэффициент, $0,86 \cdot 10^6$ ккал/Мвт·час; f_e — доля энергии деления, уносимая фотонами и быстрыми нейтронами (гл. 5); f_c — доля полной тепловой мощности, реально выделяющейся в активной зоне. Комбинируя уравнения (3.139) и (3.140), можно выразить плотность мощности как

$$K_c = C_q (1 - f_e) f_c \frac{P_r}{V_c} \quad (3.141)$$

для K_c в Мвт/м³, P_r — в Мвт и V_c — в м³. Для удобства анализа при предварительном расчете часто можно принять $f_e = 0$ и $f_c = 1$. Определение действительных значений f_e и f_c может быть сделано только после подробных расчетов при известных размерах, толщине отражателя, изоляции активной зоны и отражателя и т. д. При принятых предположениях, комбинируя уравнения (3.123) и (3.141), можно найти объемную плотность мощности активной зоны как

$$K_c = \frac{1}{C_q} \cdot \frac{A_h}{V_c} \bar{h} \Delta T_M = \zeta \bar{h} \frac{\Delta T_M}{C_q}, \quad (3.142)$$

где средний коэффициент теплопередачи \bar{h} и средний перепад ΔT_M (или среднее эффективное произведение $\bar{h} \Delta T_M$) определяются по формулам и методам, приведенным выше [уравнения (3.128) — (3.134) и уравнения Нуссельта для h] для каждой конкретной геометрической формы и вариаций h и q/A .

Обобщенный анализ. Используя соответствующую комбинацию уравнений, приведенных в предыдущих разделах, можно вывести формулы для применения при предварительном расчете теплообменника. Рассмотрим простое уравнение для определения давления [уравнение (3.111)]. Так как массовый

расход на единицу площади G постоянен вдоль потока, то уравнение для него можно записать по параметрам на входе.

$$G = \rho_i v_i = \frac{v_i P_i M}{R_u T_i}. \quad (3.143)$$

Тогда входная скорость может быть выражена через число Маха на входе:

$$v_i = M_i \sqrt{\frac{\gamma g_0 R_u T_i}{M}}. \quad (3.144)$$

Комбинируя эти два уравнения, можно определить удельный массовый расход на единицу давления на входе:

$$\left(\frac{G}{P_i}\right)^2 = M_i^2 \frac{M \gamma g_0}{R_u T_i}. \quad (3.145)$$

Теперь, если разделить уравнение для падения давления (3.111) на входное давление P_i , можно определить имеющее место в потоке падение давления вследствие его ускорения. В окончательном уравнении содержатся средние температура T_m и давление P_m . Они могут быть представлены в простой форме:

$$T_m = \frac{1}{2} T_0 \left(1 + \frac{\beta_t}{\chi}\right), \quad (3.146)$$

и

$$P_m = P_i \left(1 - \frac{\Delta P}{2P_i}\right), \quad (3.147)$$

где $\chi = T_0/T_i$ — отношение статической температуры газа на выходе к статической температуре на входе в активную зону. Формула (3.146) определяет коэффициент β_t при использовании уравнения для T_m , приведенного ранее. Для линейного изменения температуры T с расстоянием в активной зоне коэффициент $\beta_t = 1$. Почти во всех представляющих интерес случаях коэффициент β для действительного распределения температуры T близок к единице. Используя указанные два уравнения, можно получить падение давления вследствие ускорения как функцию от G/P_i . Беря G/P_i из уравнения (3.145) и производя алгебраические преобразования, окончательно получим

$$\frac{\Delta P}{P_i} \approx \frac{M_i^2 \chi (1 + \beta_t/\chi) \frac{\gamma}{2} (\ln \chi + 2fL/D)}{1 - \frac{1}{2} M_i^2 \chi (1 + \beta_t/\chi) \frac{\gamma}{2} (\ln \chi + 2fL/D)}, \quad (3.148)$$

где отношение плотностей приближенно представлено как $\rho_i/\rho_0 \approx T_0/T_i = \chi$. Если не учитывать слагаемого $2f \cdot L/D$, то оказывается, что падение давления является функцией только числа Маха и отношения температур в потоке. Величину

трения можно также представить в зависимости от этого отношения, используя выражение (3.72) для видоизмененной аналогии Рейнольдса. Сравнение его с уравнением (3.88) показывает, что коэффициент трения для потока в трубах с подводом тепла равен

$$f \approx \left(\frac{T_w}{T_b} \right)^{0,55} \text{StPr}^{2/3}. \quad (3.149)$$

Исходя из баланса энергии для потока [уравнения (3.123), (3.124)], найдем число Стантона

$$\text{St} = \frac{h}{Gc_p} = \frac{T_0 \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) D}{4\Delta T_M L}, \quad (3.150)$$

где все параметры являются средними величинами для активной зоны. Согласно этому условию можно весьма грубо найти средний температурный напор: $\Delta T_M \approx (T_w - T_b)_{\text{средн}} = T_M (T_w/T_b - 1)_{\text{средн}}$ и, используя выведенное ранее уравнение (3.146) для T_M , определить ΔT_M как функцию отношения температуры стенки к температуре основного потока и величины χ . Если использовать уравнения (3.149) и (3.150), то для слагаемого $2fL/D$ можно получить окончательный результат:

$$2f \frac{L}{D} \approx \text{Pr}^{2/3} \cdot \frac{1 - 1/\chi}{1 + \beta_t/\chi} \cdot \frac{T_w^{0,55}}{T_{wb} - 1} = \text{Pr}^{2/3} \cdot \frac{1 - 1/\chi}{1 + \beta_t/\chi} g(T_{wb}). \quad (3.151)$$

Здесь величина $T_{wb} = (T_w/T_b)_{\text{средн}}$. Численные исследования показывают, что величина $g(T_{wb})$ быстро изменяется по T_{wb} вблизи T_{wb} , равном единице, и медленно изменяется при $T_{wb} > 1,7$.

Среднеинтегральная величина T_{wb} для большинства представляющих интерес случаев лежит в области $1 < T_{wb} < 4$.

В табл. 3.1 приведено для нескольких значений χ сравнение слагаемых $\ln \chi$ для ускорения и $2fL/D$ для трения при $\beta_t = 1$, $g(T_{wb}) = 2,5$ и $\text{Pr} \approx 0,7$.

Таблица 3.1

Приближенные относительные вклады трения и ускорения потока в величину падения давления

Отношение температур $\chi = T_0/T_i$	Ускорение $\ln \chi$	Трение $\frac{2(1-1/\chi)/\chi}{1+1/\chi}$
3	1,10	1,00
10	2,30	1,63
30	3,40	1,88

Относительное падение давления в зависимости от χ для нескольких значений M_i согласно уравнениям (3.151) и (3.148) при $\beta_t = 1$ и $\text{Pr}^{2/3} g(T_{wb}) = 2$ представлено на рис. 3.20. Используя баланс энергии для потока при выводе уравнения (3.50), можно записать плотность мощности в зависимости от параметров газа на входе потока и отношения температур.

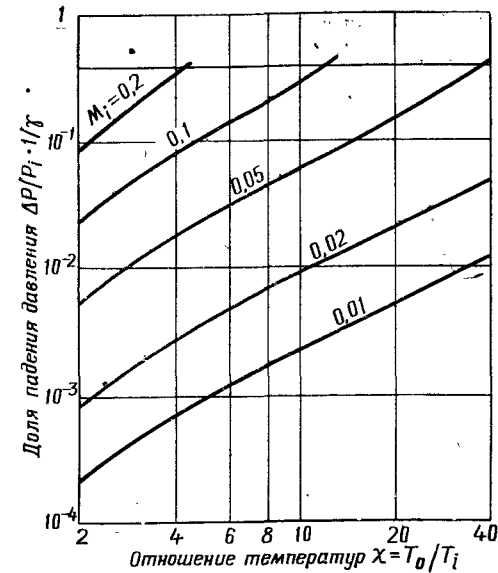


Рис. 3.20. Зависимость падения давления в потоке от отношения температур T_0/T_i (при подводе тепла)

В результате можно определить мощность, отнесенную к площади поперечного сечения потока; тогда

$$\pi = \frac{K_c L}{f_0} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{1}{J} \sqrt{\frac{Ra \gamma g_0}{\text{Pr}}} M_i P_i \sqrt{T_i} (\chi - 1). \quad (3.152)$$

Здесь γ — среднее отношение удельных теплоемкостей на участке, характеризуемое определенной величиной; T_i , $\chi = T_0/T_i$ и J — механический эквивалент тепла ($J = 427 \text{ кжм/ккал}$). Плотность мощности π в Мвт , отнесенных к квадратному метру площади потока, изображена графически на рис. 3.21 в зависимости от χ для нескольких значений параметра $[M_i P_i \sqrt{T_i} \text{ в } \text{ам}] \sqrt{1,8^\circ \text{К}}$.

Эта плотность мощности также определяется коэффициентом теплопередачи и избыточного давления, необходимого для системы, что может быть показано путем комбинации уравнения (3.123) и упрощенного уравнения (3.141)

при $f_e=0$ и $f_c=1$ совместно с уравнениями (3.150), (3.151) или (3.152). Найденное соотношение записывается так:

$$\pi = \frac{K_c L}{f_v} = \frac{4}{C_q} \cdot \frac{L}{D} (\bar{h} \Delta T_M). \quad (3.153)$$

Заметим, что полученное соотношение зависит от геометрических параметров только через суммарный коэффициент L/D , а не от подробных сведений о геометрической форме движущегося потока. Этот результат является есте-

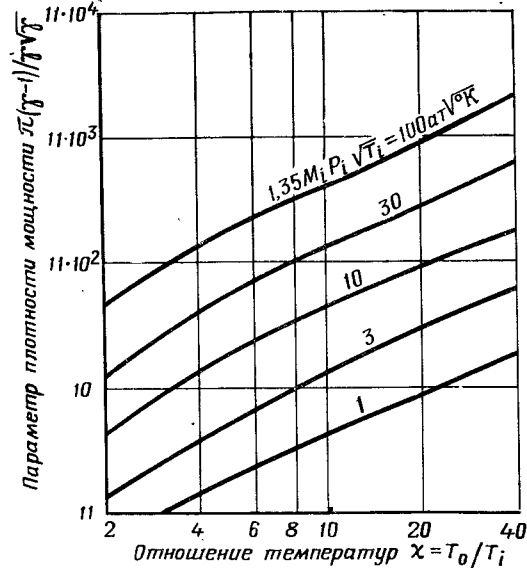


Рис. 3.21. Зависимость плотности мощности от отношения температур T_0/T_i для реактора реактивного двигателя с твердой активной зоной

ственным, так как $\zeta = \frac{4f_v}{D}$ для всех систем, независимо от формы. Зависимость для средней величины теплопередачи $\bar{h} \Delta T_m$ от π для различных значений L/D приведена на рис. 3.22.

Используя приведенные уравнения и графики, можно быстро найти условия, позволяющие описать или охарактеризовать предварительные проектные данные теплообменника. Однако такое описание не будет законченным, так как при этом пренебрегалось распределением температуры и тепловыми напряжениями, в маломасштабной конструкции активной зоны. Они могут быть записаны просто как

$$\Delta T_{\max} = \psi \frac{K_s}{k} \quad (3.154)$$

и

$$\sigma_{th} = \psi_3 \frac{\alpha E}{1-\nu} \Delta T_{\max}, \quad (3.155)$$

где индексы приняты такими, как и в гл. 6, а коэффициент ψ является функцией только формы.

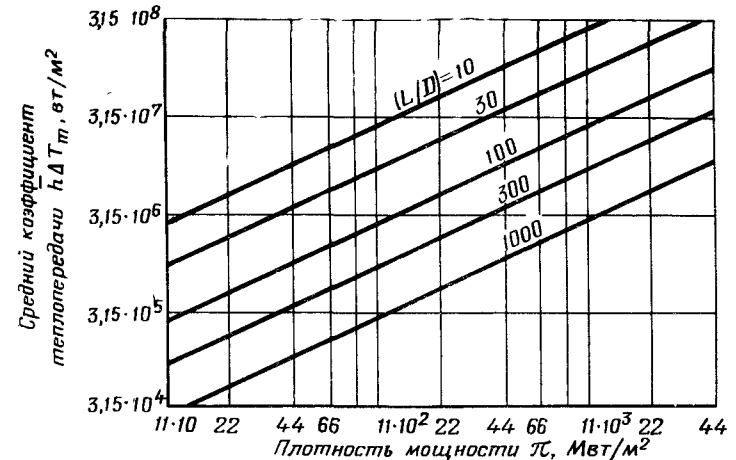


Рис. 3.22. Зависимость средней величины коэффициента теплопередачи $\bar{h} \Delta T_m$ от плотности мощности π

Преобразуя последние уравнения [(6.12), (6.14), (6.19) и (6.20)] и выражая их через гидравлический диаметр и долю пустот активной зоны, получим:

для отверстий или эквивалентных труб

$$\psi_1 = \frac{D^2 [\ln(1/f_v) - (1-f_v)]}{16f_v} = D^2 \psi_1(f_v); \quad (3.156)$$

$$\psi_3 = \frac{(1/1-f_v) \ln 1/f_v - \frac{1}{2}(3-f_v)}{\ln(1/f_v) - (1-f_v)};$$

для сборки из пластин

$$\psi_1 = D^2 \left(\frac{1-f_v}{f_v} \right)^2 \frac{1}{32} = D^2 \psi_1(f_v); \quad (3.157)$$

$$\psi_3 = \frac{2}{3}.$$

Комбинируя написанные уравнения с уравнением (3.154) и используя соотношение для объемной плотности мощности конструкции $K_s = K_c / (1-f_v)$, можно найти среднюю величину

максимальной разности температур внутри конструкции, отнесенную к единице объемной плотности мощности:

$$k \frac{\Delta T_{\max}}{K_c} = \frac{D^2}{1-f_v} \psi_1(f_v). \quad (3.158)$$

Подобно этому величина среднего максимума упругих тепловых напряжений, отнесенная к объемной плотности мощности, будет равна

$$\frac{\sigma_{th}}{K_c} \cdot \frac{k(1-\nu)}{\alpha E} = \frac{D^2}{1-f_v} \psi_3 \psi_1(f_v). \quad (3.159)$$

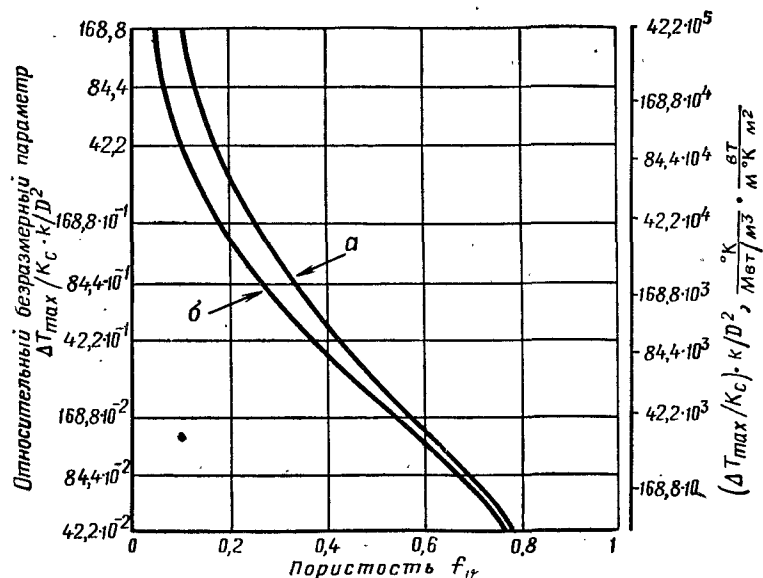


Рис. 3.23. Зависимость безразмерной относительной внутренней разности температур от пористости активной зоны при двух сборках:

a — пластинчатая сборка, *b* — сборка с равносторонним расположением отверстий

Действительные максимальные величины могут быть скорее определены по известным местным максимумам, чем по средним величинам K_c . Соответствующие графики для параметров температуры и теплового напряжения изображены на рис. 3.23 и 3.24 в зависимости от пористости активной зоны (доли отверстий) из эквивалентных труб или пластин. Эти кривые могут быть использованы для расчета действительного диапазона значений D при рассмотрении напряжений, если известны π и предварительно заданы общий размер активной зоны L и пористость (критичность). Граничными значениями D являются и такие значения, при которых внутрен-

няя разность температур T и (или) упругие тепловые напряжения превышают определенные допустимые величины. В гл. 6 приведены материалы, для которых должны быть оценены эти допустимые величины, и рассмотрены более подробно методы их определения. Однако при использовании кривых на рис. 3.23 и 3.24 необходимо учитывать, что величина D не может быть определена однозначно в результате рассмотрения напряжения и внутренней температуры T просто потому, что гидравлический диаметр входит во все урав-

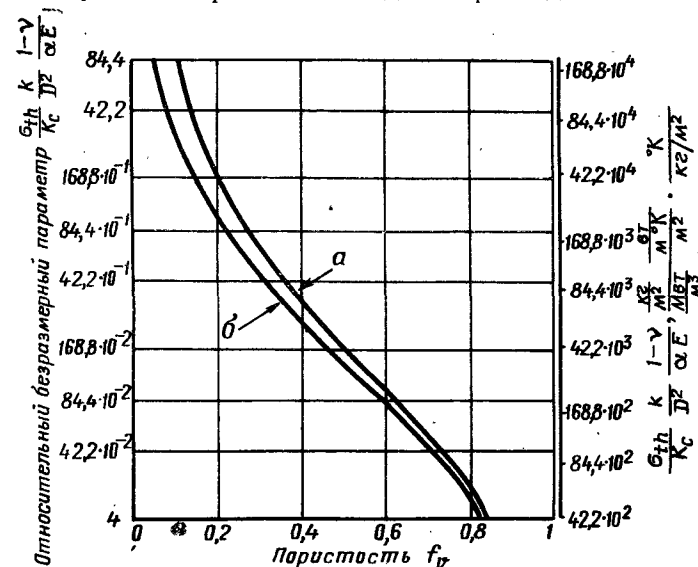


Рис. 3.24. Зависимость безразмерного относительного теплового напряжения от пористости активной зоны при двух сборках:

a — пластинчатая сборка, *b* — сборка с равносторонним расположением отверстий

нения Нуссельта для определения h . Таким образом, величины $\bar{h}\Delta T_M$ в уравнении (3.153) связаны с выбором χ и T_i [уравнения (3.148) и (3.152)], которые определяют рабочий уровень температуры, и с выбором D через уравнение Нуссельта. Это можно проследить следующим образом.

Исследование упомянутых соотношений показывает, что уравнение (3.152) главным образом получено для известных удельного расхода G и увеличения температуры $T_0 - T_i = T_0(1 - 1/\chi)$. Это определяет значения G и температуру пограничного слоя, которые входят в уравнения для нахождения h ; таким образом, оставляя в качестве параметра согласования только D для нахождения h , необходимо, чтобы величина теплового потока $\bar{h}\Delta T_M$ соответствовала уравнению

(3.152). Для данных ранее формул и определенного значения температуры стенки и распределения теплового потока можно рассчитать действительное значение ΔT_M и, следовательно, действительное значение \bar{h} . Имея эти значения и взяв для уравнения (3.152) величину G , можно решить уравнение (3.153) и определить D для любых значений объемной плотности мощности K_c и пористости f_v , применяя соответствующую формулу для определения h . В последней формуле величина h зависит от $D^{-0,2}$, так что при одних и тех же значениях других величин (например, расход G) уравнение (3.153) для D будет $D \approx (\Delta T_M f_v / K_c)^{0,83}$.

Этим способом можно определить для желаемого значения K_c искомую величину D . Используя полученное значение D по уравнениям (3.158) и (3.159), можно вычислить внутренние параметры конструкции. Если они выходят за пределы допустимых величин, должен быть произведен новый выбор исходных данных, а вычисления необходимо повторить.

Для иллюстрации этих взаимосвязей рассмотрим пример. Предположим, что нужно рассчитать работающий на водороде ядерный ракетный двигатель мощностью $P_r = 5000$ Мвт при плотности мощности активной зоны $K_c = 3700$ Мвт/м³, диаметре и площади поперечного сечения $D_c = (50 \cdot 4/\pi)^{1/2} = 1,22$ м, $A_c = 1,16$ м², с формой круглого прямого цилиндра.

В гл. 4 указывается, что критическая масса сильно зависит от пористости активной зоны (из-за утечки быстрых нейтронов); следовательно, ее необходимо иметь минимальной. Для рассматриваемого примера примем $f_v = 0,30$. Тогда площадь для потока рабочего тела A_f будет равна

$$A_f = f_v A_c = 0,348 \text{ м}^2.$$

Для того чтобы получить мощность 5000 Мвт при максимальной температуре водорода 2780° К, его расход (по соотношениям между мощностью и секундным расходом, приведенным на рис. 3.33) должен равняться $\dot{m} = P_r / 20,8 = 109$ кг/сек.

Удельный массовый расход для выбранной активной зоны

$$G = \dot{m} / A_f = 11,2 \cdot 10^5 \text{ кг/час} \cdot \text{м}^2.$$

Для постоянной температуры стенки $T_w = 3000^\circ \text{ К}$ при температуре рабочего тела на входе $T_i = 278^\circ \text{ К}$ и на выходе $T_0 = 2780^\circ \text{ К}$ уравнение (3.128) дает

$$\Delta T_M = \Delta T_{LM} = 1080^\circ \text{ К},$$

а из уравнения (3.142) следует

$$\bar{h}\zeta = 28,12 \cdot 10^5 \text{ ккал/час} \cdot \text{м}^3 \cdot ^\circ \text{С}.$$

Для сборки активной зоны из пластин удельная площадь поверхности согласно уравнению (3.153) $\zeta = \frac{2f_v}{u} = \frac{0,60}{u}$ при принятой выше величине $f_v = 0,3$. Комбинируя последнее равенство с приведенным выше уравнением для $\bar{h}\zeta$, получим ограничительное соотношение между коэффициентом теплопередачи и шириной зазора $h/u = 46,9$ ккал/час \cdot м³ \cdot °С. Так как гидравлический или эквивалентный диаметр для пластинчатой сборки $D = 2u$, то получим $h = 4 \cdot 10^5 D$.

Теперь, используя, например, зависимость (3.69), можно определить величину соответствующего гидравлического диаметра для любого удельного массового расхода; таким образом,

$$h = 0,023 \frac{G^{0,8}}{D^{0,2}} \cdot \frac{k_f}{\mu_f^{0,8}} \left(\frac{c_{pf} \mu_f}{k_f} \right)^{0,4};$$

$$D^{1,2} = 5,75 \cdot 10^{-8} G^{0,8} \frac{k_f}{\mu_f^{0,8}} \left(\frac{c_{pf} \mu_f}{k_f} \right)^{0,4}. \quad (3.160)$$

Средняя температура пограничного слоя, по которой определяются физические свойства рабочего тела, вычисляется на основе среднелогарифмического перепада температур (1080° К) поперек пограничного слоя, температуры на входе 278° К и температуры стенки пластин 3060° К, которые позволяют найти $T_f = 2210^\circ \text{ К}$. При этой температуре водород имеет следующие физические свойства: $\mu_f = 3,36 \cdot 10^{-6}$ кг \cdot сек/м², $k_f = 0,684$ ккал/час М° К, $c_{pf} = 3,78$ ккал/кг° К. Используя эти значения и величину массового расхода, отнесенного к единице предварительно принятой площади, по уравнению (3.160), вычислим потребный гидравлический диаметр $D = 6,096$ мм. В результате определяются размеры зазора для потока и толщина пластин: $u = 3,048$ мм, $t = 7,113$ мм. Эти размеры являются типичными, и их значения показывают, что для достижения высокой плотности мощности активной зоны двигательного реактора требуются тщательные, подробные расчеты и конструктивные разработки.

3.3. ТЕЧЕНИЕ В СОПЛЕ И ХАРАКТЕРИСТИКИ РАБОЧЕГО ТЕЛА

3.3.1. Изэнтропическое расширение. Рассмотрим ракетный двигатель, у которого выход газов (рабочего тела) из активной зоны реактора выполнен в форме сопла Лавала (суживающегося — расширяющегося). Для изэнтропического расширения (без потерь или подвода энергии) идеальная скорость газа в любом сечении сопла за сечением выхода из

камеры может быть определена на основании закона сохранения энергии:

$$v_{ei}^2 - v_c^2 = 2Jg_0c_p(T_c - T_e), \quad (3.161)$$

где индексы e и c обозначают сечение выхода из сопла и камеры соответственно; J — механический эквивалент тепла (427 ккал/кгм); c_p — среднеинтегральная по температуре удельная теплоемкость при постоянном давлении в диапазоне температур от T_c до T_e . Большинство ракетных сопел работает с малой теплоотдачей по сравнению с кинетической энергией, переносимой истекающим рабочим телом. При таком расширении температура и давление газа связаны обычным соотношением для изэнтропического — адиабатического течения:

$$\frac{T_e}{T_c} = \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\gamma-1/\gamma}, \quad (3.162)$$

где γ — средняя величина показателя адиабаты (отношения удельных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме, взятых для сечений e и c). Простая комбинация уравнений (3.161) и (3.162) показывает, что

$$v_{ei}^2 = v_c^2 + 2Jg_0c_p\eta_c T_c, \quad (3.163)$$

где η_c — к. п. д. идеального цикла Карно для процесса расширения, который определяется как

$$\eta_c = 1 - \frac{T_e}{T_c} = 1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{1/\gamma}. \quad (3.164)$$

Рис. 3.25 иллюстрирует изменение к. п. д. идеального цикла в зависимости от степени расширения газов в сопле при различных значениях γ . Основное уравнение сохранения энергии может быть записано в более общем виде для потока в сопле с изменяемыми свойствами газа и с выделением энергии (например, при рекомбинации), если в уравнении (3.163) для рабочего тела, протекающего через реактор, использовать выражение для изменения энтальпии единицы массы ΔH_r ; тогда

$$v_{ei}^2 = 2Jg_0\Delta H_r\eta_c, \quad (3.165)$$

где η_c — коэффициент использования энергии (или преобразования в поступательное движение) в сопле; он всегда меньше коэффициента η_c , найденного по уравнению (3.164) и непосредственно используемого только для адиабатического течения идеальных газов. Изменение удельной энтальпии можно записать следующим образом:

$$\Delta H_r = (c_{p_k} + c_{p_p})\Delta T_g = c_{p_{эфф}}\Delta T_g \quad (3.166)$$

где ΔT_g — изменение температуры газа при прохождении через реактор; c_{p_k} — средняя удельная теплоемкость кинетических степеней свободы; c_{p_p} — удельная теплоемкость потенциальных энергетических процессов, таких, как диссоциация или ионизация; $c_{p_{эфф}}$ — сумма указанных удельных теплоемкостей. Это выражение будет еще рассмотрено позже в связи с учетом упомянутых процессов и рекомбинации в сопле.

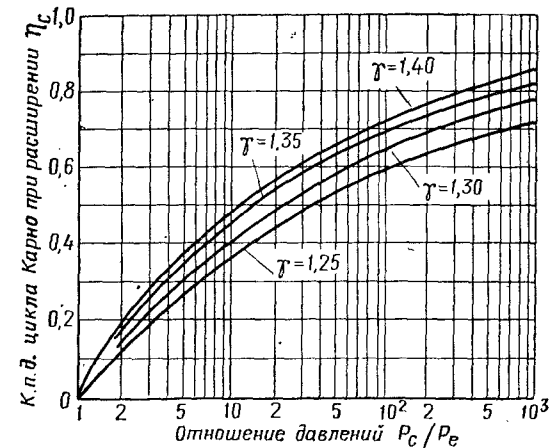


Рис. 3.25. Характеристики процесса расширения в сопле

В соответствии с основными термодинамическими соотношениями

$$c_p - c_v = \frac{R_u}{J\mathcal{M}} \text{ и } \gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (3.167)$$

можно показать, что c_p и γ связаны соотношением

$$c_p = \frac{R_u}{J\mathcal{M}} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1}, \quad (3.168)$$

где R_u — универсальная газовая постоянная; \mathcal{M} — осредненный по температуре молекулярный вес истекающих газов. Комбинируя уравнение (3.163) с последним уравнением, получим

$$v_{ei}^2 - v_c^2 = \frac{2\gamma g_0}{\gamma - 1} \cdot \frac{R_u}{J\mathcal{M}} T_c \eta_c = v_{mi}^2 \eta_c, \quad (3.169)$$

где основные параметры также осреднены по температуре. Максимальная теоретическая скорость истечения v_{mi} соответствует бесконечной степени расширения (расширение до давления, равного нулю) и для к. п. д. идеального цикла Карно,

равного 100% ($\eta_c=1$). На рис. 3.26 приведена зависимость идеальной скорости истечения от функции T_c/\mathfrak{M} для нескольких значений параметра $\gamma\eta_c/\gamma-1$ в предположении, что скорость в камере мала по сравнению со скоростью в выходном сечении сопла ($v_c \ll v_e$).

Из уравнения (3.169) непосредственно следует, что высокая скорость истечения может быть получена при высокой температуре в камере, при большой степени расширения P_c/P_e или при использовании рабочих тел с низким молекулярным весом. Этот последний путь дает ядерным двигателям потенциальное преимущество над ракетными двигателями, у кото-

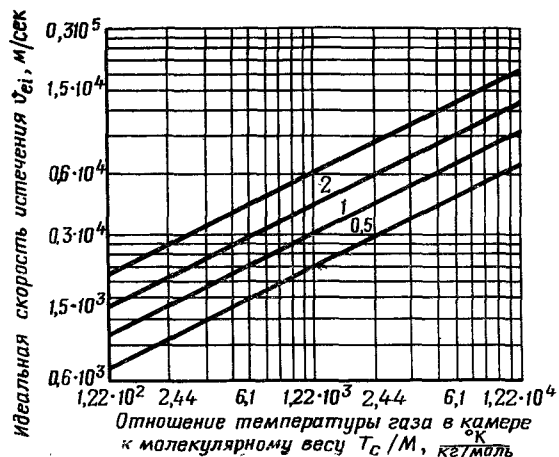


Рис. 3.26. Зависимость идеальной скорости истечения от отношения температуры газа к молекулярному весу (на кривых $\eta_c\gamma/\gamma-1$)

рых энергия выделяется в результате химической реакции горения. Средний молекулярный вес оптимальных смесей для типичных топлив ракетных двигателей, таких, как керосин — кислород или азотная кислота — анилин, лежит в пределах от 20 до 25, а водород имеет молекулярный вес только 2. Так как охладитель ядерного реактора может быть выбран без учета его характеристик горения, то желательно использование газов с низким молекулярным весом. При использовании водорода в ядерном двигателе можно получить скорость истечения в три раза большую, чем в обычном ракетном двигателе на химическом топливе, работающем при той же температуре газа. Так как величина скорости истечения входит в показатель экспоненты уравнения отношения масс, то ракета с ядерным двигателем имеет громадное преимущество в весовом отношении над ракетой с двигателем, работающим на химических топливах при равных прочих характеристиках ракеты.

Согласно закону сохранения массы можно записать уравнение неразрывности для потока рабочего тела:

$$\rho_e A_e v_{ei} = \rho_c A_c v_c = \rho_t A_t v_t, \quad (3.170)$$

где индексы c , t и e — сечения входа, горла и выхода из сопла соответственно; A — площадь, нормальная к оси потока; ρ — местная плотность газа. Скорость в горле сопла звуковая, ее можно определить по соотношениям

$$v_t = v_s = \left(\gamma g_0 \frac{R_u}{\mathfrak{M}} T_t \right)^{1/2} \text{ или } v_t = \left(\frac{2\gamma g_0}{\gamma+1} \cdot \frac{R_u}{\mathfrak{M}} T_c \right)^{1/2}. \quad (3.171)$$

Для идеальных газов справедливо уравнение

$$P = \frac{\rho T R_u}{\mathfrak{M}}. \quad (3.97)$$

Комбинируя последнее уравнение с уравнениями (3.162), (3.170) и (3.171), можно найти геометрическую зависимость для величины отношения площадей ϵ в сопле:

$$\frac{A_t}{A_e} = \frac{1}{\epsilon} = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{1/\gamma-1} \left(\frac{P_e}{P_c} \right)^{1/\gamma} \left\{ \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_c} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right] \right\}^{1/2}. \quad (3.172)$$

Это соотношение пригодно для определения размеров сопла, необходимых для получения определенных характеристик. Иллюстрацией для уравнения (3.172) являются кривые на рис. 3.27, подсчитанные для нескольких значений γ . Преобразуя предыдущие уравнения, можно найти соотношение для определения площади горла сопла для любых желаемых расходов газа:

$$\dot{m} = A_t P_c \left[\frac{\gamma g_0 \mathfrak{M}}{R_u T_c} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma+1/\gamma-1} \right]^{1/2}. \quad (3.173)$$

Идеальная тяга для изэнтропического расширения будет равна

$$F_i = \frac{\dot{m} v_{ei}}{g_0} + (P_e - P_a) A_e, \quad (3.174)$$

где P_a — давление в окружающей атмосфере. С помощью уравнений (3.169), (3.172) и (3.173) можно выразить теоретическую тягу, отнесенную к единице расхода рабочего тела (или удельный импульс J_{spi}) в зависимости от условий в камере, термодинамических свойств газа и давлений в выходном сечении сопла и в атмосфере.

Для работы в вакууме ($P_a=0$) это соотношение имеет вид

$$J_{spi} = \frac{F_i}{\dot{m}} = \left[\frac{2\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{R_u}{\mathfrak{M} g_0} T_c \eta_c + \left(\frac{v_e}{g_0} \right)^2 \right]^{1/2} + \left(\frac{P_e}{P_c} \right)^{\gamma-1/\gamma} \left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} \cdot \frac{R_u T_c}{\mathfrak{M} g_0 \eta_c} \right)^{1/2}. \quad (3.175)$$

3.3.2. Реальные сопла. Идеальные изэнтропические характеристики сопел в практике не реализуются. Потери, вызываемые трением газа о стенки, радиальным (не осевым) движением выходящих из сопла газов в результате использования неидеальных газов, излучением в пространство вниз по оси сопла, диссоциацией и рекомбинацией внутри сопла, наличием пограничного слоя и скачков уплотнения на сверхзвуковом участке сопла, ведут к ухудшению общей характеристики сопла.

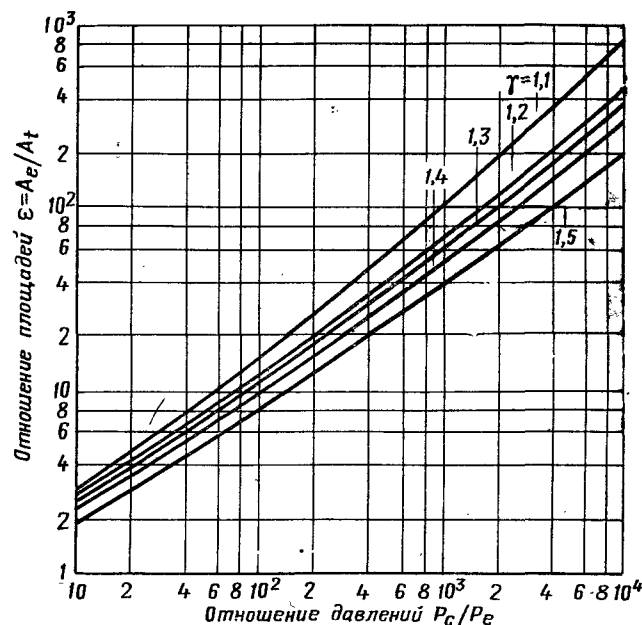


Рис. 3.27. Зависимость отношения площадей сопла A_e/A_t от степени расширения P_c/P_e для различных γ

Радиальная составляющая скорости не создает тяги. Поэтому при использовании конических сопел, в которых поток формируется вдоль конических линий тока или конических поверхностей, осредненная по массе осевая скорость во всех сечениях за горлом сопла получается меньшей, чем в случае течения, параллельного оси потока. Путем простых геометрических преобразований можно показать, что это уменьшение скорости равно $v_{\text{конич}}/v_{\text{паралл}} = 1 + \cos \phi/2$, где ϕ — половина угла при вершине конуса. Для половины угла $\phi = 20^\circ$ это отношение скоростей равно 0,97, т. е. в данном примере теряется только 3% скорости истечения. Для высокоскоростных ракетных двигателей даже эти небольшие потери нежелательны, и от них следует избавляться путем проекти-

рования таких форм сопла, которые обеспечили бы параллельный выход потока в выходном сечении сопла. Такие сопла с осевым выходом потока обеспечивают скорость, близкую к максимальной. Параллельность потока создается главным образом путем поворота потока к оси до того, как поток достигает выходного сечения сопла. Для этого необходимо, чтобы стенки сопла были повернуты внутрь к оси вблизи сечения, где заканчивается расширение потока. Однако, для того чтобы обеспечить нужное расширение потока за горлом без чрезмерного увеличения длины сопла и соответствующих больших потерь на трение в пограничном слое на участке сверхзвукового расширения, стенку сопла непосредственно за горлом следует делать криволинейной и выпуклой во внешнюю сторону потока. Такое сопло имеет форму, напоминающую колокол. Точный расчет этого типа сопла основан на применении метода характеристик для сверхзвукового потока. Изложение этого метода можно найти в литературе по сверхзвуковой аэродинамике и по основам проектирования ракетных двигателей. Основные потери в соплах рассматриваемого типа возникают в результате взаимодействия ударных волн в сверхзвуковой части сопла. Для больших сопел эти потери в редких случаях уменьшают среднемассовую скорость в выходном сечении более чем на 1%.

Тепловое излучение в пространство от газов вниз по течению за горлом сопла мало. При излучении абсолютно черного тела с температурой 1665°K можно передать только $0,43 \text{ Мвт/м}^2$ с единицы площади излучающей поверхности; в данном случае этой площадью является площадь поперечного сечения сопла. В то же время величина переносимой кинетической энергии через типичное сопло ракетного двигателя по порядку равна или больше 1080 Мвт/м^2 ; следовательно, потери за счет теплового излучения незначительны.

Химические процессы диссоциации и рекомбинации приводят к изменению молекулярного веса смеси и к выделению или поглощению тепла в сверхзвуковом участке сопла. По мере ускорения газа в сопле молекулярный вес в основном увеличивается, что приводит к более высокой плотности газа, и массовый расход на единицу площади становится больше, чем рассчитанный по простым теоретическим уравнениям. Эти процессы более полно будут рассмотрены в следующем разделе.

Трение газа о стенки сопла сопровождается теплоотдачей в стенки, и, следовательно, течение газа должно рассматриваться как неадиабатическое. Этот эффект становится меньше для больших сопел, так как количество отдаваемого тепла пропорционально площади поверхности ($\sim D^2$), в то время как общее количество энергии в потоке пропорционально объему ($\sim D^3$). Вследствие неадиабатического течения в реаль-

ном сопле среднemasсовая температура газа будет ниже и плотность будет выше, чем рассчитанная теоретически. Это увеличение плотности приводит к большему массовому расходу через единицу площади по сравнению с теоретическим [например, вычисленным по уравнению (3.173)]. Скорости течения в пограничном слое конечной толщины изменяются от нуля на поверхности стенки до полной скорости на границе между буферным слоем и турбулентным ядром потока. Для пограничного слоя конечной толщины (в действительности для всех реальных газов) эффективная площадь сечения потока с полной скоростью будет меньше, чем площадь, подсчитанная теоретически, и, следовательно, массовый расход на единицу площади будет меньше, чем в идеальном случае.

Имеются также факторы, которые затрудняют расчет и определение площади горла сопла для заданного расхода газа. Один из них заключается в том, что действительное горло фактически представляет собой поверхность, где достигается скорость звука в потоке газа, которая может в точности совпадать или не совпадать с площадью, соответствующей минимальному диаметру сопла. Для большинства реальных сопел поверхность с числом $M=1,0$ не плоская и пересекается со стенками в точках, несколько смещенных внутрь сопла по отношению к минимальному сечению. Это приводит к тому, что действительная площадь сопла будет больше, чем геометрическая площадь горла, что, в свою очередь, проявляется в увеличении расхода газа по сравнению с идеальным, вычисленным по геометрической площади горла.

В результате влияния указанных эффектов массовый расход через реальное сопло отличается от расхода через идеальное сопло; как правило, он больше идеального. Это создает трудности при определении размеров сопла для получения заданной тяги. Обычно в практике при создании ракетных двигателей пользуются коэффициентом расхода сопла ν_d , который представляет собой отношение действительного расхода через единицу геометрической площади к теоретическому и определяется путем экспериментального исследования сопел, работающих на тех же газах и при тех же условиях, которые были приняты в расчетах.

В результате действия указанных эффектов также несколько уменьшается скорость истечения. Для расчетов удобно использовать коэффициент скорости сопла, который может быть выражен через отношение действительной скорости истечения к теоретической: $\nu_v = v_{ea}/v_{ei}$. Пользуясь уравнением (3.169), можно записать, что

$$v_{ea} = \nu_v \left(\frac{2\gamma g_0}{\gamma-1} \cdot \frac{R_u}{M} T_c \eta_c + v_c^2 \right)^{1/2}. \quad (3.176)$$

Воспользовавшись введенными коэффициентами ν_v и ν_d , можно определить действительную тягу, отнесенную к единице расхода, и, следовательно, действительный удельный импульс ракетного двигателя, работающего в пустоте:

$$J_{sp} = \frac{F_a}{\dot{m}} = \nu_v \left[\frac{2\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{R_u}{M g_0} T_c \eta_c + \left(\frac{v_c}{g_0} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{\nu_d} \left(\frac{P_e}{P_c} \right)^{\gamma-1/\gamma} \left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} \cdot \frac{R_u}{M g_0} \cdot \frac{T_c}{\eta} \right)^{1/2}. \quad (3.177)$$

Заметим, что так как $v_c \ll v_e$, то

$$J_{sp} = \frac{v_{ei}}{g_0} \left[\nu_v + \frac{1}{\nu_d} \left(\frac{1}{\eta_c} - 1 \right) \frac{\gamma-1}{\gamma} \right]. \quad (3.178)$$

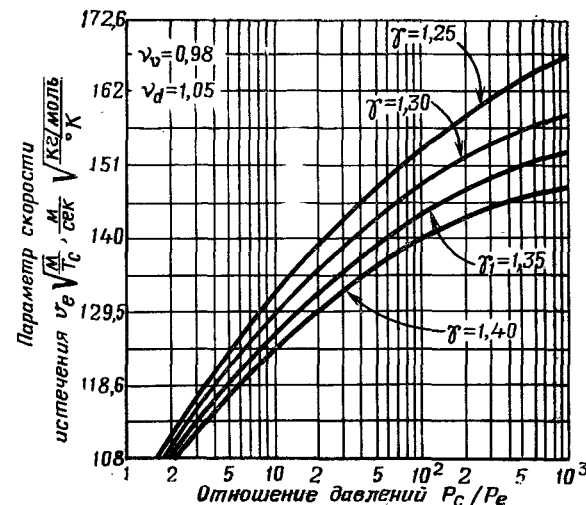


Рис. 3.28. Зависимость скорости истечения в реальном сопле от отношения давлений P_c/P_e

Действительный удельный импульс связан с эффективной скоростью истечения следующим образом:

$$v_e = g_0 J_{sp}. \quad (3.179)$$

Именно эту эффективную скорость или удельный импульс следует использовать при расчете характеристик ракеты, приведенном в гл. 2. На рис. 3.28 дана зависимость параметра $v_e \sqrt{M/T_c}$ от отношения давлений P_c/P_e для нескольких значений осредненных показателей адиабаты γ . Коэффициент скорости и коэффициент расхода были приняты 0,98 и 1,05 соответственно.

При использовании жидкого рабочего тела энергия, выделяющаяся в ракетном двигателе, должна быть достаточной

для парообразования и нагрева желаемого весового расхода рабочего тела до максимальной температуры

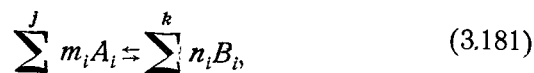
$$P_r = C_p \left(\frac{v_{mi}^2}{2Jg_0} + H_v \right) \dot{m}, \quad (3.180)$$

где H_v — теплота парообразования жидкого рабочего тела; J и C_p — механический и электрический эквиваленты тепла: $J = 427 \text{ ккал/кгм}$, $C_p = 4,186 \cdot 10^{-3} \text{ Мвт} \cdot \text{сек/ккал}$.

3.3.3. Диссоциация и рекомбинация. Для определения характеристик рабочих газов, выходящих из реактора и поступающих в сопло, необходимо знать состав этих газов и, следовательно, степень их диссоциации в реакторе. Вследствие относительно большого времени пребывания газов внутри реактора, их диссоциацию можно определить по условиям в активной зоне реактора на основе химического равновесия. Однако для точного расчета характеристик сопла и рабочего тела необходимо также знание состава газа, протекающего вдоль сопла. Здесь в сверхзвуковом потоке, время пребывания мало, и для правильного расчета указанных характеристик необходимо учитывать скорость реакций рекомбинации в быстро расширяющемся газовом потоке.

Равновесное состояние. Время пребывания газов внутри ядерного двигателя велико (порядка 50 мсек) по сравнению со временем диссоциации любого из рассмотренных газов при температуре более 1650°С; следовательно, предположение о химическом равновесии на выходе из реактора (входе в сопло) справедливо.

Рассмотрим реакцию диссоциации — рекомбинации для рабочего тела в газовой фазе, происходящую следующим образом:



где A_i — i -й компонент из j реагирующих веществ; B_i — i -й компонент из k продуктов реакции.

Константа равновесия для этой реакции, если она протекает при давлении P ат находится из уравнения

$$K_p = \frac{\prod_1^k n_i^{n_i}}{\prod_1^j m_i^{m_i}} P^{\left(\sum_1^k n_i - \sum_1^j m_i \right)}, \quad (3.182)$$

где символ Π означает произведение вида

$$\prod_1^r \alpha_i = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{r-1} \alpha_r.$$

Здесь N_i и M_i — мольные доли продуктов B_i и реагирующих веществ A_i в равновесной смеси. Мольные доли определяются через соотношения

$$M_i = \frac{m_i}{\sum_1^j m_i + \sum_1^k n_i} \quad \text{и} \quad N_i = \frac{n_i}{\sum_1^j m_i + \sum_1^k n_i}. \quad (3.183)$$

Из этих соотношений легко видеть, что

$$\sum_1^j M_i + \sum_1^k N_i = 1. \quad (3.184)$$

Константа равновесия K_p обычно является функцией температуры, и для многих простых реакций для нее имеются таблицы. Величины K_p для нескольких представляющих интерес реакций приведены на рис. 3.29.

Определение величин M_i и N_i часто затруднено. Одно уравнение, включающее $j+k$ неизвестных (M_i и N_i), находится по соотношению (3.184). Для многоэлементной системы из e элементов можно составить $e-1$ уравнений, включающих M_i и N_i , с помощью массового или атомного баланса полной системы. Отношение полного числа атомов любого данного элемента к полному числу атомов другого элемента должно быть одинаковым как в исходной смеси, так и в полученной после реакции. Другие уравнения можно получить, используя уравнение (3.182). Так как трудно предположить, что значения K_p можно найти для полной реакции многоэлементной, многокомпонентной системы, необходимо выбрать $j+k-e$ реакций диссоциации — рекомбинации, которые имеют отношение к решаемой задаче и для которых известны константы равновесия. Для этих реакций согласно уравнению (3.182) могут быть записаны $j+k-e$ уравнений равновесия; затем, получив $j+k$ подобных уравнений с $j+k$ неизвестными, можно полностью решить задачу для любых давлений и температур. Давление входит в уравнения непосредственно, а температура влияет только через значения $j+k-e$ констант равновесия (рис. 3.29).

В качестве примера применения подобной методики рассмотрим диссоциацию воды



Применив уравнение (3.184), получим

$$\text{M}_1 + \text{N}_1 + \text{N}_2 + \text{N}_3 + \text{N}_4 + \text{N}_5 = 1. \quad (3.185, б)$$

Согласно атомному балансу для полной системы имеем:

$$\frac{2\text{M}_1 + 2\text{N}_1 + \text{N}_3 + \text{N}_5}{\text{M}_1 + 2\text{N}_2 + \text{N}_3 + \text{N}_4} = \frac{N_{\text{атомов}}}{O_{\text{атомов}}} = 2. \quad (3.185, в)$$

Так как $j=1$ и $k=5$, имеются шесть неизвестных; следовательно, для решения задачи необходимо дополнительно составить еще четыре уравнения. Можно выбрать четыре простых уравнения диссоциации — рекомбинации, для которых известны константы равновесия. Такими уравнениями будут:

$$\text{H}_2 \rightleftharpoons 2\text{H}, \text{ здесь } K_{p_1} = \frac{N_2^2}{N_1}; \quad (3.185, \text{з})$$

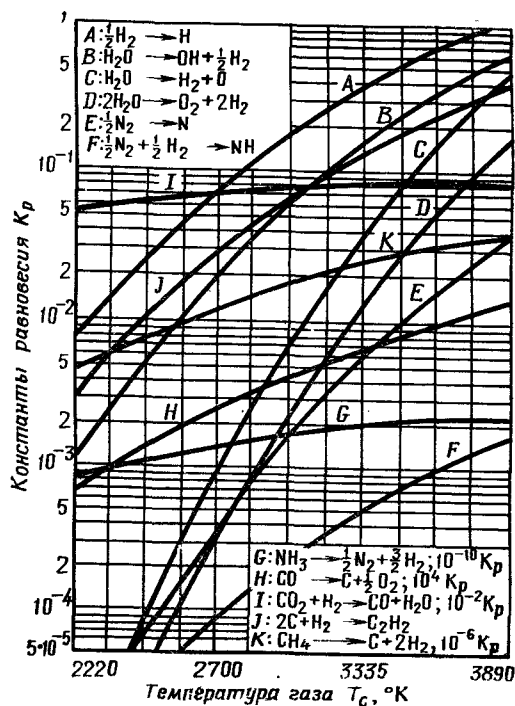


Рис. 3.29. Константы равновесия для различных реакций

$$\text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{O}, \text{ здесь } K_{p_2} = \frac{N_4^2}{N_2}; \quad (3.185, \text{д})$$

$$\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_2 + \frac{1}{2}\text{O}_2, \text{ здесь } K_{p_3} = \frac{N_1 \sqrt{N_2}}{M_1} \sqrt{P}; \quad (3.185, \text{е})$$

$$\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \frac{1}{2}\text{H}_2 + \text{OH}, \text{ здесь } K_{p_4} = \frac{N_3 \sqrt{N_1}}{M_1} \sqrt{P}. \quad (3.185, \text{ж})$$

Решение этой системы несложно, хотя и требует много времени. Уравнение (3.185, ж) можно решить относительно $N_1 = f_1(N_3, M_1)$. Подставляя отсюда N_1 в уравнение

(3.185, е) найдем $N_2 = f_2(N_3, M_1)$. Повторяя подобный прием с уравнениями (3.185, д) и (3.185, е), получим $N_4 = f_4(N_3, M_1)$ и $N_5 = f_5(N_3, M_1)$. Эти четыре равенства можно подставить в уравнения (3.185, б) и (3.185, в) и получить два уравнения с двумя неизвестными N_3 и M_1 . Решив эту систему, можно определить значения всех N_i . К сожалению, полученные уравнения имеют шестой порядок; таким образом, если для исследования данной проблемы нужно использовать большое число параметров (таких, как P и T), то выгодно применять вычислительные машины.

Влияние скорости процесса. В многолетней установившейся практике создания ракетных двигателей течение рабочего тела в сопле рассчитывается в предположении, что поток заморожен (имеет неизменный состав) или мгновенно становится химически равновесным. В первом случае газ обычно считается замороженным по условиям при входе в сопло, и этот состав газа остается неизменным при дальнейшем расширении в сопле. Это предположение кажется правдоподобным, поскольку частицы газа движутся через сопло в течение короткого отрезка времени (1 мсек или меньше); при этом вниз по соплу плотность частиц непрерывно уменьшается. Следовательно, частицы газа не имеют ни времени, ни благоприятной возможности прореагировать между собой после выхода их из камеры. Однако указанное предположение перестает быть справедливым для реакций, у которых время реакции рекомбинации значительно меньше времени пребывания частиц газа в сопле. Второй случай (мгновенное установление равновесного состава, соответствующего статическим температуре и давлению газа в каждом сечении сопла) предполагает, что скорость реакций бесконечно велика. Можно предполагать, что ни тот ни другой случай течения не является правильным для реальных газов, но, безусловно, течение всех реальных газов будет занимать промежуточное положение между двумя крайними случаями.

Расчетная скорость истечения, найденная в предположении существования мгновенного равновесия, обычно больше скорости истечения, вычисленной для случая неизменного состава (в камере). Хотя использование замороженного потока и дает меньший I_{sp} , но зато это более надежно.

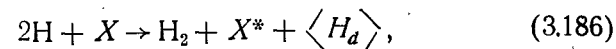
Точное решение, учитывающее изменение состава газа вдоль сопла, требует введения уравнений скорости реакций в приведенную выше систему уравнений баланса молей, используемых для расчетов течения с мгновенным равновесным составом. До последнего времени этот расчет широко не применялся, отчасти из-за большой сложности, отчасти потому, что нет достаточного количества данных по кинетике различных представляющих интерес реакций рекомбинации, но главным образом потому, что нет большой разницы между

действительными характеристиками сопел для давно известных рабочих тел и характеристиками, подсчитанными по одной из указанных выше моделей замороженного или равновесного течения. С появлением так называемых высокоэнергетических химических топлив, таких, как O_2/H_2 , F_2/H_2 и других комбинаций, требуется проведение термодинамических расчетов с учетом неравновесности, так как их течение и горение сопровождаются весьма заметными процессами диссоциации и рекомбинации.

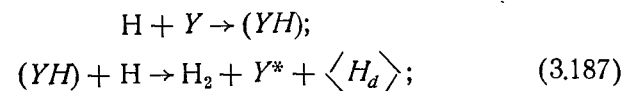
Диссоциация и рекомбинация нежелательны в ракетных двигателях, работающих на химических топливах, так как действительный импульс J_{sp} , достижимый при ограниченном источнике тепла, меньше в том случае, когда энергия выделяется частично внутри сопла при преобразовании ее в поступательный поток вне сопла. Однако в ядерных двигателях диссоциация газов очень желательна, так как она ведет к увеличению удельной энтальпии газа при входе в сопло без соответствующего увеличения температуры газа. Это очень важно потому, что реакторы реактивных двигателей являются устройствами, работающими на предельных температурах с практически неограниченным источником тепла. Для водорода диссоциация не является значительной, пока температура в активной зоне реактора ниже $2500^\circ K$ при давлении порядка 30 ат. Работа с более высокими температурами и меньшими давлениями ведет к заметному проявлению диссоциации и к высокой неравновесности течения в сопле. Так как энергия диссоциации весьма велика [$\sim 4,4$ эв/молекула (рис. 6.15)], важно знать действительное протекание рекомбинации в потоке, чтобы выполнить хорошие расчеты действительного импульса J_{sp} , достижимого для данных условий на выходе из активной зоны (вход в сопло). На основании уравнений (3.165) и (3.166) можно, анализируя условия равновесия в реакторе, найти величину ΔH_r , но для расчета неравновесного течения надо получить энергетический коэффициент η_e . Для точного расчета по этому методу необходимо знать скорость газа перед входом в сопло; следовательно, расчет можно выполнить только для конкретной геометрической формы сопла. Это происходит потому, что условия в горле сопла (и следовательно, все условия вниз за горлом) должны быть определены по кинетически равновесным свойствам газа в горле, которые, в свою очередь, зависят от профилей скорости и температуры вверх от сечения горла сопла. Кроме того, для аналитического расчета реакций рекомбинации в соплах требуется знание фактических размеров сопла, так как они определяют масштаб времени протекания процесса; другими словами, надо знать время пребывания потока в сопле $t_{\text{преб}} \sim L_{\text{сопла}}/v_{\text{потока}}$ или $t_{\text{преб}} \sim D_t/v_{\text{потока}}$ для данных соотношения площадей ϵ и эффективного угла конуса 2ϕ . По этим

причинам не представляется возможным выполнить подробные количественные расчеты кинетического равновесия, пригодные для всех случаев.

Две реакции рекомбинации представляют главный интерес: рекомбинация при столкновении трех масс в соответствии с выражением



где $\langle H_d \rangle$ обозначает энергию диссоциации, и двухступенчатая цепь столкновений двух масс с образованием относительно долго живущих составных молекул, а именно:



последняя называется ассоциативной реакцией рекомбинации. В них X и Y являются третьей массой, необходимой для протекания реакции рекомбинации, причем X не может, а Y может образовывать промежуточные соединения. В большинстве случаев X представляет собой другой атом H или (что более вероятно) молекулу H_2 , но для ассоциативной реакции рекомбинации необходимо, чтобы Y не был атомом H (например, Y может быть другим газом или маленькими частицами, введенными в рабочее тело). Скорость изменения плотности атомов H в потоке при постоянном давлении в случае столкновений трех масс будет

$$\frac{dn_H}{dt} = -2K_1 n_H^2 (n_H + n_{H_2}) = -2 \frac{dn_{H_2}}{dt}. \quad (3.188, a)$$

Это выражение можно преобразовать, используя тождество $n_{H_2}^0 = n_{H_2} + \frac{n_H}{2}$, равное начальной плотности молекул водорода. Таким образом,

$$\frac{dn_H}{dt} = -K_1 (2n_{H_2}^0 n_H^2 + n_H^3). \quad (3.188, б)$$

Для случая незначительной диссоциации $n_H \ll n_{H_2}^0$, и тогда

$$\frac{dn_H}{dt} \approx -2K_1 n_{H_2}^0 n_H^2. \quad (3.188, в)$$

Последнее уравнение можно проинтегрировать и найти фракцию рекомбинации для любого отрезка времени как $f_r = 1 - n_H(t)/n_H^0$, которая может быть определена из следующего соотношения:

$$f_r = \frac{2K_1 t n_{H_2}^0 n_H^0}{1 + 2K_1 t n_{H_2}^0 n_H^0}, \quad (3.189)$$

где n_H^0 — начальная концентрация атомов водорода. Характерное время, при котором реакция рекомбинации заканчивается наполовину, равно

$$t_{1/2} = \frac{1}{2K_1 n_{H_2}^0 n_H^0}. \quad (3.190)$$

Если оно мало по сравнению со временем пребывания $t_{\text{преб}}$ в сопле (обычно в дозвуковом участке), то большая часть энергии диссоциации будет преобразовываться в кинетическую энергию выходящего потока. Если $t_{1/2}$ велико относительно $t_{\text{преб}}$, то этого преобразования не происходит. Из уравнения (3.190) следует, что при большой доле атомов, участвующих в реакции диссоциации (велико n_H^0), большой плотности водорода $n_{H_2}^0$ и большом K_1 время $t_{1/2}$ мало. Безусловно, для расчета действительной реакции рекомбинации в сопле дифференциальное уравнение (3.188) должно быть видоизменено таким образом, чтобы учесть непрерывное уменьшение n при геометрическом расширении потока, и оно должно решаться численно, с разбиением на следующие один за другим бесконечно малые отрезки времени в потоке.

Случай ассоциативной реакции рекомбинации несколько более трудный, так как в этом случае надо решать нелинейное дифференциальное уравнение. Оно получается путем комбинации уравнений для скорости каждой реакции при столкновении двух масс:

$$\frac{dn_{YH}}{dt} = K_2 n_Y n_H, \quad (3.191)$$

$$\frac{dn_{H_2}}{dt} = K_3 n_{YH} n_H = -\frac{1}{2} \frac{dn_H}{dt},$$

где K_2 — константа пропорциональности для соединения YH , а K_3 — константа пропорциональности для столкновений двух масс YH и H . Исключая dn_{YH}/dt путем замены, получим уравнение, описывающее скорость реакции рекомбинации:

$$\frac{d^2 n_H}{dt^2} - \frac{1}{n_H} \left(\frac{dn_H}{dt} \right)^2 + (2K_2 K_3 n_Y) n_H^2 = 0. \quad (3.192)$$

Сравнение уравнения (3.192) с уравнением (3.188) показывает, что реакция рекомбинации будет протекать более быстро при столкновении трех масс в том случае, когда константа $2K_1$ будет меньше, чем $\sqrt{2K_2 K_3 n_Y / n_H}$. Так как n_Y — величина заданная, а n_H уменьшается по времени, видно, что ассоциативная реакция рекомбинации может всегда быть сделана в некоторое время преобладающей (т. е. для некоторой небольшой величины n_H). Во всяком случае, эта реак-

ция осуществляется в дозвуковом потоке или вдали от горла в зависимости от численной величины коэффициентов пропорциональности. В основном столкновения трех масс более вероятны в потоке в сопле, чем любой ассоциативный процесс.

3.3.4. Характеристики. Молекулярный вес газообразных рабочих тел, находящихся в равновесном состоянии, вычисленный по изложенным в предыдущем разделе методам, представлен на рис. 3.30 в зависимости от температуры. Он

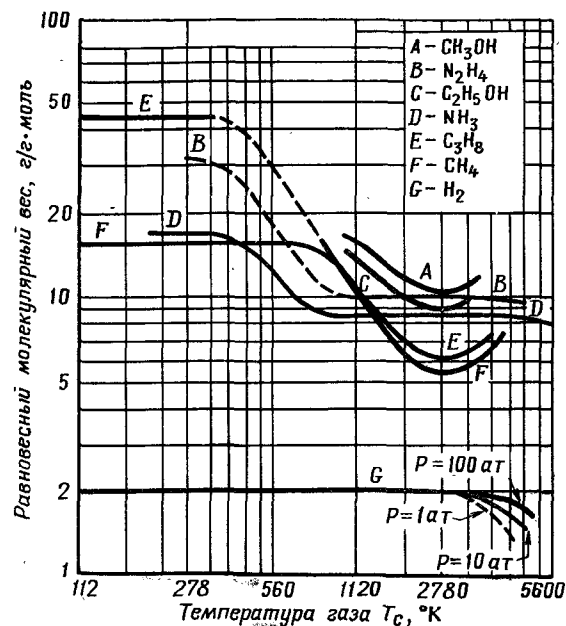


Рис. 3.30. Зависимость равновесного молекулярного веса газообразных рабочих тел от температуры при давлении в камере $P=100$ ат

может быть использован для расчета максимальной выходной скорости, достижимой для таких значений температуры и давления при входе в сопло, при которых в газовом потоке можно предположить законченный процесс рекомбинации (типичные значения: $P > 30$ ат при $T < 4170^\circ \text{K}$). Если предположить, что при этих условиях водород мгновенно приобретает состояние равновесия, тогда как все остальные реакции будут заморожены при условиях на входе в сопло, можно рассчитать удельный импульс, достижимый для любых представляющих интерес рабочих тел, вычислив ΔH_r для рабочей смеси, привлекая уравнение (3.166) и используя уравнение (3.165) при η_e , принятым равным η_c (имея в виду

отсутствие запаздывания реакции рекомбинации в потоке в сопле).

Для того чтобы выполнить подобные расчеты, необходимо найти для осредненных по температуре свойств величины, указанные в уравнениях (3.164) и (3.166). Для r -компоненты рабочей газовой смеси преобразование потенциальной энергии в удельную энтальпию, распространенное и на случай ионизации, может быть записано так:

$$c_{rp} \Delta T_g = \sum_i f_i (f_{di} H_{di} + f_{li} H_{li}) = H_p \quad (3.193)$$

где f_i — массовая доля рабочего газа, относящаяся к i -й компоненте; f_d и f_l — массовые доли i -й компоненты, участвующие в процессах диссоциации и ионизации; H_{di} и H_{li} — удельные энергии диссоциации и ионизации. Данные, приведенные на рис. 3.10 и 3.11, показывают зависимость полной энтальпии водорода и энтальпии, соответствующей диссоциации водорода, от давления и температуры. В соответствии с уравнением (3.193) по энтальпии диссоциирующего водорода f_{dH_d} может непосредственно быть найдена средняя удельная теплоемкость для потенциальной энергии. Для чистого водорода она равна $c_{rp} = f_d H_d / \Delta T_g$ или приблизительно $c_{rp} \approx f_d H_d / T_c$ (для T_c значительно больше температуры на входе в активную зону); таким образом,

$$c_{p_{\text{эф}}} = c_{pk} + \frac{H_d f_d}{T_c}. \quad (3.194)$$

Используя последнее соотношение, можно найти искусственную величину показателя адиабаты γ , привлекая для этого уравнение (3.168) и данные рис. 3.30. Следовательно,

$$\gamma = \frac{\mathfrak{M} c_p}{\mathfrak{M} c_p - R_u / J} = \frac{\mathfrak{M} c_p}{\mathfrak{M} c_p - 1,99}. \quad (3.195)$$

Для облегчения расчетов можно пользоваться приведенными на рис. 3.31 величинами средней удельной теплоемкости $c_{rp} = f_d H_d / T_c$, построенными в зависимости от температуры. Можно заметить, что эти величины относятся к другой области удельной энтальпии диссоциации по сравнению с величинами, приведенными на рис. 3.11.

Используя величины c_{rp} , представленные на рис. 6.19, вместе с величинами, полученными на основе данных рис. 3.30 и рис. 3.31, можно вычислить идеальную максимальную скорость истечения для всех представляющих интерес рабочих тел. Результаты таких расчетов изображены на рис. 3.32 в виде зависимости идеальной максимальной скорости исте-

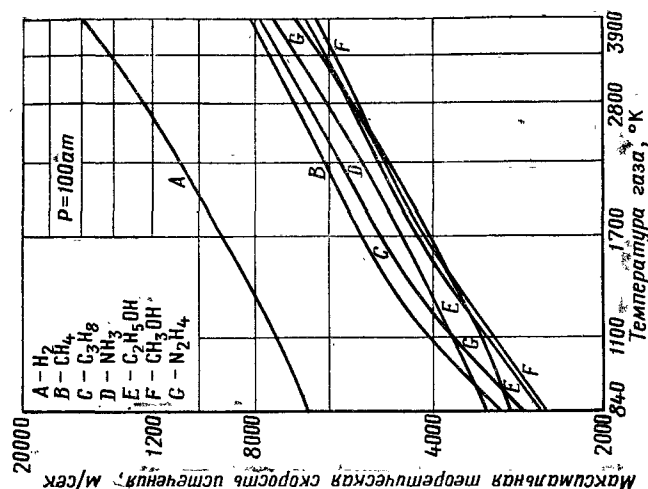


Рис. 3.32. Зависимость максимальной теоретической скорости истечения газобразных рабочих тел от температуры газа для давления в камере $P=100$ ат при полной рекомбинации водорода

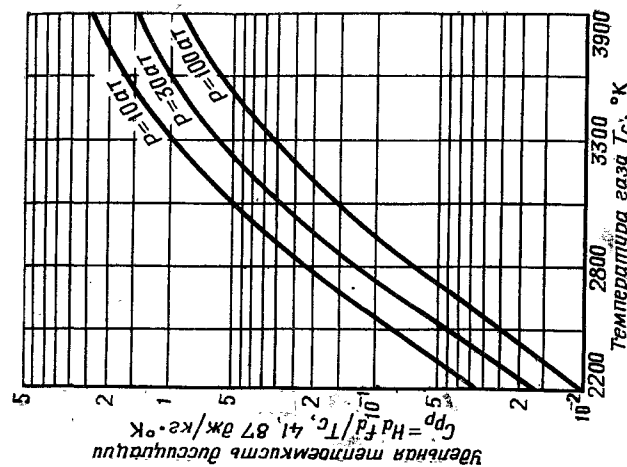


Рис. 3.31. Зависимость удельной теплоемкости диссоциации водорода от температуры

чения v_{mi} (для $\epsilon = \infty$) от температуры. Для того чтобы быть уверенным, что будет достигнут критерий полной рекомбинации (т. е. $t_{1,2}$ по уравнению (3.190) станет значительно меньше, чем $t_{\text{проб}}$), компоненты водорода во всех рабочих телах в указанном диапазоне температур, давление в камере принималось равным 100 ат. Эффективная скорость истечения зависит как от коэффициента скорости сопла и коэффициента расхода [уравнения (3.177), (3.178) и (3.179)], так и от идеальной максимальной скорости истечения. Данные на приведенных ранее рисунках вместе с указанными ранее уравнениями достаточны для определения скорости истечения любого рассматриваемого рабочего тела при различных условиях в твердой активной зоне ядерного ракетного двигателя. Потребление энергии на единицу расхода рабочего тела может быть определено по значениям идеальной максимальной скорости истечения, приведенным на рис. 3.32, теплоте парообразования (табл. 6.10) и уравнению (3.180). Удельное потребление энергии в зависимости от максимальной температуры газа при давлении в системе, равном 100 ат, графически изображено на рис. 3.33.

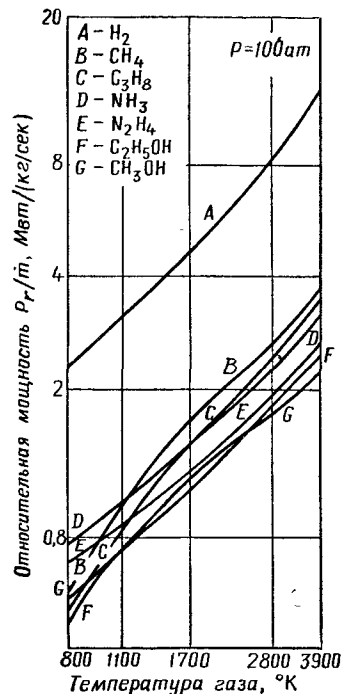


Рис. 3.33. Зависимость относительной мощности P_r/m от температуры газа T_c для давления в камере $P=100$ ат

необходимы только при взлете в условиях действия гравитационных полей. Для полета в свободном от гравитации пространстве или в межпланетном полете оптимальная величина удельной массы реактора λ_r может быть значительно больше, чем для разгоняющей системы. Следовательно, для космических условий можно использовать процесс увеличения диссоциации при уменьшении давления в системе при заданной температуре, для того чтобы достичь более высоких значений J_{sp} хотя бы ценой более низкой полной тяги. Расчеты показывают, что наибольшие значения J_{sp} при заданном давлении всегда получаются при работе с бо-

лее высокими температурами, однако при заданной температуре газа при изменении давления можно обеспечить и более высокие, и более низкие значения I_{sp} . Действительно, давление, при котором достигается максимум I_{sp} при данной температуре, определяется балансом между увеличением диссоциации при более низком давлении и уменьшением рекомбинации в потоке в сопле заданных размеров.

Это иллюстрируется данными на рис. 3.34 (по вышеупомянутым расчетам), дающими связь между давлением в системе и достижимыми для водорода значениями I_{sp} при за-

данных размерах сопла ($<9,15$ м по длине и диаметром горла 0,152—0,915 м) и различных температурах газа перед соплом. Если реакция рекомбинации будет полной при всех давлениях, кривые не будут искривляться в обратную сторону с понижением давления и при очень низких давлениях будут асимптотически достигать величины импульса, равно, по грубым подсчетам, 2400 сек. Важной особенностью приведенных кривых является быстрый рост максимальных значений J_{sp} с увеличением температуры. Это указывает на то, что отношение тяги к весу для двигателя, у которого достигаются максимальные характеристики топлива, сильно зависит от максимальной температуры в активной зоне. Однако, как видно из рис. 3.34, только при температурах выше 4000° К потребное «оптимальное» давление достигает значения, представляющего практический интерес.

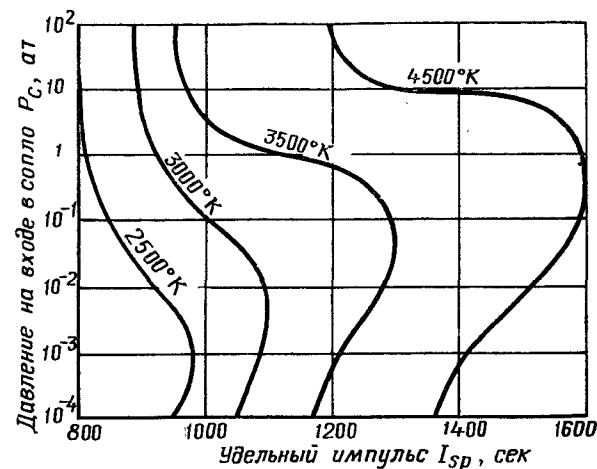


Рис. 3.34. Зависимость температуры и давления от кинетически равновесного удельного импульса I_{sp} водорода, истекающего из сопла конечного размера ($0,3 < D_t < 0,9144$ м, $L < 9,144$ м)

Р. Бассард, Р. Делуэр

Хотя это кажется маловероятным для реакторов с твердой активной зоной, все же при оптимизации летных характеристик ракет с ядерными регулирующими двигателями (например, при программировании уровня давления) нельзя недооценивать и те значительно меньшие выгоды, которые имеют место при более низкой температуре и практически реализуемом давлении.

ГЛАВА 4

НЕЙТРОННО-ФИЗИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РЕАКТОРА ДЕЛЕНИЯ

4.1. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ И КРИТИЧНОСТЬ РЕАКТОРА

4.1.1. Ядерное вещество и стабильность ядер. Для удобства полагают, что атомы всех известных элементов состоят из элементарных частиц трех типов: нейтронов, протонов и электронов. Электрон представляет собой отрицательно заряженную частицу (часто представляемую как «облако» заряда) с единичным зарядом и массой около $9 \cdot 10^{-28}$ г. Потенциальная энергия связи электрона с ядром очень мала по сравнению с внутренней энергией связи самого ядра; следовательно, атомные электроны играют весьма слабую роль в ядерных реакциях, рассматриваемых в физике реакторов, и они в дальнейшем не принимаются во внимание. Нейтрон представляет собой электрически нейтральную частицу с массой около $1,67 \cdot 10^{-24}$ г. Протон имеет массу несколько меньшую, чем нейтрон, и обладает единичным положительным зарядом. Эти две элементарные частицы называются нуклонами. Между двумя любыми нуклонами при достаточном их сближении (при расстоянии между центрами порядка 10^{-13} см) действуют большие силы притяжения, но при раздвижении частиц эти силы быстро убывают. Природа этих сил притяжения в настоящее время неизвестна. Экспериментально было обнаружено, что эти короткодействующие силы примерно одинаковы при взаимодействии нейтронов с нейтронами, нейтронов с протонами и протонов с протонами. Вследствие этого факта «зарядовой независимости» короткодействующих сил притяжения между нуклонами возможно образование совокупности из многих нейтронов и протонов, очень тесно связанных друг с другом, несмотря на то что протоны отталкиваются друг от друга. Именно такие совокупности и образуют ядра всех атомов. Ввиду того что при

взаимодействии нейтрона с нейтроном и нейтрона с протоном нет зарядовых сил отталкивания, которые могли бы ослабить связь, то разумно полагать, что в общем случае добавка лишних нейтронов к совокупности из равного числа нейтронов и протонов будет приводить к усилению связи этой совокупности. Поэтому для образования ядра, содержащего много протонов, мы должны добавить достаточное количество нейтронов, чтобы обеспечить такую энергию связи, которая позволит преодолеть электростатические силы отталкивания между протонами. Однако эти силы отталкивания действуют на далеких расстояниях, изменяясь согласно закону Кулона пропорционально величине $1/r^2$, в то время как силы взаимодействия нуклонов, удерживающие их вместе, существенно спадают на расстояниях, превышающих величину диаметра нуклона. Таким образом, в ядре полная энергия связи E_v , обязанная силам притяжения, может считаться прямо пропорциональной массовому числу A (числу нуклонов) рассматриваемого ядра:

$$E_v = -a_v A. \quad (4.1)$$

Здесь мы произвольно взяли отрицательный знак, указывающий на то, что энергия связи отрицательна. Очевидно, что это выражение в действительности не может быть точным для энергии связи ядра конечных размеров, так как нуклоны, находящиеся на поверхности ядра, имеют «ближайших соседей» только с одной стороны и поэтому не могут достигнуть той максимальной связи с другими нуклонами, которую имеют нуклоны, расположенные в центре ядра. Поэтому величину энергии связи необходимо уменьшить, прибавив к ней положительный энергетический член E_s , пропорциональный площади полной поверхности ядра. Таким образом, недостаток полной связи мы относим за счет некоторого рода эффекта отрицательного поверхностного натяжения. Экспериментально установлено, что плотность ядерного вещества примерно постоянна для всех ядер, так что объем ядра прямо пропорционален его массовому числу и его радиус приблизительно равен

$$r(A) = r_0 A^{1/3}. \quad (4.2)$$

Коэффициент r_0 примерно равен $1,3 \cdot 10^{-13}$ см, что по порядку величины совпадает с радиусом действия ядерных сил. Используя выражение (4.2) для r , можно выразить поверхностную энергию E (пропорциональную r^2) в следующем виде:

$$E_s = +a_s A^{2/3}. \quad (4.3)$$

Кулоновские силы отталкивания, которые стремятся разрушить ядро, действуют на все заряженные частицы во всем

объеме ядра. Полная энергия кулоновского взаимодействия E_c прямо пропорциональна числу взаимодействующих пар протонов. Если представить, что все Z протонов равномерно распределены в объеме ядра, то легко показать, что энергия кулоновского взаимодействия равна

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{Z(Z-1)e^2}{r}$$

или

$$E_c = +a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}. \quad (4.4)$$

Теоретические и экспериментальные исследования в области ядерной физики показывают, что еще и другой эффект должен давать вклад в энергетический баланс совокупности нуклонов. Это энергетический член E_{sym} , учитывающий симметрию (или так называемый изотопический член), необходимость которого следует из рассмотрения изменения характера ядерных сил при взаимной перестановке нуклонов. Из положений квантовой механики (которые выходят за пределы рассматриваемых здесь вопросов) следует, что изотопический член должен соответствовать притяжению при взаимодействии двух нуклонов с отличающимися зарядами и отталкиванию для нуклонов с одинаковыми зарядами. Эта поправка пропорциональна превышению числа нейтронов N над числом протонов Z или наоборот:

$$E_{sym} = +a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A} = +a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A}. \quad (4.5)$$

Здесь использовано равенство $A = N + Z$.

Для получения окончательного выражения для полной энергии связи любого ядра надо также включить чисто эмпирическую поправку, учитывающую наблюдаемое различие между ядрами с нечетными и четными величинами Z и A :

$$E_{oe} = \frac{a_{oe}}{A^{3/4}}, \quad (4.6)$$

где $a_{oe} = \begin{cases} +1 & \text{для нечетного } Z \text{ и четного } A \\ 0 & \text{для нечетного } A \\ -1 & \text{для четного } Z \text{ и четного } A. \end{cases}$

Суммируя все отдельные выражения из равенств с (4.1) по (4.6), получим для полной энергии связи ядра E_B следующее выражение:

$$E_B = -a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \frac{a_{oe}}{A}. \quad (4.7)$$

Из этого выражения сразу же видно, что существует предельный размер стабильного ядра, так как при увеличении A , например при добавлении нейтронов и протонов, члены отталкивания E_{sym} или E_e возрастают по величине гораздо быстрее, чем член притяжения E_v . Это приводит к тому, что при достаточно большом значении A при увеличении числа нуклонов в ядре энергия связи обращается в нуль $E_B=0$, т. е. силы отталкивания превышают силы притяжения. Как было отмечено выше, добавление нейтронов с превышением ими числа протонов приводит к усилению связи ядра. Это очевидно для ядер с заданной величиной A , так как постоянство величины A эквивалентно уменьшению Z и, следовательно, уменьшению величины энергии разрыва E_c . Однако при больших отклонениях от равенства числа нейтронов и числа протонов преобладающим становится влияние изотопического члена, и дальнейшее добавление нейтронов приводит только к нарушению устойчивости ядра.

При увеличении массы ядра не наблюдается резкой границы, за пределами которой исключается возможность образования ядер. За пределами примерно 220 нуклонов начинает наблюдаться образование естественно нестабильных ядер. Эти ядра спонтанно распадаются с периодами полураспада (время, в течение которого происходит распад половины начального количества ядер), в общем случае уменьшающимися с увеличением массы ядра. Этот эффект не может быть объяснен классической теорией, но он находит удовлетворительное объяснение в квантовой механике, положения которой выходят за рамки настоящей работы. Расчеты показывают, что наибольшее возможное ядро должно состоять примерно из 190 протонов и 350 нейтронов и спонтанно делиться в течение времени порядка 10^{-23} сек, что равно времени прохождения светового луча через ядро. Ядра обоих основных делящихся элементов урана и плутония претерпевают самопроизвольный радиоактивный распад.

Из предыдущего видно, что если бы можно было каким-то образом внезапно и на мгновение увеличивать силы отталкивания между протонами или уменьшать силы притяжения между всеми нуклонами, то мы могли бы расщеплять ядра по своему усмотрению. Для ядер с массами, превосходящими 110 нуклонов, распад на два новых ядра примерно равных масс должен сопровождаться выделением энергии. Это объясняется тем, что полная энергия связи двух новых ядер должна быть больше, чем энергия связи первоначального тяжелого ядра. Зависимость энергии связи, приходящейся на нуклон ($|E_B|/A$) от массового числа A , показана на рис. 4.1. Данная зависимость получена с помощью равенства (4.7) с использованием эмпирически подобранных коэффициентов $a_v \approx 14,1 \pm 0,2$ Мэв, $a_s \approx 13,0 \pm 1,0$ Мэв, $a_c \approx 0,59 \pm$

$\pm 0,02$ Мэв, $a_{sym} \approx 19,0 \pm 0,9$ Мэв и $a_{oe} \approx 34$ Мэв. Вообще наиболее устойчивыми ядрами являются те, которые обладают наибольшей энергией связи на нуклон. Из рис. 4.1 видно, что максимум энергии связи на нуклон находится около значения $A=56$, и действительно, ядро Fe^{56} известно как одно из наиболее стабильных.

Полная энергия любого ядра должна включать в себя энергию покоя составляющих его нуклонов в соответствии с хорошо известным соотношением между массой и энергией,

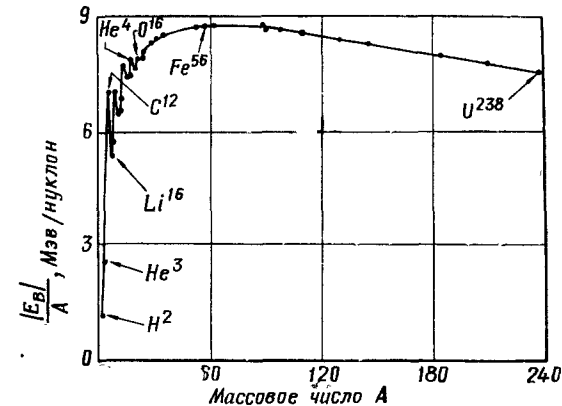


Рис. 4.1. Средняя энергия связи на нуклон

следующим из эйнштейновской специальной теории относительности. Для ядра с заданными N и Z имеем:

$$E_{rest} = (Zm_{po} + Nm_{pn})c^2 = [Am_{pn} - Z(m_{pn} - m_{po})]c^2, \quad (4.8)$$

где c — скорость света; m_{pn} и m_{po} — массы покоя нейтрона и протона соответственно; $(m_{pn} - m_{po})c^2 = 1,29$ Мэв и $m_{po}c^2 = 938,24$ Мэв.

Полная энергия равна

$$E_{tot} = E_{rest} + E_B$$

или

$$E_{tot} = E_{rest} - |E_B|, \quad (4.9)$$

так как E_B отрицательна для стабильных ядер, что следует из уравнения (4.7).

Для любых ядерных реакций, при которых сохраняется как число протонов, так и число нейтронов, E_{rest} остается постоянным, и изменение в полной энергии обязано исключительно изменениям в энергии связи при переходе от начального состояния к конечному. Если абсолютная величина полной энергии связи $|E_B|$ в результате ядерной реакции возрастает, то полная энергия E_{tot} будет убывать и поэтому

конечное состояние более устойчиво, чем начальное, а рассматриваемая реакция энергетически возможна. Ясно, что все ядерные реакции, приводящие к образованию продуктов с массами, близкими к $A=56$, энергетически возможны. Реакции с увеличением значений A называются реакциями синтеза. Те же реакции, в результате которых значения A уменьшаются, называются реакциями деления.

Процесс деления, конечно, совершается легче всего, если начальное ядро достаточно тяжелое и обладает тем или иным видом естественной радиоактивности. Деление ядра можно вызвать, например, достаточной деформацией его формы (от равновесной) при ударе быстродвижущимся протоном или нейтроном, так как при увеличении поверхности ядра величина поверхностной энергии E_s возрастает, а энергия связи уменьшится. Деление может быть вызвано также нарушением равновесия между силами притяжения и отталкивания, добавочной энергией возбуждения, получаемой ядром при захвате и временном удержании медленного (низкоэнергетического) нейтрона. Первый тип взаимодействия нейтронов с ядром называется делением на быстрых нейтронах, второй тип — делением на тепловых нейтронах, если медленный нейтрон имеет скорость, находящуюся в области равновесного спектра скоростей, соответствующего температуре окружающей среды. Протоны не обладают большой способностью вызывать деление из-за своего положительного заряда, который приводит к сильному кулоновскому отталкиванию протона от ядра и затрудняет сближение протона с ядром до расстояния, при котором межнуклонные взаимодействия становятся преобладающими. Нейтроны же, будучи электрически нейтральными, могут свободно передвигаться среди ядер атомов и, подойдя очень близко к ядру, вступать в нуклонное взаимодействие с ним, поэтому они представляют собой лучшие частицы для возбуждения ядерных реакций.

Приведенное здесь общее рассмотрение, хотя и является по существу правильным, однако не дает возможности детального разбора многих важных эффектов, которые определяют конкретные характеристики любого заданного вида ядра. Например, оно не может дать ответа на вопрос, почему ядро ${}_{92}\text{U}^{238}$, состоящее из 238 нуклонов, из которых 92 протона, будучи тяжелее ядра ${}_{92}\text{U}^{235}$, тем не менее обладает меньшей способностью к делению (в основном это различие обязано эффектам четности и симметрии, а также некоторым другим эффектам, не имеющим для нас большого значения).

4.1.2. Условия самоподдерживающейся цепной реакции деления. Так как деление некоторых ядер может быть вызвано поглощением или захватом нейтронов, то необходимо только обеспечить подачу нейтронов к совокупности деля-

щихся ядер, чтобы иметь источник ядерной энергии. Если в самом процессе деления испускаются свободные нейтроны, то возникает возможность организации цепной реакции, в которой нейтроны, испущенные в одном процессе деления, захватываются другими тяжелыми ядрами и вызывают новые деления, в результате которых испускаются новые свободные нейтроны, и так до бесконечности. Однако, если при каждом делении образуется в среднем менее одного нейтрона, способного вызвать последующее деление, то в такой совокупности не может быть самоподдерживающейся цепной реакции деления. Это означает, что в такой системе число делений в единицу времени не может быть постоянным, а будет убывать со временем, пока не достигнет величины, соответствующей числу делений, вызываемых небольшим количеством свободных нейтронов, составляющих естественный фон в пространстве.

Для создания ядерного реактора необходимо найти такое вещество, в котором при делении ядер вместо каждого поглощенного нейтрона возникает хотя бы один новый свободный нейтрон. Оно должно быть помещено в такое устройство из другого материала, которое предотвратит утечку образующихся свободных нейтронов и их захват в ядрах атомов других веществ без деления. Отметим, что в действительности почти все ядра (включая и ядра делящихся веществ) могут захватывать нейтроны без последующего деления, так что в любом устройстве, содержащем делящееся вещество и другие материалы, некоторое количество нейтронов будет теряться в результате захвата без деления. Кроме того, поскольку на практике неизвестны вещества, способные полностью отражать все нейтроны, еще часть нейтронов будет потеряна для реактора из-за их утечки через границы конечной по размерам системы. Таким образом, очевидно, что для создания реактора, в котором осуществляется самоподдерживающаяся цепная реакция деления, необходимо, чтобы в каждом процессе деления испускалось в среднем более одного нейтрона. В табл. 4.1 приведены значения выхода нейтронов ν на один акт поглощения нейтрона, приводящий к делению, для ядер ${}_{92}\text{U}^{233}$, ${}_{92}\text{U}^{235}$ и ${}_{94}\text{Pu}^{239}$ при делении на низкоэнергетических и высокоэнергетических нейтронах¹.

Хотя приведенные в табл. 4.1 значения выхода нейтронов на один акт деления несколько различаются для низких и высоких энергий нейтронов, вызывающих деление, однако все эти значения выходов достаточно велики, чтобы указанные

¹ По определению, электронвольт равен энергии, которую приобретает единичный заряд (заряд электрона) при ускорении разностью потенциалов 1 в. Кинетическая энергия нейтронов при комнатной температуре ($\sim 290^\circ \text{K}$) эквивалентна $1/40 \text{ эв}$, а энергия 1 Мэв соответствует температуре $1,16 \cdot 10^{10} \text{ K}$. — Прим. ред.

Таблица 4.1

Среднее число нейтронов, испускаемых при одном делении, для делений на тепловых и на быстрых нейтронах

Ядро	ν_{th}^*	ν_f^{**}
${}_{92}\text{U}^{233}$	2,54	2,70
${}_{92}\text{U}^{235}$	2,46	2,65
${}_{94}\text{Pu}^{239}$	2,88	3,00

* Для нейтронов с энергией $1/40$ эв.

** Для нейтронов с энергией 1 Мэв.

материалы могли быть использованы в реакторах с самоподдерживающейся реакцией деления.

Однако для большинства ядер их способность к поглощению нейтронов заметно зависит от энергии падающего нейтрона, будучи наибольшей для низкоэнергетических нейтронов и наименьшей для быстрых нейтронов. Это особенно проявляется при вызывающем деление захвате нейтронов в материалах, приведенных в табл. 4.1. В отличие от поглощения способность рассеяния нейтронов (при упругих столкновениях) для большинства материалов существенно не меняется с энергией нейтронов. Эти обстоятельства имеют практическое значение только лишь потому, что нейтроны, получаемые в процессе деления, почти все испускаются с энергиями в интервале от 1 до 10 Мэв и поэтому будут использоваться неэффективно, если не будет найдено какого-либо способа, позволяющего уменьшить их энергию, прежде чем они испытают захват без деления. Как два соударяющихся бильярдных шара могут обмениваться количествами движения и кинетическими энергиями, точно так же и нейтрон может передать часть своей энергии, «ударяя» относительно неподвижное ядро и упруго отскакивая. Излишек энергии ядра, претерпевшего соударение с нейтроном, рассеивается при его взаимодействии с соседними ядрами, проявляясь в виде тепла. Такой процесс называется упругим рассеянием. Он наиболее эффективен для уменьшения энергии нейтронов, в случае когда ядро-мишень имеет малую массу. Когда нейтрон достигает теплового равновесия с веществом замедлителя, он уже при последующих столкновениях с ядрами замедлителя в среднем не будет ни терять, ни приобретать энергии.

Принимая во внимание эти основные физические процессы, можно построить блок-схему всей цепи нейтронных де-

лений (рис. 4.2). Проследив путь нейтронов в течение одного полного цикла (т. е. одного поколения) в процессе цепной реакции, можно сформулировать условия критичности реактора. Предположим, что в какой-то начальный момент времени в реакторе имеется n_0 нейтронов с энергиями от 1 до 10 Мэв. Каждый из этих нейтронов будет двигаться прямолинейно в междядерном пространстве реакторных материалов и может выйти за пределы реактора, если он при своем движении не пройдет около какого-либо ядра на достаточно близком расстоянии, чтобы испытать с ним взаимодействие. В результате такого взаимодействия может произойти либо

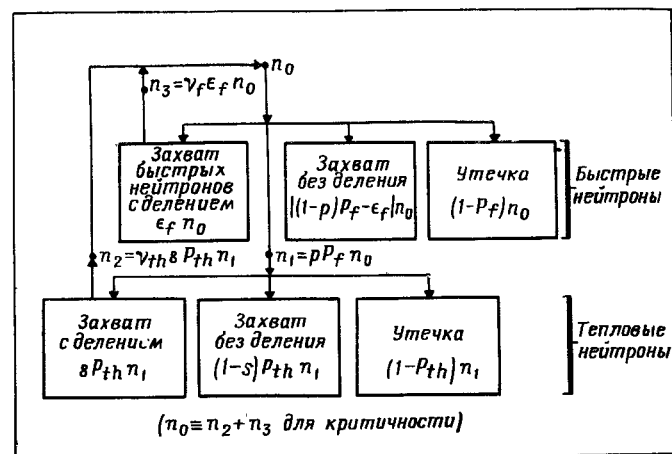


Рис. 4.2. Схема цепочки делений для двух энергетических групп нейтронов

потеря энергии нейтроном, либо захват его ядром. В процессе замедления будет происходить захват некоторых нейтронов, вызывающий деление. Это приводит к образованию новых быстрых нейтронов в цепи делений. Если мы определим коэффициенты p и P_f так, чтобы величина $(1-p)$ представляла собой долю нейтронов, которые захватываются в процессе замедления, а величина $(1-P_f)$ — долю нейтронов, утекающих за пределы реактора, то число нейтронов, остающихся в реакторе после замедления, будет равно $n_0 p P_f$. Если обозначить через ϵ_f долю первоначальных быстрых нейтронов, подвергающихся захвату, приводящему к делению, то в результате деления возникает $\epsilon_f n_0 \nu_f$ новых быстрых нейтронов, которые участвуют в образовании новой цепочки. Здесь ν_f представляет собой средний выход нейтронов на одно деление, вызванное быстрыми нейтронами. Оставшиеся после замедления тепловые нейтроны $n_0 p P_f$ могут только блуждать (диффундировать) в реакторе от столкновения к столкнове-

нию до исчезновения в результате захвата (с делением или без деления) или утечки за пределы реактора. Теперь введем коэффициенты P_{th} и s таким образом, чтобы величина $(1 - P_{th})$ давала долю тепловых нейтронов, утекающих в процессе диффузии, а величина $(1 - s)$ — долю захватываемых без деления тепловых нейтронов. Тогда число делений, вызванных тепловыми нейтронами, будет равно $n_0 p s P_f P_{th}$, и число быстрых нейтронов, возникающих в результате этих делений, будет равно $n_0 p s P_f P_{th} v_{th}$, где v_{th} — это средний выход нейтронов на деление, вызванное тепловым нейтроном. Полное число нейтронов, образованных в этой цепочке с начальным количеством быстрых нейтронов n_0 , представляется в виде суммы величин $n_0 p s P_f P_{th} v_{th}$ и $n_0 v_f \epsilon_f$. Отношение числа быстрых нейтронов, образованных в этой одной цепочке, к начальному их числу называется эффективным коэффициентом размножения и обозначается через $k_{эфф}$. Он равен

$$k_{эфф} = \frac{n_2 + n_3}{n_0} = s p P_{th} P_f v_{th} + \epsilon_f v_f. \quad (4.10)$$

Изменение числа нейтронов в реакторе в течение одного поколения равно $n_0 k_{эфф} - n_0 = n_0 (k_{эфф} - 1)$, где n_0 — начальное число нейтронов. Нейтроны двигаются с конечными скоростями, и поэтому для осуществления цепочки описанных выше взаимодействий требуется конечное время. Если обозначить через l^* среднее время, необходимое для осуществления одной полной цепочки деления, то из определения $k_{эфф}$ следует, что число нейтронов в реакторе меняется со скоростью, определяемой дифференциальным уравнением первого порядка, т. е.

$$\frac{dn(t)}{dt} = n(t) \frac{k_{эфф} - 1}{l^*}. \quad (4.11)$$

Если принять, что величины $k_{эфф}$ и l^* не меняются со временем, то это уравнение может быть переписано в следующем виде:

$$\frac{dn(t)}{n(t)} = [(k_{эфф} - 1)/l^*] dt,$$

и оно сразу же интегрируется, в результате чего получаем

$$n(t) = n_0 e^{t(k_{эфф} - 1)/l^*}, \quad (4.12)$$

где n_0 — число нейтронов при $t=0$. Очевидно, что для работы реактора с постоянной плотностью нейтронов, а следовательно, и с постоянной скоростью выделения энергии за счет делений необходимо, чтобы $k_{эфф}$ было точно равно единице. Если $k_{эфф}$ даже слабо отклоняется от единицы, то в зависимости от знака $k_{эфф} - 1$ в уравнении (4.12) число нейтронов со временем либо будет беспрестанно возрастать (если реак-

тор не расплавится), либо будет убывать до нуля (точнее, до уровня естественного фона нейтронного потока). Чтобы получить представление о чувствительности этого процесса, можно взять для примера реактор с относительно большим временем жизни нейтрона $l^* = 0,002$ сек и рассмотреть его поведение при $k_{эфф} = 1,004$. В этом случае уравнение (4.12) приобретает вид $n(t) = n_0 e^{2t}$. Число нейтронов за 5 сек возрастет в e^{10} (около 20 000) раз. Конечно, такое возрастание может быть приостановлено, если уменьшить величину $k_{эфф}$ до единицы или меньше единицы; например, увеличением непродуктивного захвата быстрых или тепловых нейтронов при введении поглотителей нейтронов [уменьшение величин p и s в соотношении (4.10)] или увеличением утечки нейтронов при уменьшении эффективных размеров реактора [уменьшение величин P_f и P_{th} в соотношении (4.10)].

4.1.3. Взаимодействия нейтронов с ядрами. Для реактора бесконечных размеров утечка нейтронов совершенно невозможна, так что оба коэффициента P_{th} и P_f должны быть равны единице. Если к тому же отсутствует и поглощение без деления как для быстрых, так и для тепловых нейтронов, то тогда величины s и $p + \epsilon_f$ равны единице и уравнение критичности (4.10) приобретает вид $k_{эфф} = v_{th} + \epsilon_f (v_f - v_{th})$. Из табл. 4.1 видно, что в такой системе число нейтронов должно возрастать примерно в 2,5 раза от поколения к поколению нейтронов. Тепловыделение за счет делений возрастает в такой же пропорции, и поэтому очевидно, что этот реактор не является стабильным и надо каким-то образом видоизменить его конструкцию, чтобы избавиться от избыточных нейтронов, способных вызывать деления. В действительности же поглощающие свойства делящихся веществ, приведенных в табл. 4.1, таковы, что лишь незначительная доля нейтронов, захваченных массой делящегося вещества, не вызывает деления. Процесс захвата без деления уменьшает значения среднего выхода нейтронов на один акт полного поглощения нейтрона атомом делящегося вещества до величин, меньших, чем приведенные в табл. 4.1. Если обозначить через σ_f вероятность того, что при взаимодействии нейтрона с ядром произойдет деление (а не рассеяние или непродуктивное поглощение), и через σ_a вероятность того, что нейтрон поглотится ядром при любом захвате как с делением, так и без деления, то эффективный выход нейтронов на один акт поглощения будет равен

$$\eta = v \frac{\sigma_f}{\sigma_a}. \quad (4.13)$$

В табл. 4.2 приведены значения величин η при делении на тепловых и быстрых нейтронах для рассмотренных выше делящихся веществ. Различия в приведенных здесь значе-

ниях для тепловых и быстрых нейтронов обязаны скорее разным величинам отношения (σ_f/σ_a) , чем различию в значениях v_{th} и v_f , указанных в табл. 4.1.

Таблица 4.2

Среднее число нейтронов, испускаемых на один акт поглощения нейтрона, для тепловых и быстрых нейтронов

Ядро	$\eta_{th} = (v_{th}/\sigma_a)_{th}$	$\eta_f = (v_f/\sigma_a)_f$
$^{233}\text{U}_{92}$	2,31	2,45
$^{235}\text{U}_{92}$	2,08	2,33
$^{239}\text{Pu}_{94}$	2,03	2,70

* Для нейтронов с энергией $1/40$ эв.

** Для нейтронов с энергией 1 Мэв.

Использованные выше вероятности взаимодействия (величины σ) называются микроскопическими поперечными сечениями данного взаимодействия, поскольку они относятся только к отдельным индивидуальным ядрам, а не к массе вещества. Название поперечных сечений им дано потому, что они выражаются в единицах площади и указывают на эффективные размеры «видимой» нейтроном мишени при определенном типе взаимодействия, для которого дано это поперечное сечение. Микроскопические поперечные сечения для взаимодействия быстрых нейтронов, как правило, примерно совпадают с сечениями, определяемыми физическими размерами ядер. Поскольку ядра очень малы, имеют диаметр порядка 10^{-12} см [уравнение (4.2)], то в качестве основной эталонной единицы поперечного сечения была выбрана величина 10^{-24} см², называемая барном. Если дано микроскопическое поперечное сечение рассеяния для тепловых нейтронов, падающих на определенное ядро, 5 барн/ядро, а микроскопическое сечение поглощения 2 барн/ядро, то из этого видно, что рассеяние в 2,5 раза более вероятно, чем поглощение. Кроме того, поскольку в данном случае полное микроскопическое сечение взаимодействия тем или иным способом равно $5+2=7$ барн/ядро, то в среднем из семи нейтронов, взаимодействующих с ядром, пять нейтронов будут рассеяны и два поглощены.

Микроскопические поперечные сечения различных взаимодействий зависят от энергии падающих нейтронов, особенно при малых энергиях. При приближении энергии нейтрона к тепловой эффективная площадь ядра-мишени при взаимодей-

ствии может стать очень большой, так как сам нейтрон в некотором отношении ведет себя более как диффузно взаимодействующая волна, чем как частица. В табл. 4.3 даны микроскопические поперечные сечения рассеяния, деления на тепловых нейтронах и поглощения тепловых нейтронов без деления (иногда называемого захватом) для различных материалов, находящихся в настоящее время применение в реакторостроении. Приведенные поперечные сечения рассеяния применимы к нейтронам во всем интервале энергий от энергии деления до тепловой энергии. Обращают на себя внимание большие значения поперечных сечений взаимодействия делящихся веществ. Для сравнения отметим, что поперечные сечения деления на быстрых нейтронах с энергией в несколько Мэв для этих веществ составляют величины порядка 10 барн. Практически это означает, что при использовании тепловых нейтронов для делений можно обойтись меньшим количеством ядер делящегося вещества и получить ту же эффективную площадь мишени в массе вещества, что и при использовании быстрых нейтронов. Вот почему желательно замедлить (термализовать) быстрые нейтроны, получаемые в процессах деления.

Вероятности взаимодействия нейтронов с ядрами в массе вещества называются макроскопическими поперечными сечениями. Из вышеизложенного как будто бы кажется очевидным, что полная эффективная площадь мишени, встречаемая нейтроном, движущимся в составляющих реактор материалах, зависит линейно от плотности присутствующих ядер. Если имеется 10 N ядер в каждой единице объема, то полная площадь мишени или поперечное сечение взаимодействия с нейтроном будет в 10 раз больше, чем в случае, когда в единице объема содержится N ядер. В самом деле, макроскопическое поперечное сечение Σ определяется так:

$$\Sigma = N\sigma, \quad (4.14)$$

где N — плотность ядер данного сорта (число ядер в см³); σ — микроскопическое поперечное сечение для определенной ядерной реакции в см² на ядро (1 барн = 10^{-24} см²). Плотность ядер может быть вычислена по удельному весу ρ г/см³ и атомному весу A вещества:

$$N = \frac{N_A \rho}{A}. \quad (4.15)$$

Атомный вес A выражается в граммах и численно равен числу нуклонов в ядре, N_A — число Авогадро ($N_A = 0,6023 \cdot 10^{23}$ ядер на грамм-атом). Большинство твердых веществ имеет плотность ядер N порядка 10^{22} ядер/см³. Σ имеет размерность обратной длины (см⁻¹) и поэтому не является на самом деле поперечным сечением в том же

Микроскопические поперечные сечения рассеяния быстрых нейтронов и сечения поглощения тепловых нейтронов

Неделящиеся элементы			Сложные вещества			Делящиеся вещества			
материал	σ_s^{epi} , барн/атом	σ_a^{th} , барн/атом	материал	σ_s^{epi} , барн/молекула	$\sigma_a^{th} = \sigma_c^{th}$, барн/молекула	материал	σ_s^{epi} , барн/атом	σ_f^{th} , барн/атом	σ_c^{th} , барн/атом
H	20	0,33	D ₂ O	15	0,0026	U ²³³	~10	530	53
D	5,4	0,00046	(0,25% H ₂ O)			U ²³⁵	10	580	110
He	1,6	0,008 (только для He ³)	NH ₃	80	2,8	U ²³⁸	8,3	0	2,8
Be	6,9	0,009	BeO	11	0,009	Pu ²³⁹	9,6	750	315
C	4,8	0,0045	ZrH ₂	47	0,84				
O	4,2	0,018 (только для O ¹⁷)	C ₆ H ₁₂	290	4,0				
Al	1,4	0,21	WC	9,8	19				
Fe	11,0	2,4	TaC	~10	21				
Ta	~5	21	NbC	~10	1,1				
Nb	~5	1,15	ZrC	~15	0,19				
W	5	19,2							

физическом смысле, как величина σ ; она скорее представляет собой вероятность взаимодействия нейтрона на единице длины пути в рассматриваемом веществе. Макроскопические поперечные сечения различных веществ аддитивны, так что полное поперечное сечение взаимодействия типа r , скажем, с любыми k различными веществами, имеющими конечные микроскопические поперечные сечения такого взаимодействия, равно

$$\Sigma_r = \sum_{i=1}^k N_i \sigma_{r,i} = N_1 \sigma_{r,1} + N_2 \sigma_{r,2} + \dots + N_k \sigma_{r,k} \quad (4.14, a)$$

Полное расстояние, проходимое нейтроном в единицу времени, численно равно его скорости v , которая определяется его кинетической энергией. Если в среднем в единице объема около заданной точки в веществе имеется n нейтронов и если все эти нейтроны обладают одной и той же энергией и, следовательно, движутся с одной и той же скоростью v , то полное пересеченное ими расстояние, приходящееся на единицу объема в единицу времени, равно nv (см/см³)/сек. Это произведение nv называют нейтронным потоком и обозначают через Φ ; его размерность — это размерность потока частиц через единицу площади (нейтр/см²·сек). Нейтронный поток не является истинным физическим результирующим потоком нейтронов в каком-либо заданном направлении, это — результирующий поток, проходящий через сферу единичной площади во всех направлениях. Произведение этого потока или длины пути, приходящейся на единицу объема, и макроскопического поперечного сечения или вероятности взаимодействия на единицу длины пути дает число взаимодействий в единице объема Q :

$$Q = nv \Sigma = \Phi \Sigma \quad (4.16)$$

в единицах взаимодействия см³/сек. Если имеется направленный пучок моноэнергетических нейтронов с интенсивностью I нейтр/см²·сек, скорости которых параллельны и направлены слева направо, как это показано на рис. 4.3, и если этот пучок нейтронов падает на вещество с поперечным сечением поглощения Σ_a , то скорость, с которой нейтроны взаимодействуют с веществом и выводятся из пучка, определяет величину интенсивности этого пучка в любом сечении. Так как скорость выведения нейтронов из пучка равна $I(x) \Sigma_a$, то для изменения интенсивности прямого пучка на глубине x вещества $I(x)$ получаем линейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{dI(x)}{dx} = -I(x) \Sigma_a \quad (4.17)$$

Преобразовав это уравнение и интегрируя в пределах от $x=0$ и $[I(x)=I(0)=I_0]$ до произвольной глубины x , получим

$$I(x) = I_0 e^{-\Sigma_a x}, \quad (4.18)$$

откуда видно, что интенсивность пучка в веществе убывает экспоненциально. Мы также видим, что макроскопическое поперечное сечение поглощения представляет собой величину, обратную длине свободного пробега по отношению к взаимодействию поглощения; $\lambda_a = 1/\Sigma_a$. Подобные же рассуждения показывают, что и для любого другого типа взаимодей-

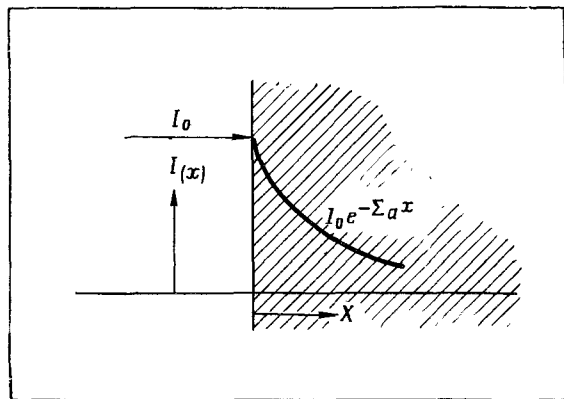


Рис. 4.3. Пучок нейтронов, падающий на пластину

ствия макроскопическое поперечное сечение обратно пропорционально длине свободного пробега для рассматриваемого типа взаимодействия.

При рассмотрении процесса замедления быстрых нейтронов до тепловых энергий для любого данного нейтрона в любой точке в процессе замедления уместно и правильно определять энергию нейтрона E или скорость его $v = \sqrt{2E/m}$ и соответствующее значение зависящего от энергии поперечного сечения $\sigma(E)$, которое относится именно к этой энергии. Однако для тепловых нейтронов дело обстоит иначе, поскольку, по определению, под тепловыми нейтронами понимаются все те нейтроны, которые находятся в тепловом равновесии с окружающей средой, а из кинетической теории газов известно, что такая равновесная совокупность частиц будет иметь спектр энергий или скоростей, соответствующий максвелловскому распределению:

$$f_n(v)dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} dv, \quad (4.19)$$

где $f_n(v)dv$ — доля нейтронов, которые имеют скорости в интервале от v до $v+dv$, если вся совокупность тепловых ней-

тронов имеет температуру T . Полная плотность нейтронов, имеющих скорости в интервале dv около скорости v , равна $f_n(v)ndv$, где n — пространственная плотность нейтронов. Здесь m означает массу нейтрона, а k — постоянная Больцмана ($k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ эрг/°К).

Для поперечных сечений веществ по отношению к тепловым нейтронам обычно приводятся значения сечений, соответствующие моноэнергетическим нейтронам с энергией 0,025 эв. Скорость нейтрона, соответствующая этой энергии, представляет собой наиболее вероятную скорость для равновесной совокупности частиц при комнатной температуре (примерно 20°С). Однако средняя скорость, которая должна быть использована при вычислении потоков тепловых нейтронов и, следовательно, макроскопических поперечных сечений, в $2/\sqrt{\pi}$ раз больше наиболее вероятной скорости. Это различие не имеет значения для веществ, поперечное сечение захвата которых не зависит от энергии нейтронов, но оно очень существенно для веществ с зависящими от энергии поперечными сечениями захвата. Из теории ядерных реакций следует, что для многих веществ поперечное сечение поглощения нейтронов в области тепловых энергий (т. е. ниже примерно 0,3 эв) меняется обратно пропорционально скорости нейтрона, в то время как поперечные сечения рассеяния, как правило, остаются постоянными. Для таких « $1/v$ поглотителей», как их обычно называют, надо применять поправочный коэффициент к табличным значениям поперечных сечений моноэнергетических тепловых нейтронов, чтобы получить правильные величины, дающие средние характеристики группы тепловых нейтронов в реакторе. В частности, для нейтронов со средней температурой 20°С у « $1/v$ поглотителей» поперечные сечения поглощения, соответствующие энергии 0,025 эв, должны быть умножены на коэффициент $\sqrt{\pi}/2$. Это приводит к увеличению средних длин свободного пробега для данных взаимодействий по сравнению с теми результатами, которые были получены выше для моноэнергетических нейтронов с энергией 0,025 эв. Конечно, если температура тепловых нейтронов не равна 20°С, то следует внести еще одну поправку, умножив величину сечения, изменяющуюся по закону « $1/v$ », на величину $\sqrt{293/T_{th}}$, где T_{th} — абсолютная температура тепловых нейтронов в градусах Кельвина. Для тех поглотителей, которые не подчиняются закону « $1/v$ », необходимо усреднить поперечные сечения по максвелловскому распределению [уравнение (4.19)], используя известную зависимость данного поперечного сечения от энергии. В частности, делящиеся вещества $^{92}\text{U}^{235}$ и $^{94}\text{Pu}^{239}$ не являются « $1/v$ поглотителями», а в их поперечных сечениях поглощения проявляются резонансы в области энергии от 0,1 эв и до несколь-

ких αv , что приводит к дополнительным поправочным коэффициентам для нейтронов с комнатной температурой, равным соответственно 0,981 и 1,075, на которые следует умножить приведенный выше для « $1/v$ поглотителей» коэффициент $V_{\pi/2}$.

Возвращаясь к вопросам критичности реактора, отметим, что для замедления нейтронов до тепловых энергий, при которых они могут быть наиболее эффективно использованы для возбуждения делений, замедлитель в реакторе должен иметь достаточно большой объем. Это необходимо для того, чтобы блуждающий нейтрон испытал много рассеивающих столкновений и понизил свою энергию до уровня энергий ядер замедлителя, прежде чем он подойдет к физическим границам реактора настолько близко, что сможет с большой вероятностью выйти за пределы реактора на следующем отрезке своего прямолинейного движения. Пространственное отклонение частицы в процессе хаотического блуждания пропорционально корню квадратному из длины пути в хаотическом движении, а необходимая эквивалентная толщина или радиус реактора, равные числу необходимых средних длин пробега по отношению к рассеянию, грубо говоря, пропорциональны корню квадратному из числа рассеивающих столкновений, необходимых для термализации быстрого нейтрона.

Увеличение радиуса реактора уменьшает относительную утечку нейтронов из системы, т. е. уменьшает величину $(1 - P_f)$ и увеличивает $k_{эфф}$ в соответствии с выражением (4.10). Этот результат можно пояснить тем, что утечка зависит от площади внешней поверхности системы, а нейтроны образуются в некотором объеме. Поскольку отношение поверхности к объему с увеличением размеров системы уменьшается, то и отношение утечки к числу образовавшихся нейтронов также уменьшается. Как было отмечено выше, микроскопические поперечные сечения поглощения быстрых нейтронов, как правило, намного меньше, чем тепловых, поэтому средние длины свободного пробега до захвата у быстрых нейтронов значительно больше, чем у тепловых. Ввиду этого в системе с размерами, достаточными для обеспечения хорошей термализации и уменьшения утечки быстрых нейтронов, по-видимому, не будет большого поглощения нейтронов в процессе замедления. Это означает, что вероятность захвата быстрых нейтронов $(1 - p)$, а также и вероятность деления на быстрых нейтронах (ϵ_f) малы. Уменьшение k , связанное малым значениям ϵ_f , согласно соотношению (4.10), в некоторой степени компенсируется ростом величины p . Как и для быстрых нейтронов, утечка тепловых нейтронов $(1 - P_{th})$ уменьшается с увеличением размеров системы. Единственной величиной в соотношении (4.10), оставшейся пока без рас-

смотрения, является s — вероятность того, что тепловой нейтрон избежит непродуктивного захвата. Эта вероятность определяется исключительно материальным составом и свойствами смеси (как и величина p в некоторой степени). Чтобы обеспечить малую величину непродуктивного захвата тепловых нейтронов, надо насколько возможно избегать использования в реакторе веществ с большими поперечными сечениями захвата. Поэтому все хорошие замедлители должны иметь малые микроскопические поперечные сечения захвата. Чтобы величина k достигла единицы и реактор был критичным, необходимо подобрать соответствующие размеры и материальный состав реактора, стремясь, как правило, к увеличению его размеров и использованию менее поглощающих веществ. Эти принципы, конечно, часто противостоят более трудноосуществимым техническим требованиям получения максимальной мощности реактора при минимальном его весе.

4.2. ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Для определения подробных количественных соотношений между размерами, материальным составом и распределением веществ в критической системе необходимо подробно рас-

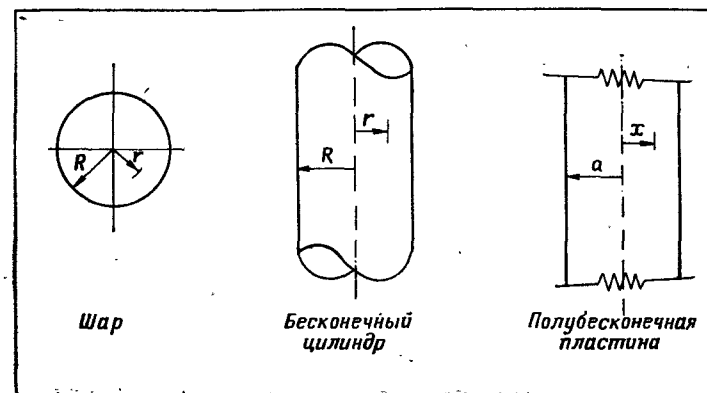


Рис. 4.4. Формы одномерных реакторов

смотреть баланс нейтронной плотности во всех точках внутри реактора. Сначала для простоты ограничимся рассмотрением однородных смесей делящихся веществ и других материалов в таких геометрических формах, которые могут характеризоваться одной пространственной переменной, т. е. в виде шара, цилиндра бесконечной длины и бесконечной в двух направлениях, но конечной по ширине пластины. Такие системы, схематически показанные на рис. 4.4, называются гомогенными сферическими, цилиндрическими или плоскими реакто-

рами без отражателя (т. е. без специальной оболочки-отражателя из чистого замедляющего вещества).

Сохранение числа нейтронов требует, чтобы интеграл по всему пространству уравнения баланса нейтронов был равен нулю:

$$\text{Образование} - \text{утечка} - \text{полное поглощение} - \text{скорость изменения плотности во времени} = 0. \quad (4.20)$$

В критическом реакторе ($k=1$) плотность нейтронов в точке от поколения к поколению не меняется, поэтому можно отказаться от интегрирования по пространству, опустить равный нулю последний член левой части соотношения (4.20) и получить следующее условие:

$$\text{Образование} - \text{утечка} - \text{поглощение} = 0, \quad (4.21)$$

которое должно выполняться в любой точке.

4.2.1. Диффузия нейтронов. Односкоростные однозонные реакторы. Если еще сузить проблему и рассмотреть гипотетический реактор, в котором все нейтроны рождаются (при делении) с энергией, соответствующей тепловой энергии ядер замедлителя, то не нужно будет исследовать процесс замедления нейтронов и сравнительно легко можно получить выражения для членов, входящих в уравнение (4.21). Это предположение называется односкоростным приближением. Хотя это приближение сильно расходится с действительностью и для большинства типов реакторов летательных аппаратов непригодно, оно все же позволит дать простую и ясную картину общих соотношений между геометрическими и материальными параметрами критических систем. Оно может быть использовано с некоторым успехом для реакторов на быстрых нейтронах и для больших реакторов со значительной долей замедлителя, в которых все средние длины свободного пробега для взаимодействий нейтронов с ядрами по величине на один или два порядка меньше размеров системы. В силу этого нейтроны тепловых энергий будут испытывать очень много взаимодействий с замедлителем без перемещения на заметное расстояние в реакторе. В предельном случае больших размеров эти взаимодействия совершенно аналогичны распространению тепла механизмом проводимости в твердых телах. Если принять эту аналогию (диффузионное приближение), то математическое описание рассматриваемых задач становится таким же, как и для описания диффузии тепла в однородной теплопроводящей среде при наличии объемных источников тепла. Существенное различие между этими аналогичными явлениями заключается в том, что в случае диффузии тепла распределение источников тепла не связано с распределением температуры, в то время как в реакторе распределение источников нейтронов (т. е. распределе-

ние делений) прямо связано с распределением самих нейтронов, поскольку плотность делений зависит от местной плотности нейтронов. Основным уравнением для явлений диффузии (теплопроводности, диффузии атомов газов или диффузии нейтронов) является закон Фика, который устанавливает, что результирующий ток (поток) диффундирующего вещества пропорционален градиенту плотности этого вещества и направлен в сторону области с наименьшей плотностью:

$$\mathbf{j} = -D \nabla \Phi \quad (\text{для потока нейтронов})$$

или

$$\frac{q}{A} = -k \nabla T \quad (\text{для потока тепла}), \quad (4.22)$$

где ∇ — оператор градиента ($\hat{i} \partial/\partial x + \hat{j} \partial/\partial y + \hat{k} \partial/\partial z$); \mathbf{j} — результирующий поток нейтронов ($\text{нейтр}/\text{см}^2 \cdot \text{сек}$); $\Phi = nv$ — скалярный нейтронный поток ($\text{нейтр}/\text{см}^2 \cdot \text{сек}$); D — коэффициент диффузии (см), определяемый соотношением (4.22). Исследование потока нейтронов, проходящего через единицу площади в рассеивающем веществе с помощью плотности рассеивающих столкновений или числа взаимодействий в единице объема [уравнение (4.16) и уравнения интенсивности потока (4.18)], показывает, что коэффициент диффузии D равен

$$D = \frac{\lambda_s}{3(1 - \cos \theta_l)} \equiv \frac{\lambda_{tr}}{3}, \quad (4.23)$$

где $\lambda_s = 1/\Sigma_s$; $\cos \theta_l$ — средний косинус угла между направлением движения нейтрона после рассеивающего столкновения и его направлением перед столкновением, усредненный по всем нейтронам, испытывающим столкновение. В дальнейшем будет показано, что он равен $2/3$ и поэтому мал для всех ядер, кроме самых легких (как H^1 , H^2 и т. д.). Величина $\lambda_{tr} = \lambda_s/(1 - \cos \theta_l)$ называется средней транспортной длиной свободного пробега.

Для определения члена, учитывающего утечку в уравнении (4.21), составим баланс входящих и выходящих нейтронных потоков для бесконечно малого элемента объема $d\tau = dx dy dz$. Результирующая утечка L $\text{нейтр}/\text{сек}$ в направлении x через единичную площадку $dy dz$ см^2 равна

$$L_x = (j_{x+dx} - j_x) dy dz, \quad (4.24)$$

где j_x — x -я компонента вектора \mathbf{j} , определенного соотношением (4.22). Изменение плотности потока вдоль пути длиной dx см , по определению, равно

$$j_{x+dx} - j_x = \frac{\partial j_x}{\partial x} dx. \quad (4.25)$$

Комбинируя два последних соотношения и используя равенство (4.22) для исключения j_x , получаем следующее выражение для утечки:

$$L_x = -D(\partial^2 \Phi / \partial x^2) d\tau.$$

Производя те же выкладки для направлений y и z и складывая все три компоненты, получим следующее выражение для полной утечки нейтронов из единичного объема:

$$L = L_x + L_y + L_z = -D \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) = -D \nabla^2 \Phi = \text{утечка.} \quad (4.26)$$

Символ ∇^2 называется оператором Лапласа, или лапласианом. Его вид зависит от выбора системы координат для данной задачи. Оператор в том виде, какой приведен в формуле (4.26), применим только для прямоугольной декартовой системы координат. В табл. 4.4 приведены выражения оператора Лапласа для трех систем координат, имеющих наибольшее практическое значение: сферической, цилиндрической и прямоугольной.

Член уравнения (4.21), выражающий полное поглощение, представляет собой сумму числа взаимодействий в единицу времени, приводящих к непродуктивному захвату, а также к захвату с делением. Согласно формуле (4.16) находим

$$Q_a = \Phi \Sigma_c + \Phi \Sigma_f = \Phi \Sigma_a = \text{поглощение,} \quad (4.27)$$

где Σ_a — полное макроскопическое поперечное сечение для используемой смеси веществ. Подобно этому число делений в единицу времени в единице объема равно $\Phi \Sigma_f$, а число нейтронов, образующихся при делении в единицу времени и в единице объема, должно быть получено умножением этой величины на средний выход нейтронов на одно деление ν :

$$\nu Q_f = \nu \Phi \Sigma_f = \text{образование.} \quad (4.28)$$

Подставляя выражения для отдельных членов из уравнений (4.26) — (4.28) в уравнение (4.21), получим основное уравнение диффузии в виде дифференциального уравнения

$$D \nabla^2 \Phi + (\nu \Sigma_f - \Sigma_a) \Phi = 0. \quad (4.29)$$

Введем величину B^2 , представляющую собой следующую комбинацию коэффициентов обоих членов этого уравнения:

$$B^2 = \frac{\nu \Sigma_f - \Sigma_a}{D} = 3(1 - \overline{\cos \theta_l}) \Sigma_s (\nu \Sigma_f - \Sigma_a). \quad (4.30)$$

Тогда уравнение (4.29) превращается в однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\nabla^2 \Phi + B^2 \Phi = 0, \quad (4.31)$$

Выражения для оператора Лапласа в разных системах координат

Система координат	Лапласиан функции $F; \nabla^2 F$
Прямоугольная (x, y, z)	$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$
Цилиндрическая (r, φ, z)	$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial F}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$
Сферическая (r, ϑ, φ)	$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial F}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial F}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2}$

такое же, как волновое уравнение без временной зависимости, похожее по форме на уравнения, описывающие распространение электрической волны в среде с конечными индуктивностью и емкостью. Коэффициент B^2 называется лапласианом системы и представляет собой параметр, пропорциональный кривизне в пространственном ходе нейтронного потока; $\nabla^2 \Phi / \Phi$.

Это уравнение легко решается для простых форм. Для реактора, в виде плоской пластины, бесконечной в направлениях осей y и z и имеющей толщину $2a$ в направлении оси x (рис. 4.4), нейтронный поток зависит только от одной переменной x . Таким образом, оператор Лапласа (табл. 4.4) приобретает вид $\nabla^2 = d^2/dx^2$, и уравнение (4.31) становится таким:

$$\frac{d^2 \Phi(x)}{dx^2} + B^2 \Phi(x) = 0. \quad (4.32)$$

Это уравнение такое же по форме, как и уравнение, описывающее малые колебания простого маятника или колебания массы, вынужденной двигаться в направлении s и находящейся на конце пружины, лежащей вдоль направления s и имеющей коэффициент жесткости k , а именно $d^2 s/dt^2 + (k/m)s = 0$. Хорошо известно, что его частные решения выражаются синусоидальной и косинусоидальной функциями, и в этом можно убедиться прямой подстановкой

$$\Phi_1(x) = C_1 \sin Bx \quad \text{и} \quad \Phi_2(x) = C_2 \cos Bx$$

в уравнение (4.32). Поскольку общее решение любого однородного линейного дифференциального уравнения должно

включать (в виде суммы) все его частные решения, то для $\Phi(x)$ находим

$$\Phi(x) = \Phi_1(x) + \Phi_2(x) = C_1 \sin Bx + C_2 \cos Bx. \quad (4.33)$$

Здесь две произвольные постоянные C_1 и C_2 , и чтобы определить их, надо сформулировать два граничных условия для нейтронного потока.

В любом критическом гомогенном реакторе без отражателя поток должен быть всегда больше нуля, но оставаться конечным во всем объеме, где имеется смесь веществ. Бесконечное значение для потока невозможно в гомогенном реакторе, работающем в стационарном режиме на определенном уровне мощности, поскольку удельная мощность (плотность делений) в каждой точке пропорциональна местному нейтронному потоку для данного распределения вещества. На первый взгляд может показаться, что нейтронный поток должен обратиться в нуль на самой границе или на краю среды, в которой протекает реакция. Однако в реакторе конечных размеров всегда будет конечная утечка через эту внешнюю границу. Это означает, что в непосредственной близости от границы внутри реактора должны присутствовать нейтроны, которые выходят за пределы реактора. Если здесь имеются нейтроны, то некоторые из них будут вызывать деление в окружающем делящемся веществе, приводя к образованию нового количества нейтронов в этом месте, часть из которых выходит наружу, а другая часть диффундирует внутрь реактора и повышает значения плотности нейтронов и нейтронного потока в этой точке. Вследствие этого нейтронный поток на самой границе не равен нулю, а предполагается обращаемым в нуль снаружи реактора на некотором конечном расстоянии δ , называемом длиной экстраполяции. Из сравнительно точного математического исследования для плоской границы

$$\delta = 0,71\lambda_{tr} = 2,13D, \quad (4.34)$$

где величина λ_{tr} определяется соотношением (4.23).

Кроме этого, поток должен быть непрерывным, меняться монотонно вдоль критической системы и быть симметричным относительно геометрических осей симметрии системы (центра шара, оси цилиндра, центральной плоскости в пластине). Это условие требует, чтобы на оси симметрии градиент потока был равен нулю. Учитывая все это, запишем полную совокупность условий, накладываемых на поток, в таком виде:

$$\begin{aligned} 0 < \Phi(x) < \infty \text{ при } -a \leq x \leq +a; \\ \Phi(x) &= 0 \text{ при } x = \pm(a + \delta); \\ \frac{d\Phi(x)}{dx} &= 0 \text{ при } x = 0. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Если положить $\Phi(x) = \Phi_0$ при $x=0$, чтобы удовлетворить первому условию, то [из формулы (4.33)] $C_2 = \Phi_0$. Следовательно, $\Phi(x) = C_1 \sin Bx + \Phi_0 \cos Bx$. Дифференцируя это выражение и используя третье условие из совокупности условий (4.35), видим, что $0 = BC$, так что $C_1 = 0$, и формула потока приобретает следующий вид:

$$\Phi(x) = \Phi_0 \cos Bx. \quad (4.36)$$

Это однозначно определяет ход потока, который должен быть в критическом реакторе, но еще ничего не говорит о том, будет ли в данном случае реактор критичным, поскольку параметр B , как он определен формулой (4.30), зависит только от свойств и плотностей веществ, которые могут быть выбраны произвольно. Для определения условий, налагаемых на параметр B для обеспечения критичности, надо удовлетворить оставшееся одно из трех условий (4.35), а именно $\Phi(x) = 0$ при $x = \pm(a + \delta)$. Используя это, получаем $0 = \Phi_0 \cos[\pm B(a + \delta)]$, что может быть удовлетворено, если $\pm B(a + \delta) = (2n + 1)\pi/2$ при $n = 0, 1, 2, 3 \dots \infty$. Наименьшее значение n , при котором получается нетривиальное решение, равно $n = 0$, что и дает нам связь параметра B с геометрическими размерами системы $B = \pm\pi/2(a + \delta)$. Квадрат этого выражения представляет собой лапласиан B^2 , входящий в уравнение (4.31), но поскольку это выражение зависит только от геометрических размеров системы, то говорят, что оно определяет геометрический параметр системы B_g^2 :

$$B_g^2 = \left[\frac{\pi}{2(a + \delta)} \right]^2. \quad (4.37)$$

Однако лапласиан B^2 также имеет отношение и к материальному составу системы согласно формуле (4.30), которую теперь примем для определения материального параметра системы B_m^2 и перепишем в следующем виде:

$$B_m^2 = \frac{\Sigma_a}{D} \left(v \frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} - 1 \right) = \frac{k_\infty - 1}{L^2}. \quad (4.38)$$

Здесь $L = \sqrt{D/\Sigma_a}$. Величина L называется диффузионной длиной. Физический смысл этой величины состоит в том, что ее квадрат равен одной шестой среднего квадрата расстояния по прямой, на которое смещается тепловой нейтрон от точки его появления с тепловой энергией (т. е. от точки его рождения при делении в предположении односкоростного приближения, но в общем случае — от точки, где заканчивается процесс замедления нейтрона) до точки его исчезновения в результате поглощения, захвата с делением или непродуктивного захвата. Величина $v(\Sigma_f/\Sigma_a)$ называется коэффициентом размножения бесконечной системы k_∞ , так как таков был бы

коэффициент размножения бесконечной по размерам системы, составленной из тех же веществ с теми же плотностями, что и изучаемая конечная система.

Чтобы определить проектные условия, которые позволят нам достичь критичности, и таким образом удовлетворить основному уравнению диффузии (4.31) и физическим ограничениям, налагаемым совокупностью условий (4.35) на нейтронный поток, необходимо приравнять друг другу материальный и геометрический параметры. В результате получаем

$$B_m^2 = B_g^2$$

или

$$\frac{k_\infty - 1}{L^2} = \left[\frac{\pi}{2(a + \delta)} \right]^2, \quad (4.39)$$

что приводит к следующему уравнению:

$$k_\infty = 1 + \left[\frac{\pi L}{2(a + \delta)} \right]^2. \quad (4.40)$$

Заметим, что критичность не может быть достигнута ни при каких размерах, если значение k_∞ не превышает единицы.

Решение уравнения диффузии (4.31) для шара и для цилиндра несколько сложнее, чем для плоской пластины. Воспользовавшись выражением оператора Лапласа в сферических координатах, приведенным в табл. 4.4, и учитывая, что, по условиям симметрии, поток должен быть функцией только от r (не зависеть от координат θ и φ), можно записать уравнение (4.31) для однородного сферического реактора без отражателя в следующем виде:

$$\frac{d^2\Phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d\Phi(r)}{dr} + B^2\Phi(r) = 0. \quad (4.41)$$

Это уравнение можно упростить, если ввести новую функцию $u(r) = r\Phi(r)$. Тогда член с первой производной в уравнении (4.41) исчезает и

$$\frac{d^2u(r)}{dr^2} + B^2u(r) = 0. \quad (4.42)$$

Это уравнение в точности совпадает с уравнением для плоской пластины (4.32), а его общее решение представляет собой сумму синусоидальной и косинусоидальной функций:

$$u(r) = r\Phi(r) = C_1 \sin Br + C_2 \cos Br \quad (4.43)$$

или

$$\Phi(r) = C_1 \frac{\sin Br}{r} + C_2 \frac{\cos Br}{r}.$$

Условия непрерывности, конечности и симметрии, которым должен удовлетворять поток, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} 0 < \Phi(r) < \infty \text{ для } 0 \leq r \leq R; \\ \Phi(r) &= 0 \text{ для } r = R + \delta; \\ \frac{d\Phi(r)}{dr} &= 0 \text{ для } r = 0, \end{aligned} \quad (4.44)$$

где R — физический радиус сферического реактора. Из первого (граничного) условия видно, что $C_2 = 0$, поскольку выражение $(\cos Br)/r$ стремится к бесконечности при r , стремящемся к нулю. Следовательно, $\Phi(r) = C_1 (\sin Br)/r$. Кроме того, если положить, что поток в центре равен Φ_0 , то

$$\Phi_0 = C_1 \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sin Br}{r} = BC_1 \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sin Br}{Br}.$$

или $\Phi_0 = BC_1$, так что $C_1 = \Phi_0/B$, и выражение для потока приобретает следующий вид:

$$\Phi(r) = \Phi_0 \frac{\sin Br}{Br}. \quad (4.45)$$

Здесь определены обе произвольные постоянные C_1 и C_2 еще до использования второго и третьего граничных условий из выражений (4.44), т. е. кажется, что в задаче дано более чем надо граничных условий (число условий превышает число имеющихся произвольных постоянных). Однако оказывается, что решение уравнения (4.45) автоматически удовлетворяет третьему граничному условию, которое теперь является лишним. Использование второго условия из выражений (4.44) позволяет выразить геометрический параметр системы B_g^2 через ее размеры, как это было сделано выше для реактора в виде плоской пластины. Здесь, однако, в выражении для потока оставлен только член с синусоидальной функцией, в то время как решение для бесконечного плоского реактора содержало только член с косинусоидальной функцией, поэтому, чтобы удовлетворить второму условию выражений (4.44), надо положить

$$0 = \frac{\Phi_0 \{\sin [\pm B(R + \delta)]\}}{[\pm B(R + \delta)]},$$

для чего необходимо, чтобы

$$\pm B(R + \delta) = n\pi; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \infty.$$

Тривиальное решение, получающееся при $n=0$, не представляет интереса, так как оно дает нулевой поток во всем реак-

торе. Нетривиальное решение низшего порядка получается при $n=1$, для которого

$$B_g^2 = \left(\frac{\pi}{R + \delta} \right)^2. \quad (4.46)$$

Приравнявая это выражение материальному параметру, получим следующее условие критичности гомогенного сферического реактора без отражателя в односкоростном приближении:

$$k_\infty = 1 + \left(\frac{\pi L}{R + \delta} \right)^2. \quad (4.47)$$

Для бесконечного цилиндра поток является функцией только от r и не зависит от φ и z . Учитывая это и используя выражение для оператора Лапласа (табл. 4.4), получим следующее уравнение диффузии для гомогенного бесконечного цилиндрического реактора без отражателя:

$$\frac{d^2\Phi(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\Phi(r)}{dr} + B^2\Phi(r) = 0. \quad (4.48)$$

Хотя оно и очень похоже на уравнение (4.41) для сферического реактора, однако существенно отличается от него, так как здесь невозможно избавиться от члена с первой производной. Если все члены уравнения (4.48) умножить на r^2 и вместо r ввести новую переменную ρ/B , то уравнение (4.48) примет следующий вид:

$$\rho^2 \frac{d^2\Phi(\rho)}{d\rho^2} + \rho \frac{d\Phi(\rho)}{d\rho} + \rho^2\Phi(\rho) = 0. \quad (4.49)$$

Это уравнение Бесселя нулевого порядка. Его частные решения обозначаются как $J_0(\rho)$ и $Y_0(\rho)$ — бесселевы функции нулевого порядка первого и второго рода, определяемые только в виде бесконечных рядов. Общее решение уравнения (4.49) представляется, как и для предыдущих случаев, в виде суммы его частных решений:

$$\Phi(\rho) = C_1 J_0(\rho) + C_2 Y_0(\rho)$$

или

$$\Phi(r) = C_1 J_0(Br) + C_2 Y_0(Br). \quad (4.50)$$

Условия непрерывности, конечности и симметрии, которым должен удовлетворять поток, для бесконечного цилиндра радиуса R в точности совпадают с условиями уравнения (4.44), сформулированными для сферического реактора. Согласно первому условию имеем $0 = C_1 J_0(0) + C_2 Y_0(0)$. Функция $J_0(\rho)$ конечна, и при $\rho=0$ она равна единице, но функция $Y_0(\rho)$ стремится к бесконечности при $\rho=0$, поэтому C_2 должно быть равно нулю, и в выражении для $\Phi(r)$ остается только

один член $\Phi(r) = C_1 J_0(Br)$. Поскольку $J_0(0) = 1$, то для $\Phi(r)$ получаем

$$\Phi(r) = \Phi_0 J_0(Br), \quad (4.51)$$

где Φ_0 — значение потока на оси цилиндра. Здесь, как и в случае сферического реактора, решение уравнения (4.51) автоматически удовлетворяет третьему граничному условию, которое поэтому является лишним. Второе условие, требующее обращения потока в нуль при $r = R + \delta$, будет выполнено, если $J_0[B(R + \delta)] = 0$. Наименьший корень уравнения $J_0(Br) = 0$ равен 2,405, т. е. $B(R + \delta) = 2,405$ и

$$B_g^2 = \left(\frac{2,405}{R + \delta} \right)^2. \quad (4.52)$$

Приравнявая этот геометрический параметр величине материального параметра в уравнении (4.38), получаем следующее условие критичности гомогенного бесконечного цилиндрического реактора без отражателя в односкоростном приближении:

$$k_\infty = 1 + \left(\frac{2,405L}{R + \delta} \right)^2. \quad (4.53)$$

Теперь рассмотрим более широкий круг вопросов, включающих критичность конечных по длине цилиндров и прямоугольных блоков конечных размеров. Поток в таких системах в отличие от ранее рассмотренных представляет собой функцию уже более чем одного переменного, и поэтому надо пользоваться полным выражением для оператора Лапласа (табл. 4.4). Однако для цилиндра симметрия требует, чтобы поток не зависел от координаты φ , и задача становится двумерной. Уравнение диффузии для конечного цилиндра превращается в дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка:

$$\frac{\partial^2\Phi(r, z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial\Phi(r, z)}{\partial r} + \frac{\partial^2\Phi(r, z)}{\partial z^2} + B^2\Phi(r, z) = 0. \quad (4.54)$$

Сделаем попытку упростить решение этого уравнения, для чего предположим, что поток $\Phi(r, z)$ представлен в виде произведения двух функций, из которых одна $R(r)$ зависит только от r , а вторая $Z(z)$ — только от z , так что

$$\Phi(r, z) = R(r) Z(z). \quad (4.55)$$

Оправданием для такого представления является то, что оно позволяет сразу получить решение уравнения (4.54). Это метод разделения переменных, являющийся одним из самых эффективных методов решения дифференциальных уравнений в частных производных. Подставляя выражение (4.55) в уравнение диффузии (4.54) и производя почленное деление

последнего на $R(r)Z(z)$, находим, что оно превращается в уравнение, объединяющее два обыкновенных дифференциальных уравнения:

$$\frac{1}{R(r)} \left[\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dR(r)}{dr} \right] + B^2 = -\frac{1}{Z(z)} \cdot \frac{d^2 Z(z)}{dz^2}. \quad (4.56)$$

Левая часть этого уравнения зависит только от r , а правая — только от z . Если функцию для потока выбрать так, чтобы правая часть этого уравнения менялась при изменении z , то такая функция не будет удовлетворять уравнению (4.56), так как левая часть его не меняется с изменением z . Функция вида (4.55) может быть решением уравнения (4.56) только в том случае, если обе части этого уравнения остаются постоянными при произвольном изменении переменных r и z , поэтому должны выполняться следующие соотношения:

$$\frac{1}{R(r)} \left[\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dR(r)}{dr} \right] = -B_r^2$$

и

$$\frac{1}{Z(z)} \left[\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} \right] = -B_z^2, \quad (4.57)$$

где B_r^2 и B_z^2 — положительные действительные числа, которые связаны между собой согласно уравнению (4.56) равенством

$$B_g^2 = B_r^2 + B_z^2. \quad (4.58)$$

Теперь задача сводится к решению двух отдельных и независимых обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Исследование уравнений (4.57) показывает, что их решения уже найдены. Если почленно умножить первое уравнение (4.57) на $r^2 R(r)$, ввести новую переменную ρ согласно равенству $r = \rho/B$ и перенести все члены в левую сторону, то получим уравнение Бесселя нулевого порядка (4.49). Здесь вместо величины B фигурирует B_r . Если начало координат поместить в центре симметрии цилиндра, то допустимые решения, как было установлено выше, представляются в следующем виде:

$$R(r) = C_1 J_0(B_r r). \quad (4.59)$$

Второе уравнение (4.57) идентично уравнению диффузии для полубесконечной пластины (4.32), если в этом уравнении заменить B на B_z . Как и прежде, решение для $Z(z)$ имеет вид

$$Z(z) = C_2 \cos B_z z. \quad (4.60)$$

Комбинируя эти два решения, получим следующее выражение для потока:

$$\Phi(r, z) = C_1 C_2 J_0(B_r r) \cos B_z z. \quad (4.61)$$

Поскольку величина $J_0(B_r r) \cos B_z z$ обращается в единицу при $r=0$ и $z=0$, то коэффициент $C_1 C_2$ должен быть равен значению потока в центре конечного цилиндра Φ_0 , если начало координат выбрано в центре цилиндра. Из соображений симметрии необходимо потребовать, чтобы выполнялись следующие условия: $\partial \Phi(r, z)/\partial r = 0$ при $r=0$ и $\partial \Phi(r, z)/\partial z = 0$ при $z=0$. Оба эти условия автоматически выполняются, так как первые производные как функции $J_0(B_r r)$, так и функции $\cos B_z z$ обращаются в нуль при r и z , стремящихся к нулю. Чтобы удовлетворить граничному условию на расстоянии длины экстраполяции снаружи от поверхности цилиндра радиуса R и полувысоты h , потребуем, чтобы поток обращался в нуль $\Phi(r, z) = 0$ при $r = R + \delta$ и любом z , а также при $z = \pm(h + \delta)$ и любом r . Обращаясь поочередно к этим условиям, получим, как и прежде,

$$\pm B_z(h + \delta) = \pi/2 \quad \text{и} \quad B_r(R + \delta) = 2,405,$$

так что

$$B_r^2 = \left(\frac{2,405}{R + \delta} \right)^2$$

и

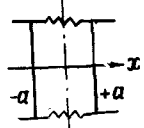

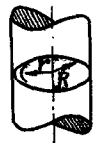
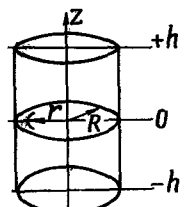
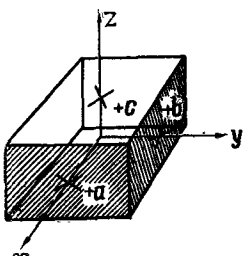
$$B_z^2 = \left[\frac{\pi}{2(h + \delta)} \right]^2. \quad (4.62)$$

Поскольку геометрический параметр согласно формуле (4.58) представляет собой сумму этих двух выражений, то условие критичности для такого конечного цилиндрического реактора легко находится с помощью формулы (4.38) и имеет следующий вид:

$$k_\infty = 1 + \left(\frac{2,405L}{R + \delta} \right)^2 + \left[\frac{\pi L}{2(h + \delta)} \right]^2. \quad (4.63)$$

Одной из интересных особенностей этого рассмотрения является то, что распределение нейтронного потока в двухмерном конечном цилиндре представляется в виде произведения одномерных функций распределения, определенных независимо друг от друга так, как будто в каждом случае реактор имеет конечный размер только в данном направлении, но бесконечен в другом направлении. Следует также заметить, что геометрический параметр, который служит мерой пространственной кривизны в распределении нейтронного потока, представляется в виде суммы геометрических параметров (кривизн), вычисленных для соответствующих одно-

Распределение потока в односкоростном приближении для реакторов различной формы без отражателя

Система	Геометрия	Распределение односкоростного потока	Геометрический параметр
Полубесконечная пластина		$\Phi(x) = \Phi_0 \cos B_g x$	$B_g^2 = \left(\frac{\pi/2}{a + \delta}\right)^2$
Сфера		$\Phi(r) = \Phi_0 \frac{\sin B_g r}{B_g r}$	$B_g^2 = \left(\frac{\pi}{R + \delta}\right)^2$
Цилиндр бесконечной длины		$\Phi(r) = \Phi_0 J_0(B_g r)$	$B_g^2 = \left(\frac{2,405}{R + \delta}\right)^2$
Конечный цилиндр		$\Phi(r, z) = \Phi_0 J_0(B_r r) \times \cos B_z z$	$B_g^2 = B_r^2 + B_z^2$ $B_r^2 = \left(\frac{2,405}{R + \delta}\right)^2$ $B_z^2 = \left(\frac{\pi/2}{h + \delta}\right)^2$
Прямоугольный параллелепипед		$\Phi(x, y, z) = \Phi_0 \cos B_x x \times \cos B_y y \cos B_z z$	$B_g^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2$ $B_x^2 = \left(\frac{\pi/2}{a + \delta}\right)^2$ $B_y^2 = \left(\frac{\pi/2}{b + \delta}\right)^2$ $B_z^2 = \left(\frac{\pi/2}{c + \delta}\right)^2$

мерных полубесконечных систем, комбинацией которых является рассматриваемая двухмерная система.

Применяя метод разделения переменных, можно также исследовать конечный трехмерный реактор в форме прямоугольного параллелепипеда. Аналогично предыдущему эта задача сводится к решению трех независимых однородных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно трех независимых переменных x , y и z . Каждое из этих уравнений является простым одномерным уравнением для плоского бесконечного реактора типа уравнения (4.32). Окончательное решение нашего уравнения таково:

$$\Phi(x, y, z) = \Phi_0 (\cos B_x x) (\cos B_y y) (\cos B_z z), \quad (4.64)$$

где постоянные B_x , B_y и B_z связаны друг с другом соотношением

$$B_g^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2 \quad (4.65)$$

и определяются следующими формулами:

$$B_x^2 = \left(\frac{\pi/2}{a + \delta}\right)^2; \quad B_y^2 = \left(\frac{\pi/2}{b + \delta}\right)^2; \quad B_z^2 = \left(\frac{\pi/2}{c + \delta}\right)^2. \quad (4.66)$$

Подобным же образом, сочетая выражение для материального параметра (4.38) с формулами (4.65) и (4.66), получим следующее условие критичности:

$$k_\infty = 1 + \left(\frac{\pi L/2}{a + \delta}\right)^2 + \left(\frac{\pi L/2}{b + \delta}\right)^2 + \left(\frac{\pi L/2}{c + \delta}\right)^2. \quad (4.67)$$

Отсюда снова видно, что распределение нейтронного потока в трехмерной системе [формула (4.64)] представляется в виде произведения независимых функций одномерных распределений, а общий геометрический параметр системы является суммой трех одномерных.

Сводка результатов настоящего исследования приведена в табл. 4.5, в которой представлены функции пространственного распределения и формулы для геометрического параметра в каждом рассмотренном случае. Заметим, что во всех выражениях для пространственного распределения потока стоит коэффициент Φ_0 , представляющий собой значение потока в центре симметрии системы. Это значение нейтронного потока в центре системы может быть определено, исходя из теплотехнических соображений, через величины желаемой плотности тепловыделения (при делениях) в центре реактора K_0 , так как поток в центре реактора связан с этой плотностью тепловыделения соотношением (4.16):

$$K_0 = \frac{Q_0}{c_n} = \Phi_0 \frac{\Sigma_f}{c_n}$$

или

$$\Phi_0 = c_n \frac{K_0}{\Sigma_f}, \quad (4.68)$$

где K_0 — плотность тепловыделения, вт/см^3 , Φ_0 — поток в центре, $\text{нейтр/см}^2 \cdot \text{сек}$; Σ_f — макроскопическое поперечное сечение деления для данного материального состава реактора, см^{-1} ; c_n — обратная величина энергии, выделяемой при одном делении ($c_n = 3,3 \cdot 10^{10}$ делений/ $\text{вт} \cdot \text{сек}$ в случае насыщенной активности). Например, если бы мы имели смесь веществ с поперечным сечением деления $\Sigma_f = 0,03 \text{ см}^{-1}$ и пожелали бы, чтобы в критическом реакторе с таким материальным составом плотность тепловыделения в центре была равна $K_0 = 10 \text{ вт/см}^3$, то необходимое значение потока тепловых нейтронов в центре реактора составило бы

$$\Phi_0 = \frac{3,3 \cdot 10^{10} \cdot 10}{0,03} = 1,1 \cdot 10^{13} \text{ нейтр/см}^2 \cdot \text{сек}.$$

Поскольку скорость нейтронов, замедленных до энергий, соответствующих комнатной температуре (20°C), равна примерно $2,2 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$, можно получить следующее значение для плотности нейтронов в центре реактора: $n_0 = \Phi_0/v = 1,1 \cdot 10^{13} / 2,2 \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^7 \text{ нейтр/см}^3$. Заметим, что эта плотность во много миллионов раз меньше плотности ядер большинства материалов, определяемой формулой (4.15). Ввиду этой относительной малой плотности нейтронов во всех реакторах, представляющих интерес, нет необходимости рассматривать взаимодействия нейтронов друг с другом, поскольку вклад их незначителен по сравнению со взаимодействием нейтронов с ядрами вещества в реакторе.

4.2.2. Замедление нейтронов. Теория возраста Ферми.

Обычно размеры тепловых реакторов больше, чем размеры реакторов на быстрых нейтронах, не содержащих замедлитель, и меньше размеров больших реакторов на тепловых нейтронах, для которых предыдущее рассмотрение применимо лишь с некоторой точностью. Поэтому представляет интерес рассмотрение взаимодействия нейтронов в процессе их замедления, так как оно играет важную роль для тех реакторов, которые имеют промежуточные размеры.

Рассмотрим процесс упругого столкновения с помощью которого нейтрон передает энергию ядрам. Этот процесс схематически представлен на рис. 4.5. Предположим, что к ядру с массой A приближается нейтрон с кинетической энергией E_0 , измеренной экспериментатором в лабораторной системе координат. Если наблюдать это явление из центра масс нейтрона и ядра, то согласно закону сохранения количества движения (полное количество движения в системе центра инерции должно быть равно нулю) обе частицы

должны сближаться — нейтрон со скоростью v_n и ядро со скоростью $v_n A'/A$, где A' — масса нейтрона, которая равна единице, если масса ядра A измерена в единицах массы нейтрона. Нейтрон и ядро сталкиваются (т. е. сближаются до расстояния ядерного взаимодействия) и упруго отскакивают в направлении под углом θ_m от первоначального направления их движения. Так как количество движения сохраняется в этой системе координат (насколько об этом могут свидетельствовать наши измерения), то частицы должны разле-

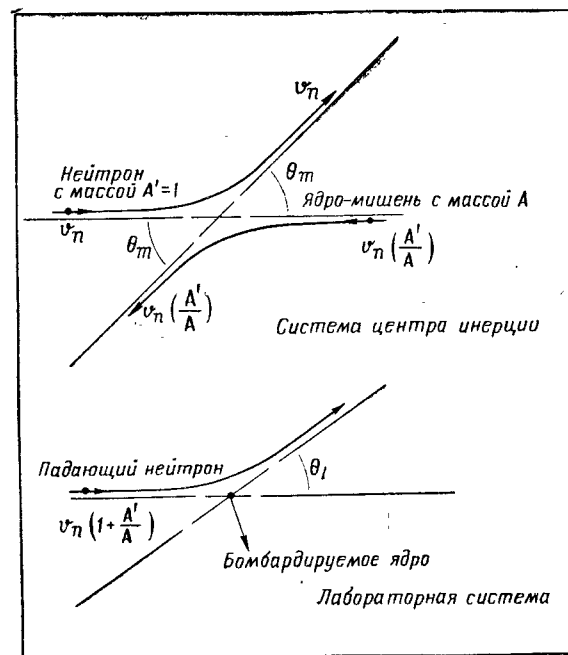


Рис. 4.5. Упругое рассеяние нейтронов

таться с такими же скоростями, какие у них были до столкновения. Тогда оказывается, что в системе центра масс кинетические энергии обеих частиц в отдельности сохраняются. Однако если теперь вернуться в лабораторную систему отсчета, в которой первоначально покоилось ядро-мишень, а нейтрон и точка центра масс находятся в движении, и снова рассмотреть то же явление, то найдем, что полное количество движения и полная кинетическая энергия здесь тоже сохраняются, но кинетические энергии частиц в отдельности не сохраняются. Между нейтроном и ядром происходит обмен кинетической энергией. Исходя из равенства значений полной кинетической энергии и полного количества движения до и после столкновения, можно показать, что

в лабораторной системе отсчета отношение энергии нейтрона после столкновения E к ее значению до столкновения E_0 равно

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1 + 2A \cos \theta_m + A^2}{(1 + A)^2}, \quad (4.69)$$

где θ_m — угол рассеяния в системе центра инерции. Два предельных случая в обмене энергиями имеют место при $\theta_m = 0$, когда $E = E_0$ и обмен энергиями отсутствует, и при $\theta_m = \pi$, когда $E/E_0 = [(A-1)/(A+1)]^2$ и достигается максимальная передача энергии от нейтрона ядру. Величина $[(A-1)/(A+1)]^2$ обозначается через α и является отношением минимально возможной энергии нейтрона к максимально возможной после столкновения. Вещества с малым атомным весом представляют собой лучшие замедлители, так как с уменьшением A уменьшается и α , что означает увеличение возможной передачи энергии при одном столкновении, так что для замедления нейтронов до тепловой энергии потребуется меньшее количество столкновений. Заметим, что при $A=1$ (водород) максимально возможная передача энергии равна самой начальной энергии нейтрона ($\alpha=0$) и после столкновения нейтрон может в лабораторной системе оказаться в состоянии покоя.

Как правило, при упругом рассеянии нейтроны не имеют какого-либо преимущественного направления рассеяния, так что все углы рассеяния θ_m в системе центра инерции равновероятны. Из геометрических соотношений угол рассеяния в лабораторной системе θ_l может быть выражен через θ_m :

$$\cos \theta_l = \frac{1 + A \cos \theta_m}{\sqrt{1 + 2A \cos \theta_m + A^2}} = \frac{1 + A \cos \theta_m}{(1 + A) \sqrt{E/E_0}}. \quad (4.70)$$

Именно величина θ_l может быть измерена в лабораторной системе, и именно она наблюдается в процессах столкновений нейтронов с ядрами в реакторе. Из формулы (4.70) ясно, что при равномерном распределении угла рассеяния в системе центра инерции θ_m распределение θ_l не будет равномерным. Таким образом, хотя среднее значение косинуса угла θ_m , полученное при усреднении по всем возможным значениям угла рассеяния в системе центра инерции, обычно равно нулю ($\theta_m = 90^\circ$), среднее значение косинуса угла рассеяния θ_l не равно нулю. Это среднее значение определяется так:

$$\overline{\cos \theta_l} = \frac{\int d\Omega \cos \theta_l}{\int d\Omega},$$

где $d\Omega = \sin \theta_m d\theta_m d\varphi_m = -d \cos \theta_m d\varphi_m$. Здесь интегралы берутся по всем возможным значениям углов: $0 \leq \varphi_m \leq 2\pi$; $0 \leq \theta_m \leq \pi$.

Интегрирование просто по телесному углу соответствует равномерному изотропному распределению нейтронов по углам рассеяния в системе центра инерции. Воспользовавшись выражением для θ_l (4.70), получим после интегрирования следующее выражение для среднего косинуса угла рассеяния в лабораторной системе:

$$\overline{\cos \theta_l} = \frac{2}{3A}. \quad (4.71)$$

В табл. 4.6 приведены значения $\overline{\cos \theta_l}$ и соответствующие им значения $\bar{\theta}_l$, определяемые равенством $\bar{\theta}_l = \pi/2 - \arccos(\overline{\cos \theta_l})$,

Таблица 4.6

Средний угол рассеяния нейтронов на ядрах различных материалов

Материал	A	$\overline{\cos \theta_l}$	$\bar{\theta}_l$ град
H	1	0,667	48,2
D	2	0,333	70,6
Be	9	0,074	85,7
C	12	0,056	86,7
O	16	0,042	87,5
Fe	56	0,012	89,3
U	238	0,0028	89,9

для некоторых веществ, представляющих интерес при проектировании реакторов для летательных аппаратов. Отличие $\overline{\cos \theta_l}$ от нуля указывает на то, что при рассеянии на ядрах многих веществ (например, на ядрах замедлителей) нейтроны в среднем будут разлетаться не сферически симметрично в лабораторной системе отсчета и будут продолжать движение преимущественно в первоначальном направлении. Угол $\bar{\theta}_l$ дает угловую меру отклонения от изотропии в рассеянии. Это явление, называемое рассеянием преимущественно вперед, наиболее ярко выражено в веществах с малым атомным весом. Вследствие этого водород, имеющий атомный вес $A=1$, представляет собой вещество, мало пригодное для использования в качестве отражателя для нейтронов, так как падающие на него нейтроны проходят через это вещество с преимущественным направлением, составляющим с прямым направлением угол $\bar{\theta}_l = 48,2^\circ$. Рассеяние преимущественно вперед вызывает значительное увеличение расстояния, проходимого нейтроном между последовательными рассеивающими столкновениями, и это расстояние становится больше средней длины свободного пробега, вычисленной в предполо-

жении изотропного (сферически симметричного) рассеяния нейтронов в лабораторной системе координат. Поскольку средняя длина свободного пробега по отношению к рассеянию λ_s вычисляется именно в этом предположении и согласно формуле (4.18) выражается только через ядерную плотность и микроскопическое сечение рассеяния, то к величине λ_s необходимо ввести поправку, учитывающую рассеяние преимущественно вперед, чтобы получить выражение для истинного среднего пути, проходимого нейтроном между двумя рассеивающими столкновениями. Соответствующее выражение, учитывающее эту поправку, получается в теории переноса и

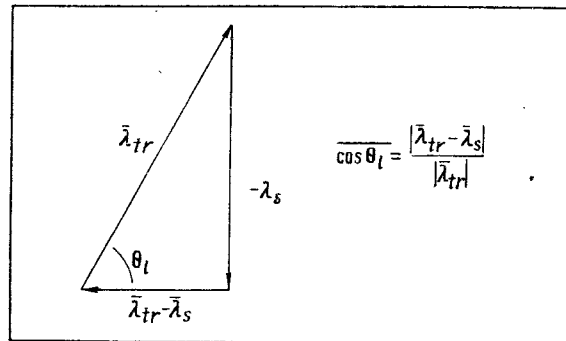


Рис. 4.6. Мнемоническая векторная диаграмма, показывающая связь между λ_{tr} , λ_s и θ_l при упругом рассеянии нейтронов

имеет вид, представленный формулой (4.23). Приведем снова это соотношение:

$$\lambda_{tr} = \frac{\lambda_s}{1 - \cos \theta_l}$$

или

$$\Sigma_{tr} = \Sigma_s (1 - \overline{\cos \theta_l}), \quad (4.72)$$

где λ_{tr} называется средней транспортной длиной (выражается в см), а Σ_{tr} — макроскопическим транспортным поперечным сечением (выражается в 1/см). Легко получить представление о связи между λ_{tr} и λ_s с помощью векторной диаграммы, показанной на рис. 4.6. На этой диаграмме средняя длина рассеяния и транспортная длина представлены в виде векторов, относительные направления которых определяются средним углом рассеяния вперед.

Для дальнейшего исследования процесса замедления нейтронов надо найти выражение, определяющее меру средней потери энергии нейтрона при одном столкновении. Аналитические исследования в области физики реакторов показали,

что это легче всего сделать, если найти среднее значение натурального логарифма отношения начальной энергии нейтрона к его энергии после рассеяния. Этот параметр

$$\xi = \ln \frac{E_0}{E} = \frac{\int_{E_0}^{aE_0} \left(\ln \frac{E_0}{E} \right) \frac{dE}{E_0}}{\int_{E_0}^{aE_0} \frac{dE}{E_0}} \quad (4.73)$$

называется логарифмическим декрементом энергии на одно столкновение. Заметим, что в формуле (4.73) интегрирование производится по интервалу энергий от начальной энергии нейтрона E_0 до минимального возможного значения энергии его после столкновения (в лабораторной системе) aE_0 . Интегрирование легко выполнить, введя новую переменную E/E_0 вместо E , что дает

$$\xi = 1 + \frac{a \ln a}{1-a} = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1}. \quad (4.74)$$

Для всех веществ, кроме водорода ($A=1$), это выражение может быть с хорошим приближением представлено формулой

$$\xi \approx \frac{6}{3A+2}. \quad (4.75)$$

Для водорода $\xi=1$. Поскольку величина ξ определена формулой (4.73) как среднее значение логарифма отношения начальной и конечной энергии нейтрона при одном столкновении и согласно формуле (4.74) она совершенно не зависит от начальной энергии нейтрона, то заключаем, что относительное изменение энергии при одном столкновении одинаково как для нейтронов с энергиями, близкими к энергии рождения их в результате деления, так и для нейтронов с энергиями, близкими к тепловой энергии. Исходя из этого, можно оценить среднее число столкновений, необходимое для уменьшения энергии нейтрона от величины энергии быстрых нейтронов E_0 до тепловой E_{th} :

$$N_{th} = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_0}{E_{th}}. \quad (4.76)$$

Как было отмечено выше, нейтроны деления распределены по энергиям в интервале от 0,1 Мэв до 10 Мэв, однако их средняя энергия составляет примерно 2 Мэв, или $2 \cdot 10^6$ эв. Принимая последнее значение в качестве E_0 и 0,025 эв в качестве E_{th} , можно привести выражение (4.76) к виду $N_{th} = 1,82/\xi$. В табл. 4.7 приведены значения N_{th} , ξ и a для некоторых материалов:

Таблица 4.7

Замедляющие свойства некоторых материалов

Материал	N_{th}	ξ	α
H	18	1,00	0
D	25	0,725	0,111
Be	86	0,209	0,640
C	114	0,158	0,716
O	150	0,120	0,778
Fe	516	0,0353	0,929
U	2170	0,00838	0,983

Для применения этих соотношений в случае исследования критичности реактора необходимо учесть частоту рассеивающих столкновений в единице объема, чтобы определить скорость термализации нейтронов в материалах реактора. Принимая эту скорость термализации за мощность источников тепловых нейтронов, можно обратиться к основному уравнению диффузии (4.29) для потока тепловых нейтронов и получить критерий критичности реактора, который будет несколько лучше выведенных выше, так как теперь уже можно прямо учесть влияние поглощения нейтронов и их перемещения в области надтепловых энергий.

В реакторе, работающем в стационарном режиме, распределение нейтронов по энергиям, так же как и пространственное их распределение, остается неизменным. В любой части реактора имеется постоянный поток нейтронов, пересекающих при замедлении любое заданное значение энергии. Этот поток называется плотностью замедления $q^*(E)$ и имеет размерность, определяемую как число нейтронов, отнесенное к 1 см^2 и 1 сек , пересекающих при замедлении значение энергии E . Для реактора, в котором некоторое количество нейтронов с надтепловыми энергиями «выходит из игры» за счет поглощения в процессе замедления, плотность замедления при энергии E должна быть равна числу нейтронов, возникающих при делении в единице объема в единицу времени, уменьшенному на величину потери при поглощении в интервале энергий от энергии рождения E_0 до E . Если через $p(E)$ обозначить вероятность того, что нейтрон избежит поглощения при замедлении от E_0 до E , то получим

$$q^*(E) = p(E) q(E), \quad (4.77)$$

где $q(E)$ — плотность замедления для непоглощающей среды. Если в качестве E взять тепловую энергию, то $p(E)$ будет равно коэффициенту p , определенному формулой (4.10), и величина $q^*(E) = q^*(E_{th})$ будет представлять собой мощность

источника тепловых нейтронов, которая нужна для формулирования и решения уравнения диффузии.

Рассмотрим столкновения, происходящие в единичном интервале энергий dE . Дифференциал числа столкновений в интервале dE получается из формулы (4.76):

$$dN = -\frac{1}{\xi} \cdot \frac{dE}{E}.$$

Вероятность того, что любой единичный акт столкновения в этом интервале окажется актом захвата (Σ_a), а не рассеяния (Σ_s), равна

$$\frac{\Sigma_a(E)}{\Sigma_a(E) + \Sigma_s(E)}.$$

Относительное изменение плотности нейтронов (dn/n) вследствие процесса захвата в интервале dE равно произведению двух вышеприведенных выражений:

$$\frac{dn}{n} = -\frac{1}{\xi} \cdot \frac{dE}{E} \cdot \frac{\Sigma_a}{\Sigma_a + \Sigma_s}.$$

Интегрирование этого выражения от E_0 до E дает

$$p(E) = n(E)/n(E_0) = \exp \left[-\frac{1}{\xi} \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_a(E') + \Sigma_s(E')} \cdot \frac{dE'}{E'} \right]. \quad (4.78)$$

Этот коэффициент [в формуле (4.77)] называется вероятностью избежания резонансного захвата. Для него можно записать выражение в упрощенном виде (с использованием условных обозначений):

$$p(E) = \exp \left(-\frac{\Sigma_{ra}}{\xi \Sigma_s} \right), \quad (4.79)$$

где Σ_s — среднее значение макроскопического поперечного сечения рассеяния для данного материального состава в интервале энергий от E до E_0 . Микроскопическое поперечное сечение резонансного поглощения Σ_{ra} , введенное в формулу (4.79), определяется так:

$$\Sigma_{ra} = \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{1 + \Sigma_a(E')/\Sigma_s} \cdot \frac{dE'}{E'}. \quad (4.80)$$

Для многих рассматриваемых систем второй член в знаменателе в выражении (4.80) оказывается много меньше единицы,

и им можно пренебречь. Вследствие этого можно дать следующее определение микроскопического резонансного интеграла поглощения:

$$\sigma_{ri} = \int_E^{E_0} \sigma_a(E') \frac{dE'}{E'} \quad (4.81)$$

В табл. 4.8 приведены значения σ_{ri} для нескольких представляющих интерес материалов.

Величина плотности замедления, входящая в формулу (4.77), при отсутствии поглощения $q(E)$ может быть выра-

Таблица 4.8

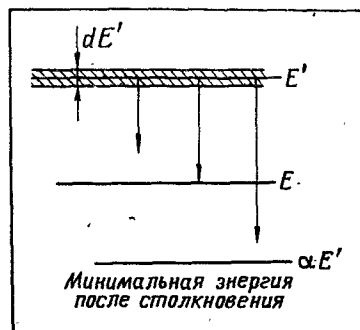


Рис. 4.7. Энергетическая диаграмма замедления нейтронов

Резонансный интеграл поглощения для некоторых материалов

Материал	σ_{ri} , барн/атом
C	~0
Zr	3
Nb	8
Ta	~500
W	450
U ²³⁵	400*
U ²³⁸	290

* Одна треть относится к захвату, а две трети — к делению.

жена через нейтронный поток, если рассматривать замедление нейтронов энергетического интервала dE' около энергии E' до энергии, меньшей E , как это схематически изображено на рис. 4.7. Все акты рассеяния с изменением энергии нейтрона от E' до любого значения E , находящегося в интервале от E' до $\alpha E'$, равновероятны, если рассматривать области энергетического спектра нейтронов, находящиеся вдали от энергий нейтронов источника, т. е. те области, в которых происходит непрерывное замедление. Для такого простого случая из рис. 4.7 видно, что число нейтронов, пересекающих при замедлении значение энергии E , равно интегралу, взятому по всем возможным значениям энергий от E и выше. В подынтегральное выражение входит произведение вероятности того, что нейтрон с начальной энергией E' после рассеяния приобретет энергию, находящуюся в интервале от E до $\alpha E'$ и плотности рассеивающих столкновений в интервале $\alpha E'$ при энергии $E' > E$. Первый множитель ра-

вен $(E - \alpha E')/E'(1 - \alpha)$, а второй $\Phi(E')\Sigma_s(E')$, так что

$$q(E) = \int_E^{E/\alpha} \Phi(E') \sum_s(E') \frac{E - \alpha E'}{E'(1 - \alpha)} dE' \quad (4.82)$$

В энергетических областях, близких к энергиям нейтронов источника, необходимо принять во внимание дискретный характер процесса замедления. По этой причине теория непрерывного замедления не является точной при любых энергиях. Однако она оказывается хорошо применимой почти для всех материалов и для всех случаев реакторов, если принять, что средняя энергия нейтронов деления меньше или равна $\alpha^3 E_0$. Из этого следует, что для водорода теория замедления может быть полезной только для тепловых систем, для которых она дает, по существу, правильные практические результаты.

Для нахождения связи с нейтронным потоком необходимо рассмотреть рассеяния, приводящие к конечным энергиям в интервале dE около E . В непоглощающей среде все нейтроны с начальной энергией $E' > E$, рассеянные в интервал dE , должны также выводиться последующими столкновениями из интервала dE в нижележащие энергетические интервалы. В этом случае плотность рассеивающих столкновений в единичном интервале энергий такая же, как и в формуле (4.82), но вероятность рассеяния равна $dE/E'(1 - \alpha)$. Таким образом,

$$\Phi(E) \sum_s(E) dE = \int_E^{E/\alpha} \left[\Phi(E') \sum_s(E') dE' \right] \frac{dE}{E'(1 - \alpha)}$$

Не проводя решения этого интегрального уравнения относительно $\Phi \Sigma_s$, укажем, что оно имеет вид $\Phi(E) \Sigma_s(E) = C/E$, в чем легко убедиться прямой подстановкой. Коэффициент пропорциональности C может быть найден, если это выражение для плотности рассеивающих столкновений подставить в соотношение (4.82), что дает $C = q/\xi$, и поэтому

$$\Phi(E) = \frac{q(E)}{\xi \sum_s(E) E} \quad (4.83)$$

Для реактора конечных размеров средняя энергия нейтронов E или распределение нейтронов по энергиям будут различны для разных частей реактора. Поскольку теперь рассматривается влияние процесса термализации и энергии нейтронов на критичность, то надо найти способ учета пространственной зависимости энергии нейтронов, чтобы написать выражение для мощности источника нейтронов в основном уравнении баланса нейтронов. Поскольку поток и плотность замедления связаны соотношением (4.83), можно исключить из рассмотрения поток и оперировать только лишь

плотностью замедления. Это желательно только потому, что процесс замедления должен заканчиваться при $E = E_{th}$, а мощность источника нейтронов тепловой энергии должна быть равна $q(E_{th})$. Это выражение может быть использовано для решения возникающих дифференциальных уравнений. Рассмотрим случай, когда поглощение быстрых нейтронов незначительно по сравнению с их утечкой. Поскольку величина $q(E)$, по определению, дает значение плотности замедления при отсутствии поглощения, можно написать уравнение диффузии для быстрых нейтронов при отсутствии поглощения. Здесь, как и раньше, составим уравнение баланса нейтронов в единичном объеме в реакторе, приравняв друг другу мощность источника нейтронов с энергией E и утечку из единичного объема. Заметим, что плотность замедления $q(E)$ не является мощностью источника нейтронов с энергией E (для всех значений $E > E_{th}$), так как многие из замедляющихся до энергии E нейтронов не выходят с этой энергией из рассматриваемого единичного объема, а претерпевают дальнейшее замедление в нем до энергий ниже $E - dE$. В общем виде мощность источника равна

$$- \frac{\partial q(E, \mathbf{r})}{\partial E} dE,$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор рассматриваемой точки. Используя это выражение, получим для единичного интервала энергий dE следующее уравнение диффузии с энергетической зависимостью:

$$\frac{\partial q(E, \mathbf{r})}{\partial E} dE = D(E) \nabla^2 \Phi(E, \mathbf{r}) dE. \quad (4.84)$$

Если теперь воспользоваться соотношением (4.83) и подставить в уравнение (4.84) выражение для потока $\Phi(E, \mathbf{r})$, то получим дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, описывающее пространственно-энергетическую зависимость величины $q(E, \mathbf{r})$:

$$\frac{\partial q(E, \mathbf{r})}{\partial E} = \frac{D(E)}{\xi \sum_s(E) E} \nabla^2 q(E, \mathbf{r}). \quad (4.85)$$

Это уравнение дальше упрощается, если ввести переменную $\tau(E)$, называемую возрастом Ферми и определяемую соотношениями

$$\tau(E) = \int_E^{E_0} \frac{D(E)}{\xi \sum_s(E) E} \cdot \frac{dE}{E}$$

или

$$d\tau(E) = \frac{D(E)}{\xi \sum_s(E) E} \cdot \frac{dE}{E}. \quad (4.86)$$

С введением этой переменной уравнение диффузии (4.85) превращается в уравнение возраста Ферми

$$\nabla^2 q(E, \mathbf{r}) = \frac{\partial q(E, \mathbf{r})}{\partial \tau}. \quad (4.87)$$

Переменная $\tau(E)$ называется возрастом лишь потому, что она математически играет такую же роль, как временная переменная в уравнении теплопроводности $\alpha \nabla^2 T = \partial T / \partial t$. На самом деле $\tau(E)$ имеет размерность квадрата длины, и действительно, можно показать, что физический смысл величины τ близок к смыслу квадрата диффузионной длины L . Величина $\tau(E)$ точно равна одной шестой среднего квадрата расстояния по прямой, на которое смещается нейтрон в реакторе в процессе замедления от точки его рождения с энергией E_0 до точки, в которой его энергия становится равной данному значению E . Если мы в качестве E выберем тепловую энергию, то $\tau(E)$ будет равно τ_{th} , т. е. возрасту тепловых нейтронов для данного материального состава реактора. Это чрезвычайно важный параметр, так как он является мерой физического расстояния, проходимого нейтроном в процессе замедления до тепловой энергии. Корень квадратный из величины τ_{th} часто называют длиной замедления.

Основной предпосылкой к использованию функции плотности замедления является предположение о том, что процесс столкновений нейтронов может быть охарактеризован непрерывным изменением энергии, а не рядом дискретных изменений, как это происходит на самом деле. Поэтому теория возраста теоретически несостоятельна для реакторов с использованием таких замедлителей, как водород или дейтерий, которые имеют настолько малый атомный вес, что нейтрон может быть термализован за одно или несколько столкновений. Однако, как было упомянуто, эта теория может быть с успехом применена и в том случае, если в расчетах использовать экспериментальные значения τ_{th} .

В общем случае вычисление возраста тепловых нейтронов по формуле (4.86), определяющей эту величину как интеграл, не является простым делом, так как входящие сюда поперечные сечения могут иметь сильную энергетическую зависимость. Но даже и в этих случаях можно получать приближенные значения для возраста тепловых нейтронов для многих материальных составов, если предположить, что входящие под интеграл поперечные сечения могут быть заменены их средними значениями в области от тепловой энергии до энергии деления. В таком предположении все множители в подынтегральном выражении (4.86), кроме величины, явно зависящей от энергии (dE/E), выносятся за знак интеграла. Интегрирование последнего выражения от E_{th} до E_0 дает величину $\ln(E_0/E_{th})$, которая [как было показано при выводе фор-

мулы (4.76)] примерно равна 18,2 при средней энергии нейтронов деления $E_0 = 2 \text{ Мэв}$ и при тепловой энергии $E_{th} = 0,025 \text{ эв}$. Используя это численное значение и подставляя приближенное выражение для ξ (4.75), можно записать следующее выражение для возраста тепловых нейтронов:

$$\tau_{th} \approx \frac{6}{\xi \sum_{sf} \sum_{trf}} = \frac{3A + 4}{\sum_{sf}^2}. \quad (4.86, a)$$

Здесь использована формула (4.72):

$$\sum_{trf} = \sum_{sf} (1 - 2/3 A).$$

Индексом f в этих формулах снабжены соответствующие средние поперечные сечения в области энергии быстрых нейтронов. При проведении расчетов реакторов эту формулу следует применять только в крайних случаях. Наибольшее предпочтение надо давать значениям τ_{th} , полученным экспериментально. Однако формула (4.86, a) часто оказывается полезной для получения первого приближения в тех случаях, когда нет таких экспериментальных данных. При известных же экспериментальных значениях τ_{th} формула (4.86, a) может быть использована для вычисления эффективных средних значений поперечных сечений рассеяния (или транспортных сечений) быстрых нейтронов. Следует также заметить, что эта же методика приближенного вычисления может быть с большей точностью применена для вычисления возраста для малых интервалов энергии, рассматриваемых в многогрупповых расчетах реакторов (см. ниже), при условии что соответствующие средние значения поперечных сечений выбраны в пределах данного энергетического интервала.

Однако главное значение формулы (4.86, a) заключается в том, что она позволяет получить явную функциональную зависимость τ_{th} от свойств материалов. Зная экспериментальное значение τ_{th} при определенной плотности, можно через него выразить возраст тепловых нейтронов для любого другого значения плотности. Более сложная ситуация возникает при рассмотрении смеси нескольких различных замедлителей, каждый из которых участвует в замедлении нейтронов. Значение τ_{th} для такой смеси можно получить, воспользовавшись формулой (4.86, a), показывающей, что соответствующим эталонным параметром является $1/\xi \sum_{sf} \sum_{trf}$, где величина ξ теперь определена как средний логарифмический декремент энергии для смеси замедлителей, а используемые поперечные сечения представляют собой полные поперечные сечения для смеси. Величина ξ может быть найдена «взвешиванием» ξ по

всем материалам смеси N веществ с весом, равным относительной рассеивающей способности каждого вещества:

$$\bar{\xi} = \sum_{i=1}^N \xi_i \frac{\sum_{sf}^i}{\sum_{sf}^{tot}}.$$

Величина τ_{th} тогда должна быть пропорциональна

$$\frac{1}{\sum_{trf} \sum_{i=1}^N \xi_i \sum_{sf}^i}.$$

Эта же проблема возникает при вычислении вероятности избежания резонансного захвата в смеси веществ. Обращаясь к формулам (4.78) и (4.79), видим, что для смеси N материалов знаменатель в показателе экспоненты должен быть равен $\sum_{i=1}^N \xi_i \sum_{sf}^i$.

Таблица 4.9

Возраст тепловых нейтронов и их диффузионная длина (в квадрате) для некоторых применяемых замедлителей

Материал	$\rho \text{ г/см}^3$	$\tau_{th} \text{ см}^2$	$L_{th}^2 \text{ см}^2$
H ₂ O	1,00	31,4	8,4
D ₂ O (0,25% H ₂ O)	1,10	120	10 000
Be	1,85	97	441
C	1,65	344	2 550
BeO	2,70	130	900

В табл. 4.9 приведены значения τ_{th} для некоторых замедлителей, представляющих интерес при проектировании реакторов для летательных аппаратов. Заметим, что здесь приведены и значения τ_{th} для обыкновенной и тяжелой воды, хотя для этих замедлителей данная теория, строго говоря, непригодна. Приведенные здесь величины являются эмпирически определенными значениями возраста, которые подобраны таким образом, что они соответствуют экспериментальным данным, полученным для реакторов простой геометрической формы с водяным замедлителем. В табл. 4.9 также приведены значения квадрата диффузионной длины для тепловых нейтронов для данных замедлителей L_{th}^2 .

4.3. КРИТИЧНОСТЬ РЕАКТОРА И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НЕЙТРОННОГО ПОТОКА

4.3.1. Рассмотрение однослойных реакторов без отражателя по теории возраста Ферми. Перейдем к формулировке уравнения критичности с учетом потерь нейтронов за счет

поглощения и утечки в процессе замедления от энергии деления до тепловой энергии. При этом рассмотрении не учитываются нейтроны, полученные при делении на быстрых нейтронах. Тогда уравнение диффузии для тепловых нейтронов в реакторе получит вид

$$D\nabla^2\Phi_{th} - \Phi_{th} \sum_{a_{th}} + q^*(E_{th}) = \frac{\partial n_{th}}{\partial t}. \quad (4.88)$$

Первый член представляет собой утечку тепловых нейтронов из единичного объема, второй член дает плотность поглощений, третий член выражает мощность источника тепловых нейтронов, обязанного замедлению быстрых нейтронов. Индекс th означает, что соответствующая величина берется для тепловых нейтронов. В реакторе, работающем в стационарном режиме, плотность тепловых нейтронов постоянна во времени, так что величина $\partial n_{th}/\partial t$ должна быть равна нулю. Используя формулу (4.77), можно уравнение (4.88) переписать в следующем виде:

$$D\nabla^2\Phi_{th} - \Phi_{th} \sum_{a_{th}} + pq(E_{th}) = 0. \quad (4.89)$$

Для нахождения $q(E_{th})$ надо решить уравнение возраста Ферми (4.87). Для этого предположим, что здесь применимо разделение переменных, и представим $q(E)$ как произведение двух функций, одна из которых зависит только от пространственных переменных, а вторая — только от переменной возраста:

$$q(E) = R(\mathbf{r}) P(\tau), \quad (4.90)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор, характеризующий пространственные координаты для данной задачи. Значение введенной здесь функции $P(\tau)$ при $\tau = \tau_{th}$ равно коэффициенту P_f , приведенному в формуле (4.10), и называется вероятностью избежания утечки быстрых нейтронов. При подстановке выражения (4.90) в уравнение возраста (4.87), оно разделяется на члены, зависящие от разных переменных, и каждый из этих членов, как и прежде, можно приравнять константе:

$$\frac{\nabla^2 R(\mathbf{r})}{R(\mathbf{r})} = \frac{1}{P(\tau)} \cdot \frac{dP(\tau)}{d\tau} = -B^2. \quad (4.91)$$

Получающиеся в результате этого два обыкновенных дифференциальных уравнения имеют следующие решения:

$$P(\tau) = C_1 e^{-B^2 \tau}. \quad (4.92)$$

В случае плоской формы

$$R(\mathbf{r}) = C_2 \sin Br + C_3 \cos Br, \quad (4.93)$$

а для сферической и цилиндрической форм соответствующие выражения пространственной функции представляются фор-

мулами (4.43) и (4.50) в виде $(\sin Br)/r$, $(\cos Br)/r$ и $J_0(Br)$, $Y_0(Br)$ соответственно. Примем в качестве типичного случая плоскую форму. Если потребовать, чтобы плотность замедления была симметрична относительно оси симметрии реактора (как это делалось раньше для потока), так что $\nabla R(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} = 0$, то C_2 должно быть равно нулю. Поэтому выражение для плотности замедления принимает вид

$$q(E) = C_1 C_3 (\cos Br) e^{-B^2 \tau(E)}. \quad (4.94)$$

Чтобы найти условия, при которых удовлетворяется уравнение диффузии (4.89), надо установить связь между потоком тепловых нейтронов, для которого применимо уравнение (4.85), и $q(E)$. Такую связь легко найти, учитывая, что число нейтронов, действительно достигающих тепловой энергии, равно произведению вероятности избежать резонансного захвата $p(E)$, вычисленной по формуле (4.78) при тепловой энергии, и плотности замедления непосредственно за энергией рождения нейтронов деления $q(E_0)$. Эта величина, в свою очередь, равна произведению коэффициента размножения бесконечной системы k_∞ , определяемого здесь как число тепловых нейтронов, возникающих при поглощении одного теплового нейтрона, и плотности поглощений тепловых нейтронов

$$pq(E_0) = k_\infty \Phi_{th}(\mathbf{r}) \sum_{a_{th}} \quad (4.95)$$

при отсутствии утечки тепловых нейтронов. Быстрые нейтроны с энергией $E = E_0$ еще не испытывали замедления, и поэтому их возраст равен нулю. Используя это значение, вычислим величину $q(E_0)$ по формуле (4.94) и подставим ее в соотношение (4.95), после чего получим

$$\Phi_{th}(\mathbf{r}) = \frac{P}{k_\infty \sum_{a_{th}}} C_1 C_3 \cos Br. \quad (4.96)$$

Если в уравнении диффузии (4.89) подставить это выражение для Φ_{th} и величину $q(E_{th})$, вычисленную по формуле (4.94) при $E = E_{th}$, то из уравнения (4.89) получим условие критичности

$$\frac{k_\infty e^{-B^2 \tau_{th}}}{1 + L_{th}^2 B_m^2} = 1, \quad (4.97)$$

где константа B^2 , возникшая при разделении переменных, теперь выражает значение материального параметра, при котором осуществляется критичность реактора с величинами τ_{th} , k_∞ и L_{th} , определенными данным выбором материального состава.

Здесь k_{∞} не равно $(\nu \Sigma_f / \Sigma_a)_{th}$, как в ранее рассмотренной односкоростной теории. Эта величина теперь должна включать в себя как образование тепловых нейтронов в результате замедления нейтронов, возникающих при делении на нейтронах с энергиями, лежащими в области энергии замедления, так и потери быстрых нейтронов за счет их захвата без деления. Как было отмечено выше, величина $e^{-B_m^2 \tau_{th}}$ представляет собой вероятность избежания утечки быстрых нейтронов P_f , введенных формулой (4.10). Подобно этому вероятность избежания утечки тепловых нейтронов равна $P_{th} = 1/(1 + L_{th}^2 B_m^2)$. Принимая это во внимание, можно записать формулу (4.97) в виде $k_{\infty} P_{th} P_f = 1$. Сравнение этого соотношения с двухгрупповым условием критичности (4.10) показывает, что величина k_{∞} в формуле (4.97) должна быть равна

$$k_{\infty} = p \nu_{th} + \frac{\epsilon_f}{P_f P_{th}}. \quad (4.98)$$

Вероятность деления при одном поглощении теплового нейтрона равна $s = (\Sigma_f / \Sigma_a)_{th}$. Тогда первый член в правой части равенства (4.98) равен $p k_{\infty th}$, ибо $k_{\infty th} = (\nu \Sigma_f / \Sigma_a)_{th}$ представляет собой величину k_{∞} , используемую в односкоростной теории. Для преобразования второго члена следует выразить долю замедляющихся нейтронов, вызывающих деления, ϵ_f через вероятности утечки и поглощения. Доля быстрых нейтронов, испытывающих захват, равна P_f . Из этого числа поглощающиеся нейтроны составляют часть, равную $(1 - p)$, а из последних доля, равная $(\Sigma_f / \Sigma_a)_f$, вызывает деления. Сопоставляя эти эффекты, находим долю быстрых нейтронов, вызывающих деления:

$$\epsilon_f = (1 - p) P_f \left(\frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} \right)_f, \quad (4.99)$$

где $(\Sigma_f / \Sigma_a)_f$ — среднее значение отношения макроскопического поперечного сечения деления к полному поперечному сечению поглощения в области энергий от тепловой до E_0 для данного материального состава реактора. Это же отношение может быть написано как $k_{\infty f} / \nu_f$, где $k_{\infty f}$ определено в том же смысле, что и $k_{\infty th}$. Используя это определение и комбинируя соотношения (4.98) и (4.99), получим оконча-

тельное (преобразованное) выражение k_{∞} для рассматриваемого реактора:

$$\begin{aligned} k_{\infty} &= p k_{\infty th} + (1 - p) \frac{k_{\infty f}}{P_{th}} = \\ &= p k_{\infty th} + (1 - p) (1 + L_{th}^2 B_m^2) k_{\infty f}. \end{aligned} \quad (4.100)$$

Это же выражение можно получить, если следующим образом определить k_{∞} :

$$\begin{aligned} k_{\infty} &= \frac{\text{произведенные тепловые нейтроны}}{\text{поглощенные тепловые нейтроны}} = \frac{\text{быстрые нейтроны, полученные при делении на тепловых нейтронах}}{\text{поглощенные тепловые нейтроны}} \times \\ &\times \frac{\text{замедленные до тепловой энергии нейтроны}}{\text{быстрые нейтроны}} = \frac{\text{полное число быстрых нейтронов, полученных при любых делениях}}{\text{число быстрых нейтронов, полученных при делении на тепловых нейтронах}} \end{aligned}$$

Исследование показывает, что первые два члена равны $k_{\infty th}$ и P соответственно. Третий член представляет собой отношение полного числа делений всех типов к числу делений только на тепловых нейтронах. Эта величина называется коэффициентом деления на быстрых нейтронах ϵ . Как видно из формулы (4.10), он связан с долей делений на быстрых нейтронах ϵ_f :

$$\epsilon = 1 + \frac{\epsilon_f}{sp P_{th} P_{th}}. \quad (4.101)$$

Используя приведенные выше тождества, преобразуем выражение для ϵ к следующему виду:

$$\epsilon = 1 + \frac{1 - p}{p} \cdot \frac{k_{\infty f}}{k_{\infty th}} \frac{1}{P_{th}}, \quad (4.102)$$

который при применении к только что данному определению k_{∞} дает выражение, совпадающее с формулой (4.100). Последний член в формуле (4.102) равен отношению числа делений на быстрых нейтронах к числу делений на тепловых нейтронах. Настоящая теория применима приближенно только в том случае, если это отношение меньше величины, находящейся в пределах от $1/4$ до $1/3$.

Используя формулу (4.100) для k_{∞} , получим следующее уравнение критичности по теории возраста Ферми с учетом

поглощения и утечки как быстрых, так и тепловых нейтронов:

$$\frac{e^{-B_m^2 \tau_{th}}}{1 + L_{th}^2 B_m^2} p k_{\infty th} + e^{-B_m^2 \tau_{th}} (1 - p) k_{\infty f} = 1. \quad (4.97, a)$$

Здесь первый член дает вклад делений на тепловых нейтронах в критичность, а второй член обязан делениям на быстрых и надтепловых нейтронах. Заметим, что вклад от быстрых нейтронов ограничен величиной вероятности избежания утечки в процессе замедления до тепловой энергии.

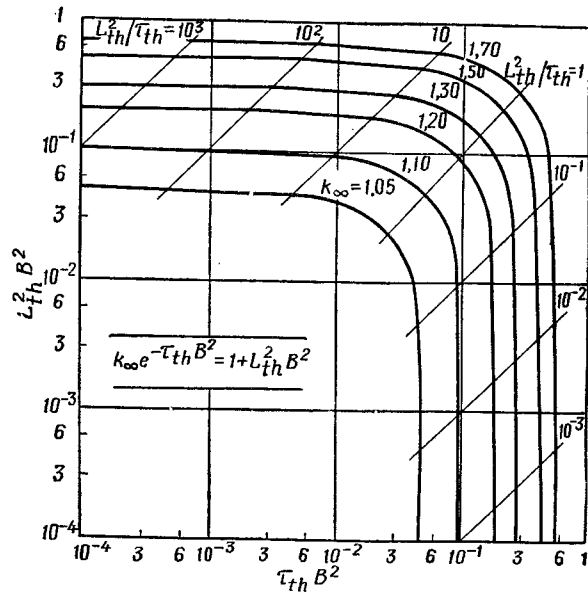


Рис. 4.8. Условия критичности по теории возраста Ферми

В более точном приближении вероятность избежания утечки вычислялась бы с учетом средней энергии деления для группы быстрых нейтронов; соответствующее значению возраста τ_f было бы меньше τ_{th} , а величина $\exp(-B_m^2 \tau_f)$, таким образом, была бы больше, чем $\exp(-B_m^2 \tau_{th})$. В этом смысле соотношение (4.97, a) дает более скромные приближенные результаты по возможности осуществления критичности.

Для удобства оценки критичности по теории возраста соотношение (4.97) представлено графически на рис. 4.8, где показана зависимость между $L_{th}^2 B_m^2$ и $\tau_{th} B_m^2$, при которой обеспечивается критичность для данного значения k_{∞} . Здесь

также приведены кривые для заданного значения отношения L_{th}^2 / τ_{th} . Если для определенного реактора дан материальный состав, то величины L_{th}^2 , k_{∞} и τ_{th} можно вычислить. Тогда критическое значение материального параметра находится по точке пересечения кривых, относящихся к заданным постоянным значениям L_{th}^2 / τ_{th} и k_{∞} , абсцисса которой дает соответствующее значение $\tau_{th} B_m^2$. Используя выражения для геометрического параметра, приведенные в табл. 4.5, можно определить критические размеры реактора любой желаемой геометрической формы.

Для больших реакторов вероятности избежать утечки как для тепловых, так и для быстрых нейтронов будут близки к единице. В таких случаях уравнение критичности (4.97) можно упростить, комбинируя представления в виде экспоненциальной и линейной функций для P_f и P_{th} соответственно, что приводит к уравнениям, разрешимым относительно материального параметра B_m^2 . Если диффузионная длина тепловых нейтронов больше длины замедления (т. е. $L_{th}^2 > \tau_{th}$), то соответствующее упрощение достигается разложением $\exp(-B_m^2 \tau_{th})$ в ряд с последующим сочетанием его с величиной $1 + L_{th}^2 B_m^2$. Если в разложении оставить только члены порядка B_m^2 , то получающееся уравнение может быть прямо разрешено относительно материального параметра. А если возраст тепловых нейтронов больше квадрата диффузионной длины ($\tau_{th} > L_{th}^2$), то соответствующее упрощение достигается заменой величины $1 + L_{th}^2 B_m^2$ экспонентой, после чего приведение двух экспонент к одной дает уравнение, решение которого относительно B_m^2 получается в виде логарифма.

Если ввести параметр $M^2 = \tau_{th} + L_{th}^2$, называемый площадью миграции, то эти два приближения принимают следующий вид:

$$B_m^2 = \frac{k_{\infty} - 1}{M^2} \text{ при } \tau_{th} > L_{th}^2; \quad (4.103)$$

$$B_m^2 = \frac{1}{M^2} \ln k_{\infty} \text{ при } \tau_{th} < L_{th}^2.$$

Физический смысл величины M^2 состоит в том, что она равна одной шестой квадрата расстояния по прямой, на которое смещается нейтрон от точки его появления при энергии деления до точки его исчезновения в результате захвата в материале реактора. Заметим, что условие критичности при $\tau_{th} > L_{th}^2$ подобно тому, которое ранее было выведено для однокоростных реакторов, но здесь вместо L_{th}^2 , как это было в однокоростной теории, стоит M^2 . Использование M^2 вместо

L_{th}^2 в односкоростном уравнении критичности всегда будет давать более точные результаты при расчетах реакторов на критичность.

Вернемся к формулам для плотности замедления и потока [(4.94) и (4.96)]. Исключив из этих двух соотношений произвольную постоянную $C_1 C_3$, можно установить, что плотность замедления и поток связаны между собой:

$$q(E_{th}) = \frac{k_{\infty}}{p} \sum_{a_{th}} \Phi_{th}(\mathbf{r}) e^{-B^2 \tau_{th}}. \quad (4.104)$$

Для реакторов, в которых поглощение быстрых нейтронов мало, так что $p \approx 1$, с помощью формулы (4.102) это выражение приводится к следующему виду:

$$q(E_{th}) = v \sum_{f_{th}} \Phi_{th}(\mathbf{r}) e^{-B^2 \tau_{th}}, \quad (4.104, a)$$

т. е. выражает мощность источника от деления на тепловых нейтронах, уменьшенную на величину утечки возникающих быстрых нейтронов.

При $r=0$ поток должен иметь значение, определенное для центра симметрии, скажем, Φ_{th0} . Таким образом, постоянная $C_1 C_3$ должна быть равна $\Phi_{th0} k_{\infty} \sum a_{th} / P$ и формула для потока принимает вид

$$\Phi_{th}(\mathbf{r}) = \Phi_{th0} \cos Br. \quad (4.105)$$

Далее, применение критерия на экстраполированной границе требует, чтобы при $\mathbf{r} = R + \delta$ выполнялось равенство $\Phi_{th}(\mathbf{r}) = 0$, где δ вычислено для нейтронов с тепловой энергией. Применяя это общее граничное условие к рассматриваемым случаям трех основных форм реакторов, находим, как и при односкоростном рассмотрении:

$$B_g^2 = \left[\frac{\pi}{2(a + \delta)} \right]^2 \text{ (плоский реактор);}$$

$$B_g^2 = \left(\frac{\pi}{R + \delta} \right)^2 \text{ (сферический реактор);} \quad (4.106)$$

$$B_g^2 = \left(\frac{2,405}{R + \delta} \right)^2 \text{ (цилиндрический реактор).}$$

При определении критичности по уравнению (4.97) сначала надо вычислить для заданного материального состава величины τ_{th} , k_{∞} и L_{th} по формулам (4.86), (4.100) и (4.38), затем решить получающееся трансцендентное уравнение относительно материального параметра B_m^2 , приравнять его к геометрическому параметру B_g^2 , определяемому формулами (4.106), и вычислить критические размеры. Этот порядок мо-

жет быть обращен, если задаться известными или желаемыми критическими размерами для определения допустимой области изменения материального состава, в которой удовлетворяется уравнение (4.97). В случае когда реактор очень большой или с большой долей тепловых нейтронов, можно использовать соотношения (4.103) для прямого нахождения приближенного значения B_m^2 при данном материальном составе.

Для проектирования систем регулирования надо знать условия, при которых реактор может работать в надкритическом режиме с возрастающей во времени мощностью или в подкритическом с убывающей во времени мощностью. Для реактора, который создан для работы в под- или надкритическом режиме или с меняющимся в каком-то диапазоне коэффициентом размножения или вследствие возможности изменения его размеров (при наличии подвижных частей самого реактора), желательно знать величину эффективного коэффициента размножения для любого заданного состояния реактора. Определим эту величину, исходя из уравнения критичности (4.97); таким образом,

$$k_{эфф} = \frac{k_{\infty} e^{-B_g^2 \tau_{th}}}{1 + L_{th}^2 B_g^2}, \quad (4.107)$$

где B_g^2 — геометрический параметр, определяемый согласно формулам (4.106), а $k_{эфф}$ имеет тот же смысл, который был придан ему в формулах с (4.10) по (4.12). Сравнивая уравнение критичности (4.97) с формулой (4.107), можно заметить, что $k_{эфф}$ больше единицы, если B_g^2 меньше B_m^2 , и наоборот. Этот результат можно было предвидеть, поскольку, если B_g^2 меньше B_m^2 , физические размеры реактора больше необходимых для критичности, утечка нейтронов будет соответственно меньше и большая доля нейтронов будет оставаться в реакторе и вызывать деления. Если B_g^2 больше B_m^2 , то реактор слишком мал, утечка нейтронов слишком велика и реактор подкритичен.

4.3.2. Односкоростная теория двухзонных реакторов. Влияние отражателей. Создание для летательных аппаратов реакторов с малой массой и в то же время осуществление процесса деления преимущественно на тепловых нейтронах, чтобы использовалось минимальное количество делящегося горючего, вряд ли можно одновременно достичь в однозонных реакторах. В них термализация нейтронов требует, чтобы в поперечнике реактора укладывалось много длин замедления ($\sqrt{\tau_{th}}$). Это приводит к большим и тяжелым реакторам, ибо малые размеры дают большую величину геометрического параметра (B_g^2), что, в свою очередь, при заданном

материальном составе порождает большую вероятность утечки для быстрых нейтронов: $1 - \exp(-B_g^2 \tau_{th})$. Малые размеры требуют увеличения плотности делящегося вещества, поскольку в единице объема находится относительно меньшее количество тепловых нейтронов и меньше происходит делений на тепловых нейтронах; в итоге реактор работает больше на быстрых нейтронах, чем на тепловых. Одним из наиболее удовлетворительных решений этой дилеммы является создание реактора из нескольких чередующихся областей с различными материальными составами для получения эффективной

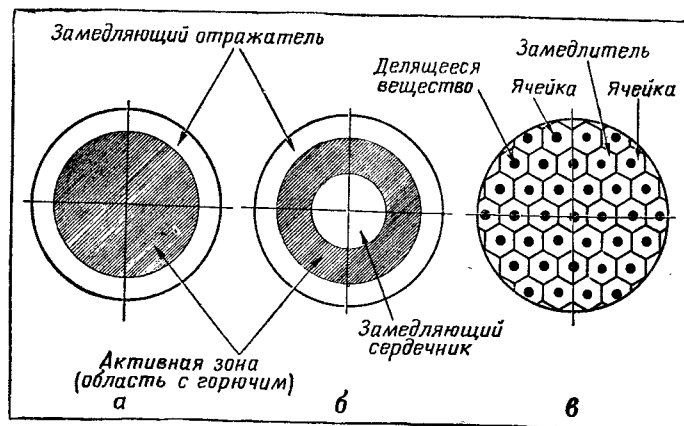


Рис. 4.9. Простые геометрии реакторов:
а — двухзонная, б — трехзонная, в — гетерогенная решетка

термализации нейтронов (в малом объеме) в областях с превосходными замедляющими материалами и для использования полученных таким образом тепловых нейтронов для осуществления делений в областях, содержащих смеси с делящимся веществом, которые сами по себе не были бы критичными. Такой простейшей системой является двухзонный реактор, состоящий из малой области с делящимся веществом — активной зоны реактора, окруженной слоем замедляющего материала, называемого отражателем. Следующим по сложности является трехзонный реактор с расположенным в середине отдельным слоем замедлителя, окруженным областью активной зоны с делящимся веществом, в свою очередь находящейся внутри внешнего отражателя. При таком чередовании в пределе приходим к гетерогенной решетке, в которой области с делящимся веществом расположены в определенном порядке на равных расстояниях друг от друга в виде правильной решетки в матрице из замедляющих веществ. Эти три случая схематически представлены на рис. 4.9.

Использование многих областей с различными материальными составами и характеристическими размерами (толщинами или диаметрами), по порядку величины равными средним длинам свободного пробега различных возможных взаимодействий нейтронов, требует, чтобы нейтронные потоки можно было вычислить отдельно в каждой области. В односкоростном приближении для этого надо сформулировать уравнения диффузии применительно к каждой области и проинтегрировать «сшивку» полученных решений. То есть определить для каждой области две произвольные постоянные, которые имеются в общих решениях, исходя из равенства на обеих сторонах границы потока нейтронов и произведения средней транспортной длины свободного пробега на градиент потока, пропорционального результирующему потоку нейтронов [формула (4.22)]. Если имеется R зон, то количество граничных поверхностей будет равно только $(R - 1)$, так что в нашем распоряжении будет всего $2(R - 1)$ этих условий непрерывности для вычисления $2R$ произвольных постоянных. Оставшиеся две постоянные должны быть найдены с помощью условий конечности и симметрии нейтронного потока (в предположении, что реактор обладает геометрической симметрией).

Однако если отказаться от односкоростного приближения, чтобы явно включить в рассмотрение замедление и утечку быстрых нейтронов по теории возраста Ферми, то положение немного усложнится. Теперь будут необходимы два дифференциальных уравнения второго порядка для каждой зоны: одно — для потока тепловых нейтронов и второе — для плотности замедления. В этих условиях, если размеры зоны сравнимы с $\sqrt{V \tau_{th}}$, очень трудно правильно сформулировать граничные условия, необходимые для определения произвольных постоянных, которые появляются в решениях уравнений замедления. Вообще описанная выше диффузионно-возрастная теория непосредственно применима только к реакторам без отражателя. Однако для двухзонных реакторов разумная оценка размеров реактора может быть получена, если найти изменение критических размеров активной зоны из-за применения отражателя, определить по диффузионно-возрастной теории Ферми критические размеры реактора без отражателя с таким же материальным составом, какой имеется в активной зоне рассматриваемой двухзонной системы, и, наконец, поправить последние размеры, используя результаты односкоростного расчета для учета влияния отражателя. В связи с этим представляет интерес изучение влияния отражателя на критичность реакторов в односкоростном приближении. Рассмотрим поведение нейтронного потока в каждой зоне отдельно, написав одно уравнение баланса нейтронов для ак-

тивной зоны и одно — для отражателя. Для стационарного режима работы из уравнений (4.21) и (4.29) соответствующие уравнения получаются в следующем виде:

$$D_c \nabla^2 \Phi_c + (v \sum_f - \sum_{a_c}) \Phi_c = 0 \text{ (для активной зоны); (4.108, а)}$$

и

$$D_r \nabla^2 \Phi_r - \sum_{a_r} \Phi_r = 0 \text{ (для отражателя). (4.108, б)}$$

Здесь индексы c и r относятся к активной зоне и к отражателю соответственно. Заметим, что в уравнении для отражателя отсутствует член источника $v \sum_f \Phi_r$, так как предполагается, что отражатель не содержит делящегося вещества, а служит только как замедлитель нейтронов, окружающий активную зону. Преобразуя коэффициенты, перепишем эти уравнения в следующем виде:

$$\nabla^2 \Phi_c + B_c^2 \Phi_c = 0 \text{ (для активной зоны); (4.109, а)}$$

и

$$\nabla^2 \Phi_r - k_r^2 \Phi_r = 0 \text{ (для отражателя). (4.109, б)}$$

Здесь B_c^2 — материальный параметр, соответствующий материальному составу активной зоны; $k_r^2 = \sum_{a_r} / D_r$, что в точности равно обратной величине квадрата диффузионной длины L_r в отражателе [см. определение L согласно формуле (4.38)]. Для получения полных явных решений этих двух уравнений надо выбрать определенную форму реактора. Как и при односкоростном исследовании реактора без отражателя (рис. 4.10), сначала рассмотрим реактор в форме бесконечной пластины с толщиной активной зоны $2a_c$ и с истинной толщиной отражателя t_r . Если применить условие симметрии потока, то единственным допустимым решением уравнения (4.108, а) для потока в активной зоне станет следующее:

$$\Phi_c(x) = C_1 \cos B_c x. \quad (4.110)$$

Теперь Φ_c не обращается в нуль при $x = \pm(a + \delta)$, но граничные условия для потока в активной зоне дают условия непрерывности:

$$\Phi_c(x) = \Phi_r(x) \text{ при } x = \pm a_c; \quad (4.111, а)$$

$$D_c \nabla \Phi_c(x) = D_r \nabla \Phi_r(x) \text{ при } x = \pm a_c. \quad (4.111, б)$$

Однако поток в отражателе должен обращаться в нуль на экстраполированной границе всего реактора, так что

$$\Phi_r(x) = 0 \text{ при } x = \pm(a_c + t_r + \delta_r), \quad (4.111, в)$$

где $\delta_r = 0,71 \lambda_{tr}$ — длина экстраполяции, вычисленная для материального состава отражателя. Общее решение уравнения для отражателя (4.108, б) представляет собой сумму двух экспонент с положительным и отрицательным показателями

вида $\exp(\pm k_r x)$, но, как правило, обычно оно записывается в виде линейной комбинации гиперболического синуса и косинуса:

$$\Phi_r(x) = C_2 \operatorname{ch} k_r x + C_3 \operatorname{sh} k_r x. \quad (4.112)$$

Применение граничного условия (4.111, в) к потоку в отражателе, выраженному по формуле (4.112), после некоторых алгебраических преобразований приводит к исключению одного коэффициента:

$$\Phi_r(x) = C_4 \operatorname{sh} [k_r(a_c + t_r + \delta_r - x)]. \quad (4.113)$$

Условия непрерывности нейтронного потока и тока [уравнение (4.111)] на поверхности между активной зоной и отражателем дают два добавочных уравнения, необходимых для нахождения коэффициентов C_1 и C_4 . Можно показать, что их использование приводит к трансцендентному уравнению для материального параметра активной зоны при заданных размерах реактора и свойствах отражателя. Это уравнение имеет вид

$$D_c B_c \operatorname{tg}(B_c a_c) = D_r k_r \operatorname{cth}[k_r(t_r + \delta_r)]. \quad (4.114)$$

Правая часть этого уравнения критичности определяется только лишь размерами и материальным составом отражателя, поэтому при заданном отражателе можно найти численную связь между размером a_c и материальным параметром активной зоны и определить необходимый для критичности материальный состав активной зоны, используя формулу (4.30), дающую определение B_c^2 в односкоростном приближении. Для уточненной оценки, приближенно учитывающей утечку нейтронов в надтепловой области или в области энергий замедления, надо использовать выражения (4.103) для материального параметра, полученные по теории возраста Ферми, а не только что указанное выражение, полученное по односкоростной теории. В качестве параметра, дающего меру уменьшения допустимых размеров активной зоны при введении отражателя, используем величину S , называемую эффективной добавкой отражателя:

$$S = a_{c_{bare}} - a_{c_{refl}} \quad (4.115)$$

Здесь полутолщина a_c равна истинным физическим размерам пластины активной зоны и не включает в себя никаких длин экстраполяции¹. Полутолщина реактора без отражателя

¹ Это определение отличается от обычно используемого, когда в величину $a_{c_{bare}}$ включают кроме полутолщины самой активной зоны еще и длину экстраполяции $0,71 \lambda_{tr}$, а в величину $a_{c_{refl}}$ включают только истинный размер активной зоны, но не включают длину экстраполяции. Это частичное включение длины экстраполяции часто приводит к недоразумению, и настоящее определение и рассмотрение, при котором используются только истинные физические размеры, предпочтительнее ввиду своей простоты. — *Прим. автора.*

связана с величиной материального параметра активной зоны условием критичности реактора без отражателя (4.39), так что можно заменить $a_{c_{bare}}$ в формуле (4.115) выражением

$$a_{c_{bare}} = \frac{\pi}{2B_c} - \delta_c \quad (4.116)$$

Комбинируя соотношения (4.115) и (4.116), находим

$$a_{c_{refl}} = \frac{\pi}{2B_c} - \delta_c - S. \quad (4.117)$$

Эта формула используется для исключения величины a_c из уравнения критичности реактора с отражателем (4.114), которое затем решается относительно величины эффективной добавки отражателя в виде

$$S = \frac{1}{B_c} \operatorname{arctg} \left\{ \frac{D_c B_c}{D_r k_r} \operatorname{th} [k_r (t_r + \delta_r)] \right\} - \delta_c \quad (4.118)$$

Если толщина отражателя t_r мала по сравнению с размерами активной зоны, то эффективная добавка будет мала и в уравнении (4.118) символ arctg может быть вычеркнут (так как для малых углов $\operatorname{tg} \phi = \phi$); в результате получаются более простые выражения:

$$S = \frac{D_c}{D_r k_r} \operatorname{th} [k_r (t_r + \delta_r)] - \delta_c$$

или (для $t_r \ll a_c$)

$$S = \frac{\sum_{tr_r} L_r \operatorname{th} \frac{t_r + 0,71 \lambda_{tr_r}}{L_{tr}}}{\sum_{tr_c}} - 0,71 \lambda_{tr_c}. \quad (4.119)$$

Наконец, если толщина отражателя мала также и по сравнению с диффузионной длиной L_r в отражателе ($t_r \ll L_r$), то выражение для S может быть дальше приведено к виду

$$S \approx \frac{D_c}{D_r} t_r = \frac{\sum_{tr_r} t_r}{\sum_{tr_c}} \quad (4.120)$$

Поскольку отражатель используется для добавочной термализации нейтронов, рождающихся в активной зоне, то, как правило, желательно, чтобы материалы в отражателе были лучшими замедлителями, чем смесь веществ в самой активной зоне. В таком случае отношение $\sum_{tr_r} / \sum_{tr_c}$, входящее в формулу (4.120), будет больше единицы, и возможное уменьшение размеров активной зоны S будет превышать толщину добавляемого отражателя t_r , а общие размеры реактора могут быть уменьшены по сравнению с необходимыми для критичности активной зоны того же материального состава, но без отражателя.

Аналогичные исследования могут быть выполнены для реакторов сферической и одномерной цилиндрической формы. Точные выражения для условия критичности несколько сложнее, чем условие (4.114) для реактора в форме пластины. Они здесь не приводятся, но окончательные приближенные выражения для эффективной добавки отражателя в случае малых толщин отражателя по сравнению с радиусом активной зоны совпадают с выражением (4.119). Этот результат можно предвидеть, поскольку все кривые поверхности при больших радиусах кривизны в каждом отдельном месте могут быть приближенно заменены плоскими участками. Если к тому же диффузионная длина больше толщины отражателя, то выражение (4.120) применимо для реакторов сферической и цилиндрической формы. Эффективная добавка отражателя для этих систем представляется не выражением (4.115), а эквивалентным ему выражением

$$S = R_{c_{bare}} - R_{c_{refl}}, \quad (4.121)$$

где радиусы активной зоны R_c являются истинными физическими радиусами (без включения в них длин экстраполяций).

4.3.3. Критичность и распределение делящегося вещества в гомогенных реакторах с отражателем. Для определения критических размеров и (или) необходимого количества делящегося вещества для реакторов с отражателем надо сначала на основании диффузионно-возрастной теории вычислить критические размеры активной зоны реактора с данным материальным составом без отражателя. Затем по формуле (4.118) вычислить эффективную добавку отражателя желаемой толщины и с заданным материальным составом, применяя коэффициент диффузии и длины экстраполяции активной зоны с материальным составом, ранее использованным в расчетах реактора без отражателя, а потом найти критические размеры активной зоны реактора с отражателем $R_{c_{refl}} = R_{c_{bare}} - S$. Характеристический физический размер реактора (активная зона и отражатель, вместе взятые), т. е. его радиус, полутолщина и т. п., будет равен $R_{c_{refl}} + t_r$. Использование экономии отражателя в таком виде часто очень полезно для оценки размеров активной зоны и реактора с тонким отражателем при применении экспериментальных данных, полученных для критических сборок без отражателя. Однако простые выражения, приведенные в табл. 4.5, не могут быть дальше использованы для получения распределений нейтронного потока поперек активной зоны и отражателя реактора, так как процесс замедления приводит к другим специфическим результатам, присущим двухзонным реакторам с различным материальным составом в активной зоне и в отражателе. Тем не менее выражения, полученные для реакто-

ров без отражателя, дают приближенно правильные распределения потока тепловых нейтронов в активной зоне реактора [например, сравним выражения (4.36) и (4.110) для реактора в форме бесконечной пластины], при условии что используемый материальный параметр активной зоны равен тому значению, которое удовлетворяет уравнению критичности данного реактора с отражателем. Из формы потока, показанного на рис. 4.10, а и б, ясно, что влияние отражателя заключается в увеличении среднего потока в активной зоне и что критичность может быть достигнута при меньших объеме и массе горючего, чем у реактора без отражателя. Это означает, что при том же значении потока в центре Φ_0 [формула

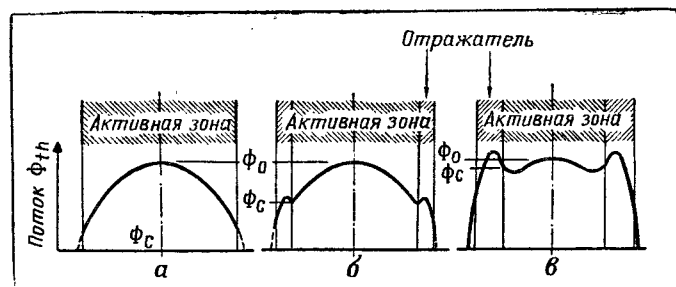


Рис. 4.10. Типичные распределения потока тепловых нейтронов:

а — активная зона без отражателя, б — реактор со слабым отражателем и с сильным замедлением в активной зоне, в — реактор с сильным отражателем и со слабым замедлением в активной зоне

(4.36)] значение потока на границе активной зоны при наличии отражателя будет выше, чем без него. По существу, активная зона вдвигается на место, соответствующее распределению потока, вычисленному другим способом для эквивалентной системы без отражателя. Если рассматриваемый реактор большой и доля тепловых нейтронов в его энергетическом спектре велика, а активная зона и отражатель идентичны, за исключением того, что в активной зоне присутствует делящееся вещество (в малой концентрации), то и нейтронный поток будет тоже достаточно точно описываться выражениями для потока в реакторе без отражателя. Однако при окружении активной зоны со слабым замедлением хорошим отражателем распределение потока тепловых нейтронов сильно отличается от того, которое получается по этим простым выражениям, в основном потому, что быстрые нейтроны деления, возникающие в активной зоне, термализуются в отражателе и накапливаются там, прежде чем они продифундируют обратно в активную зону и смогут вызвать новые деления. Это накопление нейтронов показано на рис. 4.10, в, на

котором представлено схематическое сравнение типичных распределений потока тепловых нейтронов в реакторе, состоящем из одной активной зоны без отражателя, и в реакторах с замедляющими отражателями.

Неравномерное распределение делений, получающееся при равномерной загрузке делящегося вещества в активной зоне, как правило, неприемлемо с теплотехнической точки зрения при проектировании реакторов для ракетных двигателей. Для согласования распределения плотности делений со схемой движения теплоносителя надо иметь переменную плотность загрузки в направлениях параллельном и перпендикулярном к направлению движения теплоносителя. Такая неравномерность означает, что макроскопические поперечные сечения зависят от положения внутри реактора. Эта функциональная зависимость, как правило, такова, что получающиеся дифференциальные уравнения нелинейны, и невозможно найти простые аналитические решения для пространственного хода нейтронного потока и плотности делящегося вещества, необходимые для критичности реактора. Чтобы получить истинную подробную информацию для проектирования, необходимо обратиться к расчетам на вычислительных машинах. Но тем не менее можно получить достаточно правильное представление о распределении делящегося вещества на основе настоящей теории.

В любой активной зоне реактора с равномерной загрузкой и неравномерным потоком наличие атомов делящегося вещества в местах с низким потоком имеет меньшее значение для возбуждения делений, чем в местах с высоким потоком. Это ясно из выражения для плотности делений $\Phi_f = \Phi(\mathbf{r}) \sigma_f n_f(\mathbf{r})$, которое показывает, что для равномерного распределения делений необходимо, чтобы произведение $\Phi(\mathbf{r}) n_f(\mathbf{r})$ было постоянным в активной зоне. Однако настоящая теория, давая форму потока $\Phi^0(\mathbf{r})$ для постоянной плотности горючего, позволяет вычислить плотность горючего n_f^0 , при которой реактор становится критичным. С первого взгляда можно подумать, что оценка распределения делящегося вещества, необходимого для получения равномерной плотности делений и неизменной формы потока $\Phi^0(\mathbf{r})$, возможна подбором $n_f(\mathbf{r})$ с целью удовлетворения равенства $n_f(\mathbf{r}) \Phi^0(\mathbf{r}) = \text{const}$ или $n_f(\mathbf{r}) \approx 1/\Phi^0(\mathbf{r})$, т. е. если увеличивать загрузку в местах с малым потоком и уменьшать в местах с большим потоком. Однако при этом не учитывается уменьшение потока, вызванное добавлением делящегося вещества, приводящим к большему уменьшению его ценности в этих местах. Поскольку влияние местной плотности горючего на критичность пропорционально величине потока в данном месте, то для малых отклонений от n_f^0 можно определить величину эффективной

местной плотности делящегося вещества, выразив ее через поток

$$n_f^{\text{эфф}}(r) = n_f(r) \frac{\Phi^0(r)}{\Phi_0}, \quad (4.122)$$

где Φ_0 — значение потока в центре активной зоны. Используя это выражение, можно записать эффективную плотность делений в данном месте в таком виде:

$$\Phi_f^{\text{эфф}}(r) = n_f^{\text{эфф}}(r) \sigma_f \Phi^0(r) = \sigma_f n_f(r) \frac{[\Phi^0(r)]^2}{\Phi_0}. \quad (4.123)$$

Отсюда видно, что ценность делящегося вещества в смысле вклада в критичность пропорциональна квадрату возмущенного потока в данном месте; этот результат находится в согласии с тем, который получается при более точном исследовании по теории возмущений. Наличие добавочного множителя $\Phi^0(r)/\Phi_0$ связано с уменьшением потока по сравнению с тем, который имеется в случае равномерной загрузки.

Из равенства (4.123) следует, что распределение делящегося вещества, приводящее к постоянной эффективной плотности делений, определяется формулой

$$n_f(r) = C_0 \left[\frac{\Phi_0}{\Phi^0(r)} \right]^2. \quad (4.124)$$

Постоянный коэффициент $C_0 = Q_f^{\text{эфф}}/\Phi_0 \sigma_f$ может быть найден с учетом необходимой критической массы. Используя формулу (4.122), получим следующее выражение для эффективной критической массы неравномерно загруженной цилиндрической активной зоны с полувисотой h и истинным радиусом R :

$$m_{\text{крит}}^{\text{эфф}} = 2h \int_0^R dr 2\pi r n_f(r) \frac{\Phi^0(r)}{\Phi_0}. \quad (4.125)$$

Чтобы сохранить достаточную для критичности загрузку делящегося вещества, необходимо, чтобы эта эффективная критическая масса в случае неравномерной загрузки была равна истинной критической массе, вычисленной при равномерной загрузке:

$$m_{\text{крит}}^0 = 2h \int_0^R dr 2\pi r n_f^0 = 2\pi h R^2 n_f^0. \quad (4.126)$$

Используя формулу (4.124) для $n_f(r)$ и приравняв выражения (4.125) и (4.126), находим, что

$$C_0 = \frac{R^2 n_f^0}{2 \int_0^R dr r \Phi_0 / \Phi^0(r)}. \quad (4.127)$$

Поскольку невозмущенный радиальный поток в равномерно загруженном цилиндрическом реакторе равен $\Phi^0(r) =$

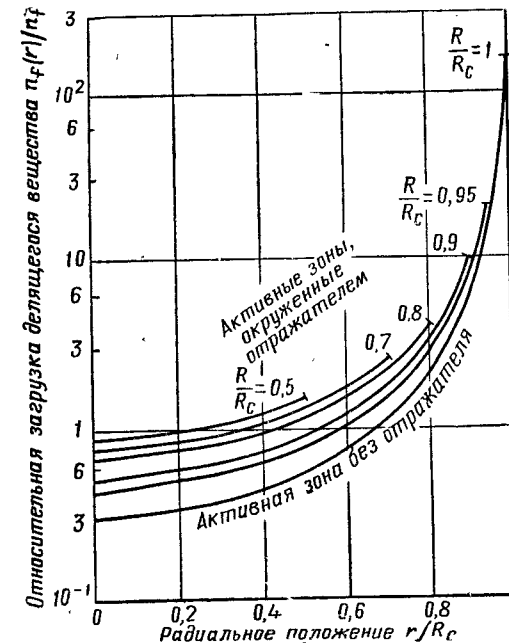


Рис. 4.11. Отношение местной плотности горючего, обеспечивающей равномерное распределение делений, к равномерной плотности горючего для критических реакторов с определенной геометрией активной зоны и отражателя

$= \Phi_0 J_0(B_r r)$, то согласно формулам (4.124) и (4.127) в первом приближении получаем следующее выражение для распределения делящегося вещества при равномерной плотности делений:

$$\frac{n_f^0}{n_f(r)} = [J_0(B_r r)]^2 \frac{2}{R_c^2} \int_0^R dr \frac{r}{J_0(B_r r)}, \quad (4.128)$$

где $B_r = 2,405/(R_c + \delta)$ — геометрический параметр эквивалентной равномерно загруженной активной зоны без отражателя с радиусом R_c . На рис. 4.11 приведена зависимость отноше-

ния $n_f(r)/n_f^0$ от r/R_c для материального состава с длиной экстраполяции $\delta=2,27$ см при радиусе эквивалентной активной зоны без отражателя $R_c=100$ см. Здесь приведены кривые в широком диапазоне размеров активной зоны реакторов с отражателями R/R_c . Рисунок ясно показывает полезность отражателей при проектировании реакторов. Так, если бы активная зона не была окружена отражателем, то для до-

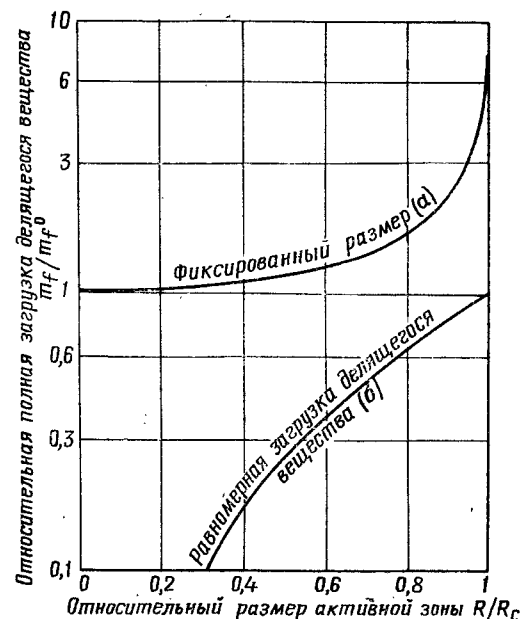


Рис. 4.12. Полная загрузка горючего, необходимая для критичности цилиндрических реакторов:

a — отношение загрузки горючего в активной зоне с отражателем при равномерной плотности делений к загрузке при равномерном распределении горючего, b — отношение загрузки реактора с отражателем к загрузке реактора без отражателя при равномерном распределении горючего

стижения равномерности делений плотность делющегося вещества на внешней границе $R=R_c$ должна была бы быть примерно в 520 раз больше, чем в центре. Однако если перейти к точке с $R=0,8R_c$, что эквивалентно использованию отражателя нейтронов вместо внешней части прежней активной зоны, составляющей 20% ее, то это отношение плотностей составит 6,6, что находится в пределах достижимого для технологии производства тепловыделяющих элементов.

Хотя выше было принято, что эффективная критическая масса при неравномерной загрузке равна критической массе

при равномерной загрузке, на самом деле полная загрузка делющегося вещества при неравномерном распределении его больше, чем при равномерном. Отношение полных загрузок в этих двух случаях для цилиндрических реакторов с истинным радиусом активной зоны R и с эквивалентным радиусом активной зоны без отражателя R_c равно

$$\frac{m_f}{m_f^0} = \frac{\int_0^R dr r [\Phi_0/\Phi^0(r)]^2}{\int_0^R dr r [\Phi_0/\Phi^0(r)]} = \frac{\int_0^R dr r / [J_0(B_r r)]^2}{\int_0^R dr r / J_0(B_r r)} \quad (4.129)$$

На рис. 4.12 показана зависимость этого отношения от величины R/R_c при тех же условиях, что и для рис. 4.11. Здесь также показана зависимость отношения полных загрузок в равномерно загруженных реакторах с отражателем и без отражателя с активными зонами одного и того же материального состава в функции отношения радиуса активной зоны реактора с отражателем к радиусу реактора без отражателя.

Приведенный выше простой приближенный метод оценки плотности делющегося вещества в реакторах для двигателей летательных аппаратов может использоваться с менее чем двукратной погрешностью до тех пор, пока изменения плотности будут в пределах трехкратного отклонения от ее значения в случае равномерного распределения. Таким образом, намеченный метод может быть применим к реакторам с почти тепловым спектром нейтронов при использовании отражателей, дающих эффективную добавку порядка $S \leq R_c/4$.

4.4. РЕАКТОРЫ С ГЕТЕРОГЕННОЙ РЕШЕТКОЙ В ТЕОРИИ ВОЗРАСТА ФЕРМИ

Обратимся теперь к реактору с гетерогенной решетчатой формой активной зоны. Условие критичности для гомогенной делющейся смеси по диффузионно-возрастной теории дается равенством (4.97), в котором представлено k_{∞} , определенное формулой (4.100). При этом критический материальный параметр может сильно зависеть от величины вероятности избежания резонансного захвата p . Обращаясь к формулам с (4.80) по (4.82), можно установить, что p в значительной степени определяется микроскопическими сечениями поглощения материалами реактора нейтронов в области замедления (надтепловых). Если делющиеся вещества, выбранные для использования в реакторах для летательных аппаратов, имеют очень большие резонансные поперечные сечения [формула (4.81)] и резонансные интегралы поглощения [формула (4.82)], то для сохранения нейтронов нецелесообразно проек-

тировать реактор так, чтобы эти вещества находились в областях с большим потоком надтепловых нейтронов. Меньшее число нейтронов будет потеряно из-за взаимодействий, приводящих к непродуктивному захвату, если резонансные поглотители будут сосредоточены в определенных областях, расположенных на определенных расстояниях друг от друга в матрице слабопоглощающего замедляющего вещества. Провести исследование распределения потока нейтронов в такой гетерогенной системе довольно сложно в односкоростном приближении и чрезвычайно трудно при использовании теории возраста Ферми. Однако можно получить разумные оценки критических размеров, распределения потока тепловых нейтронов и критических нагрузок делящегося вещества с помощью видоизмененного условия критичности для гомогенного реактора в диффузионно-возрастной теории.

Сначала ограничимся рассмотрением случая повторяющейся решетки, когда реактор состоит из сгруппированных вместе нескольких идентичных ячеек из замедляющего вещества, в каждой из которых имеется область, содержащая собранные в блоки делящееся вещество и резонансный поглотитель (предполагается, что резонансным поглотителем является конструкционный материал, в котором помещено делящееся вещество). Рассматриваем только реакторы с отношением объема области с поглотителем к объему замедлителя меньше примерно $1/2$. Для такой геометрии условие (4.97) может быть использовано при вычислении необходимого для критичности материального параметра, если многие члены в этом выражении будут определены при некоторых ограничениях, а именно, для использования условия критичности (4.97). Величина L_{th}^2 , которая прежде вычислялась для однородной по материальному составу активной зоны, теперь должна быть преобразована с учетом сравнительно большего поглощения тепловых нейтронов в блоках поглотителей. Это может быть удовлетворительно сделано, если использовать следующее даваемое по определению соотношение

$$L_{th}^2 = L_m^2 (1 - g), \quad (4.130)$$

где L_m — диффузионная длина в чистом замедлителе, вычисленная при условии, что замедлитель как бы гомогенно распределен по всей активной зоне; g — коэффициент использования тепловых нейтронов, определяемый соотношением

$$\frac{1}{g} = 1 + \frac{\sum a_m \bar{\Phi}_m}{\sum a_f \bar{\Phi}_f} + E_a \quad (4.131)$$

Здесь индексы m и f относятся соответственно к замедлителю и делящемуся веществу вместе с резонансным поглотителем,

$\bar{\Phi}$ — средний поток тепловых нейтронов, а все поперечные сечения вычислены для тепловых нейтронов. Физический смысл коэффициента g в том, что он приблизительно равен относительному поглощению нейтронов делящимся веществом и резонансными поглотителями в реакторе.

Таким образом, член $(1 - g)$ примерно равен относительному поглощению в материале замедлителя. Ядерные плотности, используемые при вычислении макроскопических поперечных сечений в формуле (4.131), должны быть средними, отнесенными к полному объему реактора (включая пустоты). Член E_a называется добавочным поглощением. Он, как правило, мал для слабо поглощающих замедлителей.

Для вычисления коэффициента использования тепловых нейтронов g по формуле (4.131) надо знать отношение среднего потока тепловых нейтронов в замедлителе к среднему потоку в области горючего $\bar{\Phi}_m / \bar{\Phi}_f$ и величину добавочного поглощения E_a . Для системы с ячейкой цилиндрической формы (рис. 4.9, в), наиболее практически интересной при проектировании гетерогенных реакторов, можно показать, что отношение потоков тепловых нейтронов определяется только геометрическими и физическими свойствами области горючего

$$\frac{\bar{\Phi}_m}{\bar{\Phi}_f} \approx \frac{r_f}{2L_f f_f} + \frac{1}{4} \quad (4.132)$$

для случая, когда $2L_f < r_{ff}$. Здесь r_f — эквивалентный радиус области делящегося вещества и поглотителя; f_f — доля объема, занимаемого областью делящегося вещества и поглотителя в полном объеме активной зоны реактора (включая и пустоты, если таковые имеются); L_f — диффузионная длина тепловых нейтронов в области делящегося вещества, вычисленная для гомогенного распределения делящегося вещества по объему всего реактора. Ограничение $f_f r_f > 2L_f$ предполагает, что в области делящегося вещества и поглотителя велико поглощение тепловых нейтронов. Добавочное поглощение, с другой стороны, определяется главным образом характеристиками области замедлителя и может быть приближенно представлено выражением

$$E_a \approx \left(\frac{r_c}{2L_m f_m} \right)^2 \left(\ln \frac{f_m}{f_f} - \frac{3}{2} \right), \quad (4.133)$$

где f_m — отношение объема, занимаемого областью замедлителя (включая пустоты); L_m — диффузионная длина тепловых нейтронов в замедлителе, вычисленная при его гомогенном размещении по всему объему активной зоны; r_c — эквивалентный радиус всей ячейки. Этот радиус, так же как и эквивалентный радиус области делящегося вещества, определяется как радиусы цилиндров с объемами, равными

объемам, занимаемым соответствующими материалами, в водичной ячейке. Формула (4.133) разумно применима только для реакторов, в которых отношение объема замедлителя к объему делящегося вещества f_m/f_f больше примерно двух.

Кроме уточнения величины L_{th} по формуле (4.130) необходимо также видоизменить возраст тепловых нейтронов с учетом увеличения средней длины замедления из-за меньшего эффективного поглощения нейтронов в области надтепловых энергий. Это достигается с помощью формулы

$$\tau_{th} = \tau_m \left(1 + \frac{f_f}{f_m} \right)^2, \quad (4.134)$$

где τ_m — возраст тепловых нейтронов, вычисленный по формуле (4.86, а) [с использованием экспериментальных данных] для чистого, гомогенно распределенного по всему объему активной зоны материала замедлителя. Вероятность избежания резонансного захвата p также должна быть вычислена только для вещества замедлителя, но величина $k_{\infty th} = (\nu \sum_f \sum_a)_{th}$ должна

быть вычислена для реактора так, как если бы все составляющие его вещества были гомогенно размешаны по всему объему активной зоны.

Таким способом можно определить критический материальный параметр численным решением уравнения (4.97) относительно B_m^2 . После этого необходимый для критичности размер находится приравниванием B_m^2 величине B_g^2 , выраженной по формуле (4.106), и решением полученного уравнения относительно R , причем δ вычисляется как для чистого вещества замедлителя. Используя критический радиус R гетерогенного реактора без отражателя, можно оценить уменьшенный размер активной зоны, необходимый для критичности, при применении отражателя, окружающего активную зону с решетчатой структурой. Это может быть сделано с помощью выражения (4.118) для эффективной добавки отражателя, как было описано выше; при условии, что все параметры активной зоны, входящие в выражение (4.118), вычислены так, как если бы гетерогенная активная зона на самом деле представляла бы собой гомогенную смесь. В реакторе такого типа каждая элементарная ячейка (область делящегося вещества и окружающей ее замедлитель) обладает некоторыми чертами простого реактора с отражателем

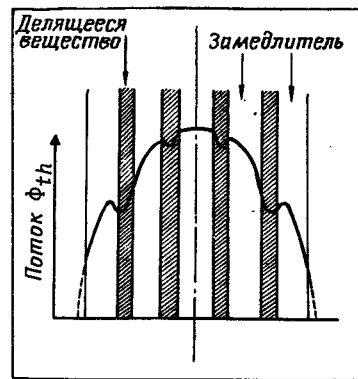


Рис. 4.13. Типичный вид потока тепловых нейтронов в гетерогенном реакторе

и сильно поглощающей и незамедляющей активной зоной (область делящегося вещества), а ячейки лишь слабо связаны нейтронно-физически друг с другом общим распределением потока в системе. Изменение общего потока определяется так, как если бы активная зона была гомогенной. Детальное распределение потока тепловых нейтронов получается наложением на общий поток, даваемый формулой (4.132), местного понижения потока тепловых нейтронов из-за сильного поглощения их в области делящегося вещества-поглотителя. Рис. 4.13 дает представление о приближенной форме потока тепловых нейтронов в решетчатой активной зоне.

4.5. ДВУХГРУППОВОЙ И МНОГОГРУППОВЫЕ МЕТОДЫ

Используя относительно простые методы, описанные до сих пор, можно давать разумные оценки критических размеров и распределения потока тепловых нейтронов, которых можно ожидать в гомогенных реакторах или в реакторах с периодической решеткой и любым заданным материальным составом с отражателем или без него, при условии что выбранная форма реактора обладает центральной, осевой или плоской симметрией, а также что большинство делений вызывается тепловыми нейтронами. Хотя все эти нейтронно-физические условия желательны и выполняются во многих реакторных системах, однако часто случается, что одно или другое из них оказывается невыполнимым из-за теплотехнических требований при проектировании реакторов для летательных аппаратов. Например, было рассмотрено много проектов реакторов для летательных аппаратов, в которых большая доля делений вызывается нейтронами в области замедления, а не тепловыми нейтронами. Поскольку поперечные сечения взаимодействий этих надтепловых нейтронов с ядрами, а поэтому и средние длины свободного пробега по отношению к этим взаимодействиям для большинства веществ сильно отличаются от соответствующих величин для тепловых нейтронов, то очевидно, что распределения потоков нейтронов тоже будут различаться для нейтронов разных энергий. Если различаются распределения потоков, то и распределения плотности делений (тепловыделения) также будут различаться для каждой группы энергии нейтронов. Эти различия не имеют большого значения, если очень немного делений происходит на быстрых нейтронах, так как в этом случае распределения плотности делений могут быть оценены довольно точно из распределений потока тепловых нейтронов, найденных по диффузионно-возрастной теории.

4.5.1. Однозонные реакторы и реакторы с отражателем в теории двух групп. Приблизительное представление о разли-

ции в поведении потоков быстрых и тепловых нейтронов в реакторе можно получить из результатов исследования, использующего две отдельные группы нейтронов — группу быстрых нейтронов, включающую в себя все нейтроны с энергиями выше тепловой, и группу тепловых нейтронов. В этом случае необходимо решить систему двух дифференциальных уравнений второго порядка, одно из которых описывает баланс нейтронов для быстрой группы, а другое — для тепловой. Будем различать поперечные сечения этих групп с помощью индексов th и f для быстрой и тепловой групп соответственно. Если пренебречь захватом нейтронов в быстрой группе, то источник для этой группы будет обязан делениям на нейтронах тепловой группы, а потеря быстрых нейтронов будет целиком обязана замедлению нейтронов. (Потери за счет утечки, естественно, учитываются в граничных условиях, накладываемых на решения дифференциальных уравнений.) Эта потеря может быть учтена как поглощение, с помощью искусственно введенного поперечного сечения замедления \sum_q^f . Поскольку среднее число столкновений нейтрона в процессе замедления до тепловой энергии равно N_{th} [формула (4.76)], то требуется именно N_{th} столкновений для выхода нейтрона из быстрой группы. Плотность рассеивающих столкновений, поделенная на N_{th} , дает тогда плотность взаимодействий, выводящих нейтроны из быстрой группы вследствие замедления, поэтому эффективное поперечное сечение замедления

$$\sum_q^f = \frac{\sum_s^f}{N_{th}} = \frac{\xi \sum_s^f}{\ln(E_0/E_{th})}. \quad (4.135)$$

Используя приближенное выражение для τ_{th} (4.86, а), эту формулу можно записать так:

$$\sum_q^f \approx \frac{1}{3\tau_{th} \sum_{tr}^f} = \frac{D_f}{\tau_{th}}. \quad (4.136)$$

Уравнение баланса нейтронов быстрой группы, аналогичное уравнению (4.29), принимает следующий вид:

$$D_f \nabla^2 \Phi_f - \sum_q^f \Phi_f + \nu_{th} \sum_f^{th} \Phi_{th} = 0. \quad (4.137)$$

Уравнение для тепловых нейтронов отличается от этого уравнения тем, что член источника в нем точно совпадает с членом потерь за счет замедления в уравнении для быстрых нейтронов, так как в результате делений тепловые нейтроны не возникают. Таким образом, для тепловой группы имеем:

$$D_{th} \nabla^2 \Phi_{th} - \sum_a^{th} \Phi_{th} + \sum_q^f \sum_f^f = 0. \quad (4.138)$$

Чтобы получить решения для Φ , которые удовлетворяют стационарному волновому уравнению, можно потребовать, чтобы обе функции Φ_f и Φ_{th} были связаны с B^2 уравнениями

$$\nabla^2 \Phi_f + B^2 \Phi_f = 0$$

и

$$\nabla^2 \Phi_{th} + B^2 \Phi_{th} = 0. \quad (4.139)$$

Решая эти уравнения относительно $\nabla^2 \Phi_f$ и $\nabla^2 \Phi_{th}$ и подставляя полученные выражения в уравнения (4.137) и (4.138), чтобы исключить из них члены $\nabla^2 \Phi$, получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} -\Phi_f \left(B^2 D_f + \sum_q^f \right) + \Phi_{th} \left(\nu_{th} \sum_f^{th} \right) &= 0; \\ \Phi_f \left(\sum_q^f \right) - \Phi_{th} \left(B^2 D_{th} + \sum_a^{th} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (4.140)$$

Для того чтобы эта система уравнений имела решение, отличное от тривиального $\Phi_f = \Phi_{th} = 0$, необходимо, чтобы детерминант, составленный из коэффициентов, стоящими перед потоками, тождественно был равен нулю. Это требование прямо приводит к двухгрупповому уравнению критичности

$$\left(B^2 D_f + \sum_q^f \right) \left(B^2 D_{th} + \sum_a^{th} \right) = \left(\nu_{th} \sum_f^{th} \right) \sum_q^f. \quad (4.141)$$

Если теперь поделить обе части этого равенства на $\sum_a^{th} \sum_q^f$ и использовать величину $k_{\infty th} = \nu_{th} \sum_f^{th} / \sum_a^{th}$, то уравнение критичности примет следующий вид:

$$k_{\infty th} = (1 + \tau_{th} B^2) (1 + L_{th}^2 B^2), \quad (4.142)$$

где введены $L_{th}^2 = D_{th} / \sum_a^{th}$ и τ_{th} согласно формуле (4.136). Сравнение этого уравнения асимптотического вида с уравнением (4.97), полученным для критичности по теории возраста Ферми, ясно показывает, что оба эти уравнения для больших реакторов (для малых B^2) эквивалентны. Таким образом, теория возраста для расчетов критичности по крайней мере так же хороша, как и теория двух групп, несмотря на то что в теории возраста не рассматриваются явно отдельные группы нейтронов, кроме тепловой. Если оставить все члены в уравнении (4.142), то придем к квадратичному уравнению относительно B^2 , имеющему два независимых решения (собственных значения), скажем, B_1 и B_2 . Эти два решения, в свою очередь, приводят к двум независимым функциональным видам решения каждого из уравнений для потока (4.139), так что общее решение для потока в каждой группе представляет собой линейную комбинацию двух независимых

функций, полученных таким путем. Можно показать, что число независимых коэффициентов в этой системе уменьшается до двух. В случае плоской геометрии, выбранной для простоты, окончательные выражения для потоков быстрых и тепловых нейтронов имеют вид

$$\Phi_f(x) = C_1 \cos B_1 x + C_2 \operatorname{ch} B_2 x$$

и

$$\Phi_{th}(x) = S_1 C_1 \cos B_1 x + S_2 C_2 \operatorname{ch} B_2 x, \quad (4.143)$$

где S_1 и S_2 — коэффициенты связи, определяемые формулами

$$S_1 = \frac{D_f}{\tau_{th} D_{th}} \cdot \frac{L_{th}^2}{1 + L_{th}^2 B_1^2}$$

и

$$S_2 = \frac{D_f}{\tau_{th} D_{th}} \cdot \frac{L_{th}^2}{1 - L_{th}^2 B_2^2}. \quad (4.144)$$

В правильности этих решений можно убедиться подстановкой их в уравнения (4.139). Из формул (4.143) видно, что потоки быстрых и тепловых нейтронов имеют примерно одинаковое пространственное распределение, отличаясь в основном относительной величиной. Коэффициенты C_1 и C_2 должны быть вычислены исходя из соответствующих граничных условий, чтобы получить полные количественные выражения для формы потоков. Вообще для умеренно тепловых реакторов коэффициенты S_1 и S_2 будут больше единицы, и, следовательно, поток тепловых нейтронов в значительной степени станет превышать поток быстрых нейтронов. Однако для реакторов, в которых активный объем, где происходят деления, слабо замедляет быстрые нейтроны, будет правильной обратная картина, и коэффициенты связи будут малы.

Рассмотрим более сложный случай, когда вокруг активной зоны имеется область отражателя-замедлителя, причем будем считать, что для получения распределений потоков в активной зоне применимо предыдущее исследование. Уравнения баланса нейтронов быстрой и тепловой групп в неразмножающем отражателе по форме такие же, что и уравнения для активной зоны, за исключением того, что в уравнении для быстрой группы должен отсутствовать член источника $\Phi_f \sum_f^{th} \nu_{th}$. При таком исключении источника уравнение (4.137) принимает вид

$$D_{fr} \nabla^2 \Phi_{fr} - \sum_{a_r} \Phi_{fr} = 0, \quad (4.145)$$

где мы добавили индекс r для обозначения области отражателя. Это точно такое же уравнение, как и уравнение (4.108, б), которое было нами ранее решено при односкоростном рассмотрении реактора с отражателем. Решения этого уравнения для плоской геометрии имеют вид $\exp(\pm k_{fr} x)$, где $k_{fr}^2 = \sum_{a_r} / D_{fr} = 1 / \tau_{thr}$ в соответствии с формулой (4.136).

Решение уравнения для тепловой группы в отражателе более сложное. Можно показать, что оно сводится к линейной комбинации решения быстрой группы и дополнительной функции и что, как и в решении для активной зоны, здесь тоже остаются только два независимых коэффициента. Окончательные выражения для потоков имеют вид

$$\Phi_{fr}(x) = C_3 \operatorname{sh} [k_{fr}(a + t_r + \delta'_r - x)];$$

$$\Phi_{thr}(x) = S_3 C_3 \operatorname{sh} [k_{fr}(a + t_r + \delta'_r - x)] + C_4 \operatorname{sh} [k_{thr}(a + t_r + \delta_r^{th} - x)], \quad (4.146)$$

где S_3 — коэффициент связи в отражателе, определяемый формулой

$$S_3 = \frac{D_{fr}}{D_{thr}} \cdot \frac{1}{\tau_{thr} k_{thr}^2 - 1}. \quad (4.147)$$

Здесь тоже видно, что, если поперечные сечения поглощения тепловых нейтронов в отражателе малы, то, как показывают члены с S_3 и C_4 , поток тепловых нейтронов в отражателе будет значительно больше, чем поток быстрых нейтронов. Коэффициенты C_1 , C_2 , C_3 и C_4 , входящие в выражения для потоков в активной зоне и в отражателе, в принципе могут быть получены из условия конечности и симметрии потоков и граничных условий, заключающихся в том, что скалярные потоки нейтронов и результирующие потоки для каждой группы должны быть непрерывными на поверхности между активной зоной и отражателем и что оба потока должны обращаться в нуль на соответствующих длинах экстраполяции снаружи внешней границы отражателя. Применение этих условий, аналогичных условиям для выражения (4.111) для реактора с отражателем в односкоростной теории, дает систему четырех алгебраических уравнений. Условие нетривиальности решения (не все величины C_1 , C_2 , C_3 и C_4 равны нулю) является, как и для системы (4.140), тождественное равенство нулю детерминанта, составленного из коэффициентов при C_i . Получающееся уравнение при приравнивании нулю детерминанта с четырьмя строчками и четырьмя столбцами дает условие критичности реактора с отражателем по теории двух групп. Члены этого детерминанта настолько сложны, что это уравнение не может быть прямо решено от-

носительно размера активной зоны, необходимого для критичности, при заданном отражателе или, наоборот, относительно критической загрузки при заданных размерах. Скорее всего, для двухзонных реакторов вычисления по этому методу должны быть проведены численно. Если же есть необходимость в проведении серийных или обзорных расчетов, желательно использовать вычислительные машины. Вследствие трудности проведения полного двухгруппового расчета и недостаточного соответствия результатов этого расчета действительности при проектировании реакторов с большой удельной мощностью двухгрупповые расчеты представляют небольшой интерес для

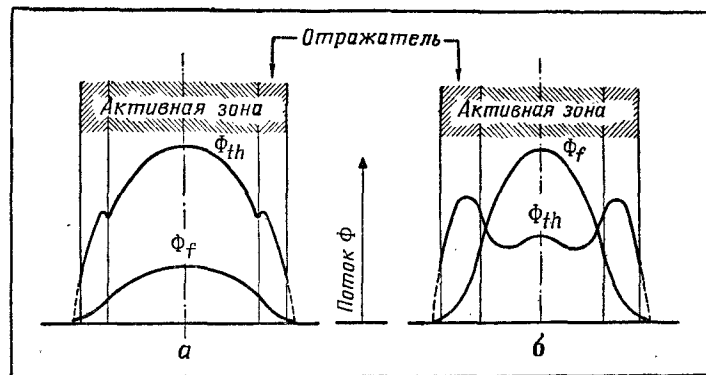


Рис. 4.14. Типичные распределения двухгрупповых потоков:
а — реактор со слабым отражателем и с сильным замедлением в активной зоне, б — реактор с сильным отражателем и со слабым замедлением в активной зоне

применения в исследовании ядерных двигателей для летательных аппаратов. Они наиболее широко применимы при исследовании больших наземных энергетических реакторов.

Поскольку для нахождения коэффициентов C_i требуется раскрытие детерминанта из четырех строк и четырех столбцов, то здесь не представляется возможным дать для потоков быстрых и тепловых нейтронов более полные выражения, чем (4.143) и (4.146). Тем не менее можно сказать, что показанный на рис. 4.14 пространственный ход потока является типичным для двухзонных реакторов с отражателем-замедлителем. На рис. 4.14, а показана картина, которая может быть получена в случае слабо поглощающей и сильно замедляющей активной зоны, окруженной сравнительно тонким отражателем. Заметим, что только в отражателе ход потоков тепловых и быстрых нейтронов отличается от того, который получается при одностороннем рассмотрении двухзонного реактора. Здесь поток тепловых нейтронов имеет пик, а по-

ток быстрых нейтронов быстро падает. Оба эти эффекта обязаны быстрой термализации быстрых нейтронов в слабо поглощающем, по предположению, материале отражателя.

На рис. 4.14, б показан второй случай — сильно поглощающая и слабо замедляющая активная зона реактора, помещенная внутри толстого отражателя нейтронов. Здесь достижение критичности для активной зоны должно сильно зависеть от термализации нейтронов в отражателе. Распределения потоков для быстрой и тепловой групп теперь очень сильно расходятся. На потоке быстрых нейтронов не сказывается большая поглощающая способность активной зоны по отношению к тепловым нейтронам, и он ведет себя соответственно, следуя примерно тому же распределению, что и в вышеприведенном случае хорошо замедляющей активной зоны. С другой стороны, поток тепловых нейтронов резко ослаблен из-за поглощения нейтронов, возвращающихся из отражателя после термализации. Критичность, несмотря на понижение центрального потока тепловых нейтронов, обеспечивается тем, что поток на границе активной зоны здесь вследствие большей толщины отражателя больше, чем в первом случае.

4.5.2. Особенности многогрупповых расчетов. Для практического технического проектирования реакторов двигателей летательных аппаратов недостаточно знать распределения потоков только быстрой и тепловой групп, если взаимодействия надтепловых нейтронов вносят существенный вклад (например, больше чем 15%) в общее число делений. Тогда очень важно знать распределение потока надтепловых нейтронов и делений на них во всей области энергий нейтронов (от энергии деления до тепловой), чтобы определить распределение полного тепловыделения в реакторе и спроектировать систему теплосъема.

К сожалению, из-за того, что энергетическая зависимость поперечных сечений взаимодействия нейтронов с ядрами веществ не выражается аналитически, для условия критичности или для распределений потоков нейтронов в таких надтепловых реакторах не представляется возможным получить аналитические выражения. Тем не менее можно упростить задачу, если разбить область энергий нейтронов от энергии деления до тепловой на ряд интервалов или энергетических групп аналогично тому, как выше была разбита область энергий на две группы — быструю и тепловую. Если далее выбирать соответствующим образом усредненные поперечные сечения взаимодействий для нейтронов каждой энергетической группы, то можно сформулировать обыкновенные дифференциальные уравнения типа уравнений (4.32) или (4.137) и (4.138), описывающие распределение потока нейтронов в каждой группе с учетом диффузии нейтронов. Из получаю-

шегося набора уравнений каждое может быть решено, если допустить, что все нейтроны любой данной группы диффундируют в реакторе с постоянной энергией до тех пор, пока не испытают среднее число столкновений, необходимое для уменьшения их энергии до значения, соответствующего следующей, более низкой энергетической группе. При этом для получения эффективных поперечных сечений замедления, как и в случае двух групп, используется теория возраста и всегда производится явный учет поглощения, образования (если таковое имеется) и утечки нейтронов, происходящих в данной группе. При достижении низшей энергии оставшиеся нейтроны, избежавшие поглощения или утечки, считаются нейтронами источника в следующей группе, в которой повторяется процесс диффузии при новых значениях поперечных сечений, относящихся к более низкой энергии. Остающиеся нейтроны переходят в следующую, еще более низкоэнергетическую группу и так далее, пока они не достигнут тепловой энергии. Этим условием и связаны между собой дифференциальные уравнения в этой системе. Кроме того, решения каждого дифференциального уравнения должны в отдельности удовлетворять условиям конечности и симметрии потока нейтронов в каждой энергетической группе. Критичность будет достигнута, если полное число нейтронов, поглощенных при всех энергиях, а также выбывших за счет утечки, будет точно равно сумме произведений среднего числа нейтронов, образованных при делении, на число делений в каждой группе. В общем случае не представляется возможным численно решить систему уравнений ручным счетом, если выбранное число групп больше трех. Решение этой системы чаще всего проводится на вычислительных машинах.

Этот метод исследования называется диффузионно-многогрупповым или многогрупповым диффузионно-возрастным. Иногда бывают полезными методы, учитывающие замедление нейтронов иным способом, чем по теории возраста, особенно если ширина энергетических групп выбрана настолько малой, что нейтроны при рассеянии могут попасть из данной группы не только в непосредственно нижележащую энергетическую группу, но и в последующие за ней более низкоэнергетические группы. В этом случае необходимо в каждое уравнение баланса включить члены, описывающие источники нейтронов, приходящих в данную группу из нескольких вышележащих энергетических групп, и математический процесс решения этих уравнений становится намного сложнее. Любой из этих методов может быть применен к многозонным реакторам, но ценой увеличения сложности, возникающей из-за добавления по одному дифференциальному уравнению второго порядка для каждой группы каждой новой пространственной зоны. Использование двух пространственных зон и

двух нейтронных групп представляет практический предел ручных расчетов.

Из этих замечаний должно быть ясно, что точный нейтронно-физический расчет высоко-теплонпряженного реактора для летательных аппаратов должен осуществляться с помощью больших вычислительных машин. Хотя развитые ранее простые методы, как правило, удовлетворительны для предварительной оценки полных размеров, критического состава и распределения делящегося вещества, они недостаточны для определения подробного распределения потока нейтронов и плотности делений для всех реакторов, кроме близких к тепловым. Однако изучение реакторов этими простыми методами полезно как для уяснения физических процессов, имеющих место в критических и близких к критическим реакторам, так и для получения качественного понимания особенностей исследуемых реакторов. Кроме того установлено, что эти простые методы и решения могут быть с успехом применены для оценки детальных эффектов, возникающих вследствие малых изменений размеров реактора, плотности, материального состава и т. д., для любого заданного реактора, если распределения потоков и критический размер основного реактора известны из результатов экспериментов с истинными критическими сборками или сложных расчетов, проведенных на вычислительных машинах. Способ исследования малых отклонений весьма хорош, даже в тех случаях, когда большая доля делений происходит на надтепловых нейтронах.

Часто случается, что имеющиеся экспериментальные данные или результаты многогрупповых расчетов относятся к реакторам другой формы, отличной от формы реактора, рассматриваемого для предварительного расчета. Тем не менее такая информация может быть применена к реактору желаемой формы при использовании вышеупомянутых диффузионно-возрастного уравнения критичности и выражений для эффективной добавки отражателя. Первым шагом в таком преобразовании является «нормализация» микроскопических поперечных сечений произвольным малым изменением их от табулированных значений таким образом, чтобы из соотношений (4.97) и (4.118) следовала критичность известной системы с данными формой, составом и размерами. Далее, с помощью формул (4.118) и (4.121) надо найти критические размеры эквивалентной системы без отражателя. Критические размеры реакторов без отражателя с подобным составом, но другой формы могут быть затем найдены приравнованием выражений геометрического параметра (табл. 4.5) для реакторов двух рассматриваемых форм. Применяя снова формулу (4.118), получим ожидаемые критические размеры реактора новой формы.

4.6. ПЕРЕХОДНЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ КРИТИЧНОСТИ

Тепловыделение пропорционально полному числу нейтронов в реакторе в любой момент времени (полной плотности нейтронов в реакторе), поэтому изменение мощности реактора может быть вызвано только изменением плотности нейтронов в нем (в предположении, что масса топлива и его распределение в реакторе неизменны). По определению критичности, критическим является такой реактор, в котором плотность нейтронов (а следовательно, и мощность) остается постоянной. Чтобы повысить уровень мощности, надо сделать реактор надкритичным, т. е. получить эффективный коэффициент размножения $k_{эфф}$ [формула (4.107)] больше единицы, так как для уменьшения мощности $k_{эфф}$ должен быть меньше единицы. Поскольку $k_{эфф}$ зависит от материального состава и размеров реактора, то его изменение можно вызвать введением в активную зону дополнительных количеств поглотителей, горючего или материала замедлителя (т. е. введением регулирующих стержней), в результате чего изменятся значения k_{∞} , τ_{th} и L_{th}^2 в формуле (4.107). Изменение $k_{эфф}$ может быть достигнуто также передвижением отдельных частей активной зоны или отражателя в различные положения, что приводит к изменению B_g^2 в формуле (4.107). В реакторе могут также возникнуть и непредусмотренные изменения реактивности, происходящие из-за изменения плотности или концентрации материалов или из-за изменения размеров, возникающих в результате деформации материалов под действием нагрузки или разности температур, химической коррозии, фазовых изменений теплоносителя и т. п. Что бы ни послужило причиной изменений реактивности, надо знать поведение реактора как нейтронно-физической системы при изменении во времени эффективного коэффициента размножения.

4.6.1. Временная зависимость потока мгновенных нейтронов. Для изучения этой задачи вернемся к нестационарному уравнению диффузии (4.88) и найдем его решение с временной зависимостью, используя теорию возраста Ферми для определения источника $q^*(E_{th})$ по формулам (4.77) и (4.94) и выражению (4.96) для потока тепловых нейтронов. Подставляя эти выражения в уравнение (4.88) после проведения дифференцирования в первом члене первой части и некоторых преобразований, получим следующее уравнение изменения потока тепловых нейтронов:

$$\left[\frac{1}{\Phi_{th}(r, t)} \cdot \frac{\partial \Phi_{th}(r, t)}{\partial t} \right] \cdot \frac{1}{v_{th} \sum_a^{th} (1 + L_{th}^2 B_m^2)} = \frac{k_{\infty} e^{-B_m^2 \tau_{th}}}{1 + L_{th}^2 B_m^2} - 1, \quad (4.148)$$

где v_{th} — скорость нейтрона при тепловой энергии. Выражение $1/v_{th} \sum_a^{th} = \lambda_a^{th}/v_{th}$, и поэтому оно должно представлять собой средний отрезок времени, в течение которого тепловой нейтрон диффундирует до захвата в бесконечной по объему смеси материалов реактора. Это среднее время жизни тепловых нейтронов в бесконечной среде:

$$l_{th} = \frac{1}{v_{th} \sum_a^{th}}. \quad (4.149)$$

Так как первая часть уравнения (4.148) согласно формуле (4.107) равна $(k_{эфф} - 1)$, то уравнение (4.148) преобразуется в следующее выражение:

$$\left[\frac{1}{\Phi_{th}(r, t)} \cdot \frac{\partial \Phi_{th}(r, t)}{\partial t} \right] \cdot \left[\frac{l_{th}}{1 + L_{th}^2 B_m^2} \right] = \delta k, \quad (4.150)$$

где $\delta k = (k_{эфф} - 1)$ — коэффициент избыточной мультипликации. Если теперь переписать выражение $L_{th}^2 B_m^2$ в виде $D_{th} B_m^2 / \sum_a^{th}$, то можно заметить, что это есть отношение утечки из реактора тепловых нейтронов к их поглощению в нем (поскольку $B_m^2 = -\nabla^2 \Phi_{th} / \Phi_{th}$). Величина $1/(1 + L_{th}^2 B_m^2)$, очевидно, представляет собой отношение поглощения тепловых нейтронов к сумме поглощения и утечки их и равна вероятности избежания утечки тепловых нейтронов P_{th} . Все выражение в скобках, содержащее l_{th} , в уравнении (4.150) равно среднему времени жизни тепловых нейтронов в конечном реакторе¹:

$$l_{th}^* = \frac{l_{th}}{1 + L_{th}^2 B_m^2}. \quad (4.151)$$

В действительности уравнение (4.150) не дает точной временной зависимости потока тепловых нейтронов. Это объясняется тем, что это уравнение выводилось исходя из диффузионно-возрастного уравнения (4.88) с использованием в качестве источника плотности замедления (с учетом утечки быстрых нейтронов) при тепловой энергии. В то же время для правильности учета временной зависимости следовало бы использовать плотность замедления при энергии деления (источника) раньше, чем нейтроны деления достигают тепловой энергии на величину времени, необходимую для замедления нейтронов от энергии деления до тепловой. Если обо-

¹ Строго говоря, это определение применимо только в том случае, если вклад в среднее время жизни тепловых нейтронов от нейтронов утечки пренебрежимо мал по сравнению с вкладом от тепловых нейтронов, захватываемых в реакторе. Это условие, как правило, хорошо выполняется в реакторах, представляющих интерес для применения в летательных аппаратах с ядерным источником энергии. — *Прим. автора.*

значить время замедления в конечной среде через l_p^* , то для учета влияния этого дополнительного времени задержки в уравнении (4.150) требуется заменить время жизни тепловых нейтронов в конечной среде l_{th}^* величиной характеристического времени жизни одного поколения нейтронов (без учета запаздывающих нейтронов):

$$l_g^* = l_{th}^* + l_f^*. \quad (4.152)$$

Выражение для времени замедления l_f при отсутствии утечки быстрых нейтронов может быть выведено с использованием формулы (4.76) для получения числа столкновений N , испытываемых нейтроном при замедлении от энергии деления до энергии E . Дифференцируя соотношение (4.76) по времени, получим

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\xi} \cdot \frac{d}{dt} \left(\ln \frac{E_0}{E} \right) = - \frac{1}{\xi E} \cdot \frac{dE}{dt}. \quad (4.153)$$

Далее, число столкновений в единицу времени равно мгновенной скорости нейтрона, поделенной на среднюю длину свободного пробега по отношению к рассеянию быстрых нейтронов. Заменяв левую часть соотношения (4.153) $\partial N / \partial t = v / \lambda_s^f = v \sum_s^f$, получим выражение для дифференциала времени dt , затрачиваемого нейтроном на прохождение интервала энергии dE около значения E при его замедлении:

$$dt = - \frac{dE/E}{\xi v \sum_s^f}. \quad (4.154)$$

Время замедления нейтрона представляется интегралом от этой величины, взятым в пределах от энергии деления до тепловой энергии. Выразим скорость нейтрона через его энергию согласно соотношению $E = 1/2 mv^2$ и проведем интегрирование в предположении, что величина \sum_s^f постоянна (или для нее используется среднее значение) в области интегрирования. Тогда время замедления в бесконечной среде получается равным

$$l_f = \left(\frac{2}{\xi \sum_s^f v_{th}} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{E_{th}}{E_0}} \right). \quad (4.155)$$

Член с квадратным корнем пренебрежимо мал по сравнению с единицей, и практически во всех случаях для l_f может быть принято выражение, заключенное в первые скобки. Можно произвести грубый учет влияния утечки быстрых нейтронов на величину l_f так же, как это было сделано для l_{th} [формулы (4.149) и (4.151)], путем умножения величины, полученной для бесконечной среды [формула (4.155)], на относительную

долю быстрых нейтронов, действительно достигающих тепловой энергии. Эта доля равна произведению вероятности избежать утечки быстрых нейтронов $e^{-B_m^2 l_{th}}$ на вероятность избежания резонансного захвата p [формула (4.78)]. Тогда время замедления в конечной среде l_f^* приблизительно равно

$$l_f^* = p e^{-B_m^2 l_{th}} l_f. \quad (4.156)$$

Если l_f^* мало по сравнению с l_{th}^* , то характеристическое время жизни одного поколения нейтронов приблизительно определяется временем жизни тепловых нейтронов в реакторе. Однако если поперечное сечение поглощения тепловых нейтронов \sum_s^{th} велико по сравнению с поперечным сечением рассеяния \sum_s^f быстрых нейтронов, то отношение времени и жизни в бесконечной среде для быстрых и тепловых нейтронов, а также отношение l_f^* / l_{th}^* будет большим. Это имеет место в реакторах с сильно поглощающими материалами, работающих таким образом, что большая доля делений в них вызвана поглощением замедляющихся нейтронов.

Подставляя в уравнение (4.150) вместо l_{th}^* величину характеристического времени жизни одного поколения нейтронов, определяемую формулой (4.152), можно записать следующее уравнение:

$$\frac{\partial \Phi_{th}(r, t)}{\partial t} = \Phi_{th}(r, t) \frac{\delta k}{l_g^*}, \quad (4.157)$$

которое имеет решение

$$\Phi_{th}(r, t) = \Phi_{th}(r, 0) e^{t \delta k / l_g^*} = \Phi_{th}(r, 0) e^{t/T}, \quad (4.158)$$

где характеристический период реактора T (без учета запаздывающих нейтронов) представляет собой не что иное, как время, необходимое для изменения потока или уровня мощности в e раз.

4.6.2. Учет запаздывающих нейтронов и практическое регулирование реактора. Уравнение (4.157) и его решение (4.158) идентичны соотношениям (4.11) и (4.12), написанным на основе простых физических соображений. Эти соотношения являются правильными, если только все нейтроны, вызывающие деления, в любом поколении сами были образованы в результате делений, вызванных нейтронами непосредственно предшествующего им поколения и имевших место на l_g^* сек раньше. Это очень близко к истине, но не совсем соответствует действительности, так как экспериментально было найдено, что небольшая доля β_0 всех нейтронов, испущенных в результате любого акта деления, получается при распаде различных радиоактивных продуктов деления по истечении

некоторого среднего времени после момента деления, колеблющегося в пределах примерно от 0,5 до 80 сек. Для строго критического реактора $k_{эфф}$ равно единице, и то, что часть делений вызвана этими запаздывающими нейтронами, не имеет никакого значения. Однако запаздывающие нейтроны имеют очень большое значение в определении переходных процессов, поскольку они вносят запаздывание в связи между нейтронами последующих поколений. Распад ядер — продуктов деления приводит к выходу пяти основных групп запаздывающих нейтронов, имеющих значение для регулирования реактора¹, каждая из которых испускается со своим, отличным от других временем запаздывания после деления $1/\lambda$. Запаздывающие нейтроны распределены по этим пяти группам, в каждой из которых находится определенное их число, составляющее долю β_i от общего числа нейтронов, получающихся при делении. В табл. 4.10 приведены экспериментально определенные средние времена запаздывания и распределение запаздывающих нейтронов для пяти основных групп, получающихся при делении U^{233} , U^{235} и Pu^{239} .

Таблица 4.10

Характеристики основных групп запаздывающих нейтронов

Группа запаздывающих нейтронов i -го номера	Доля β_i по отношению к общему числу нейтронов, испускаемых при делении			Примерное среднее время запаздывания $1/\lambda_i$, сек
	U^{233}	U^{235}	Pu^{239}	
1	$0,21 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-3}$	$0,24 \cdot 10^{-3}$	0,76
2	$0,82 \cdot 10^{-3}$	$2,65 \cdot 10^{-3}$	$0,69 \cdot 10^{-3}$	3,17
3	$0,63 \cdot 10^{-3}$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$0,48 \cdot 10^{-3}$	7,90
4	$0,72 \cdot 10^{-3}$	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$0,61 \cdot 10^{-3}$	31,2
5	$0,22 \cdot 10^{-3}$	$0,25 \cdot 10^{-3}$	$0,08 \cdot 10^{-3}$	78,8
$\sum_i \beta_i = \beta_0$	$2,60 \cdot 10^{-3}$	$6,50 \cdot 10^{-3}$	$2,10 \cdot 10^{-3}$	

Чтобы правильно учесть эти запаздывающие нейтроны, надо снова вернуться к нестационарному уравнению диффузии (4.88) и в член источника включить выражение для образования запаздывающих нейтронов. Требуемое выражение находится при решении уравнения баланса, описывающего

¹ На самом деле известны шесть групп, но шестая группа, (не приведенная в таблице) содержит нейтроны с таким малым временем запаздывания и в таком малом относительном количестве (около 3%), что для регулирования реактора она не имеет никакого практического значения в сравнении с другими пятью группами. — Прим. автора.

скорость распада (и, следовательно, образования нейтронов) радиоактивных ядер, полученных в результате процесса деления. Так же как и в случае уравнения баланса нейтронов, это уравнение должно давать скорость изменения во времени концентрации $(\partial C/\partial t)$ радиоактивных атомов, равную разности между скоростью их образования в результате делений $[\beta_0 k_{\infty} \Phi(t)/\rho l_g^* v]$ и скоростью их исчезновения из-за распада (λC) . В особом случае строго критического реактора, в котором утечка быстрых нейтронов и вероятность резонансного поглощения равны нулю, имеем $k_{эфф}=1$, $\delta k \approx 0$, $\rho=1$ и $e^{-B_m^2 \tau_{th}}=1$, и уравнения баланса нейтронов и источников имеют вид

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \frac{\beta_i}{l_g^*} \cdot \frac{\Phi_{th}}{v_{th}} - \lambda_i C_i \quad (4.159)$$

и

$$\frac{\partial \Phi_{th}(r, t)}{\partial t} = \frac{\delta k - \beta_0}{l_g^*} \cdot \frac{\Phi_{th}(r, t)}{v_{th}} + \sum_{i=1}^5 \lambda_i C_i. \quad (4.160)$$

Эта система дифференциальных уравнений в частных производных может быть легко решена и поток тепловых нейтронов может быть выражен в виде явной функции от времени, если предположить, что как поток, так и концентрации радиоизотопов представляются в виде экспоненциальных функций от времени. Не давая вывода, приведем результат:

$$\frac{\delta k}{k_{эфф}} = \frac{l_g^*}{T_j k_{эфф}} + \sum_{i=1}^5 \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T_j}, \quad (4.161)$$

где T_j — различные периоды e -кратного изменения потока нейтронов, определенные аналогично основному периоду реактора по формуле (4.158). Поскольку всюду предполагалось, что $k_{эфф}$ имеет постоянное значение, этот результат применим только для частного случая ступенчатых изменений коэффициента размножения реактора, т. е. для случая ступенчатых изменений δk . При положительном значении δk это уравнение шестой степени относительно T_j будет иметь только один положительный корень. T_j будет характеризовать изменение потока нейтронов по формуле (4.158) при больших временах после начального возникновения коэффициента избыточной мультипликации δk в реакторе. Таким образом, мы можем рассматривать эту величину как эффективный установившийся период реактора $T_{эфф}$. При отрицательных значениях δk все T_j получаются отрицательными, как и следовало ожидать, поскольку отрицательная величина δk означает, что реактор подкритичен и все потоки должны уменьшаться со временем.

Хотя уравнение (4.161) не может быть легко решено, все же можно получить некоторое представление о проблеме регулирования переходных процессов, если рассмотреть два крайних случая, которые сами по себе представляют умеренный интерес. Первый из них возможен, когда эффективный период реактора $T_{эфф}$ настолько велик, что все произведения $\lambda_i T_{эфф}$ значительно больше единицы. Можно полагать, что это может получиться только при величине $\delta k/k_{эфф}$, очень близкой к нулю. Физически эффективная величина $\delta k/k_{эфф}$ находится из уравнения (4.161), которое в данном случае сводится к следующему:

$$\frac{\delta k}{k_{эфф}} = \frac{1}{T_{эфф}} \left(\frac{l_g^*}{k_{эфф}} + \sum_{i=1}^5 \frac{\beta_i}{\lambda_i} \right). \quad (4.162)$$

Поскольку $1/\lambda_i$ представляет собой среднее время запаздывания нейтронов i -й группы, то суммирование в уравнении (4.162) должно давать значение среднего времени запаздывания всех запаздывающих нейтронов l_d . Значения величин l_d для основных делящихся горючих приведены в табл. 4.11. Поскольку реактивность лишь незначительно от-

Таблица 4.11

Среднее время запаздывания
для запаздывающих нейтронов
при работе реактора в режиме,
близком к критическому

Материал	l_d сек
U ²³³	0,0475
U ²³⁵	0,0828
Pu ²³⁹	0,0315

личается от нуля, то $k_{эфф}$ должно быть очень близко к единице, так что выражение в скобках приблизительно равно $l_g^* + l_d$. Если назвать эту величину эффективным временем жизни одного поколения нейтронов \bar{l}_g , теперь уже с учетом запаздывающих нейтронов, то уравнение (4.162) сразу же приводит к простому результату: $T_{эфф} = \bar{l}_g / \delta k$ (для $\delta k \ll \beta_0$). На самом деле здесь важны численные значения величин. Из табл. 4.11 замечаем, что величины l_d имеют значения порядка от 10^{-1} до 10^{-2} сек для всех приведенных горючих. С другой стороны, численными расчетами критических смесей можно показать, что для большинства реакторов вели-

чина l_g^* имеет всегда значение порядка от 10^{-3} до 10^{-4} сек или меньше. Сравнение результата, полученного выше для $T_{эфф}$ с учетом запаздывающих нейтронов, с величиной T , определенной по формуле (4.158), сразу же показывает, что запаздывающие нейтроны при заданном малом δk увеличивают характеристический период e -кратного изменения потока в реакторе на два порядка и больше по сравнению с тем периодом, который получается без учета запаздывающих нейтронов. Это означает, что запаздывающие нейтроны сильно замедляют ответную реакцию любого реактора на малые изменения реактивности, делая, таким образом, задачу практического регулирования реактора намного легче разрешимой. Для оценки положения при больших изменениях реактивности рассмотрим второй предельный случай, когда период реактора настолько мал, что всеми произведениями $\lambda_i T_{эфф}$ можно пренебречь в сравнении с единицей. В этом случае уравнение (4.161) принимает вид

$$\frac{\delta k}{k_{эфф}} = \frac{l_g^*}{T_{эфф} k_{эфф}} + \beta_0, \quad (4.163)$$

откуда сразу же находим следующее выражение для периода: $T_{эфф} = l_g^* / (\delta k - \beta_0 k_{эфф})$. Поскольку, по предположению, величина $\delta k/k_{эфф}$ значительно больше β_0 , то период приближается к нижнему пределу: $T_{эфф} = l_g^* / \delta k$. Как видно, эта величина совпадает с периодом, получаемым по формуле (4.158), которая не учитывает наличия запаздывающих нейтронов. Таким образом, при $\delta k/k_{эфф} \gg \beta_0$ для большинства тепловых и надтепловых реакторов ожидаемые значения периода составляют величины порядка от 10^{-3} до 10^{-4} сек или меньше. Из приведенных величин ясно, что, насколько возможно, следует избегать таких условий работы реактора, так как они налагают почти невыполнимые требования на быстроту срабатывания ответной реакции системы регулирования реактора.

Как было отмечено, эти утверждения применимы только к случаям, когда значения реактивности не близки к β_0 . Чтобы найти эффективный период при значении $\delta k/k_{эфф}$, находящемся между $\beta_0/2$ и $2\beta_0$, надо получить точное решение уравнения шестой степени (4.161). Случай, когда $\delta k/k_{эфф} = \beta_0$, называется работой в режиме мгновенной критичности, поскольку одни только мгновенные нейтроны деления дают значение коэффициента размножения реактора, равное единице. При этом условии решение уравнения (4.161) для реактора, работающего на U²³⁵ ($\beta_0 = 0,0065$), дает значение эффективного периода мгновенной критичности $T_{эфф} \approx 0,80$ сек, в предположении, что истинное время жизни

одного поколения нейтронов составляет величину $l_g^* = 10^{-3}$ сек. Эффективное время жизни одного поколения нейтронов для этого реактора, вычисленное по аналогии с формулой (4.162), оказалось примерно равным $\bar{l}_g^* = 5 \cdot 10^{-3}$ сек. Для сравнения заметим, что соответствующее эффективное время жизни одного поколения нейтронов при работе с очень малым значением δk , вычисленное прямо по формуле (4.162), равно $\bar{l}_g^* = 83 \cdot 10^{-3}$ сек. Таким образом, около 94% полного времени запаздывания, обязанного запаздывающим нейтронам, образующимся в результате деления, теряется при достижении режима мгновенной критичности. Из этого следует, что система регулирования реактора должна в 16 раз быстрее реагировать на изменения нейтронного потока или уровня мощности реактора, чтобы обеспечить такую же степень надежности в режиме мгновенной критичности, какая имеется при работе в строго критическом режиме.

Проблема нестационарных процессов в реакторе имеет важное значение при пуске ракетного ядерного реактора, когда впуск водородсодержащего рабочего тела (хорошего замедлителя) в пустые каналы активной зоны и отражателя может вызвать большие изменения реактивности системы в сравнительно малые отрезки времени.

ГЛАВА 5

ЯДЕРНЫЕ ИЗЛУЧЕНИЯ И ЗАЩИТА ОТ НИХ

При протекании ядерных реакций в источниках энергии летательных аппаратов возникают различного рода проникающие излучения. В настоящей главе рассматриваются эти излучения, их утечка из областей, где вырабатывается энергия, связанные с ними физические эффекты и биологическая радиационная опасность, основные физические механизмы поглощения и ослабления излучения, а также исследуются технические проблемы, связанные с тепловыделением от излучений, возникающим в радиационной защите. Здесь же изложены основные принципы расчета радиационной защиты и приведен ряд примеров применения и защиты в ракетах и самолетах с ядерными двигателями.

5.1. УТЕЧКА РАДИОАКТИВНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Вначале рассмотрим различные типы радиоактивных излучений, которые возникают в результате некоторых рассматриваемых ядерных реакций, и вкратце обсудим биологическую опасность, связанную с энергией и интенсивностью потоков этих излучений в зависимости от уровня мощности источника ядерной энергии.

5.1.1. Проникающее излучение, возникающее в результате ядерных процессов. Процесс деления тяжелого ядра происходит вследствие возбуждения ядра энергией, достаточной для такой его деформации, при которой кулоновские силы отталкивания превзойдут ядерные силы притяжения. Ликвидация возбужденного состояния осуществляется при делении ядра с испусканием нейтронов деления и образованием осколков деления, в которых нуклоны связаны более тесно, чем в начальном невозбужденном ядре. В этом процессе сами осколки деления также оказываются в возбужденных состояниях, из которых они затем переходят в основ-

Распределение мгновенного энерговыделения в результате деления в ядерном реакторе

Величина энергии, Мэв	Вид энергии
166	Кинетическая энергия осколков деления
5	Кинетическая энергия нейтронов деления
6	Энергия мгновенного γ -излучения
4	Энергия радиоактивного γ -излучения, возникающего в результате реакции захвата мгновенных нейтронов (n, γ) в реакторе
11—14	Энергия нейтрино

Таблица 5.2

Распределение запаздывающего энерговыделения в результате деления в ядерном реакторе

Величина энергии, Мэв	Вид энергии
6	Энергия радиоактивного γ -излучения продуктов деления
6	Энергия радиоактивного β -излучения продуктов деления
2	Энергия радиоактивного (β и (или) γ) излучения ядер, образующихся при захвате нейтронов

ные состояния (с минимальной энергией) при испускании γ -квантов, β -частиц, α -частиц, протонов и (или) запаздывающих нейтронов. Обычно такие ядерные переходы происходят всякий раз, когда ядро любого типа каким-то образом возбуждено до энергий выше энергии основного состояния. Так, например, захват нейтронов любым материалом будет вызывать возбуждение ядер и может привести к образованию вторичного излучения. Электромагнитные взаимодействия ядер с высокоэнергетическими γ -квантами, протонами или электронами также могут привести к возбуждению ядер и образованию вторичного излучения. Все эти реакции могут происходить одновременно в работающем реакторе и в окружающем его пространстве. Если надо рассчитать наведенные вторичные излучения, а также полную мощность источников излучения при заданной мощности источников ядерной энергии, то прежде всего следует знать относительную мощность различных источников быстрых нейтронов, протонов, γ -лучей и т. п., которые образуются в первичных ядерно-энергетических процессах.

Процесс деления идет таким образом, что возбужденные делящиеся ядра распадаются на множество различных изотопов, причем распределение этих изотопов по массовым числам имеет два пика около атомных чисел А-95 и А-140.

Дальнейший распад этих первичных продуктов деления происходит в таком множестве вариантов процессов, что невозможно выделить точное значение энергии определенной реакции, которая происходит в любой заданный момент времени. Кроме того, энергия распада может выделяться в сравнительно долгое время (в масштабе времени ядерных реакций) после момента деления, в зависимости от того, какой радиоизотоп получен и как он испытывает распад, а подробная картина образования возбужденных ядер при захвате нейтронов зависит от геометрии и состава самого реактора. Поэтому в лучшем случае можно дать лишь разумно осредненные величины энерговыделения при делении.

В пределах нескольких миллисекунд после деления ядер U^{233} , U^{235} или Pu^{239} в ядерном реакторе энергия распределяется приблизительно так, как указано в табл. 5.1. Почти вся энергия распада, образуемая при взаимодействиях, происходящих в результате любого данного деления, будет выделяться в течение примерно минуты после деления. Примерное распределение этой дополнительной энергии приведено в табл. 5.2. Величина энергии нейтрино (в табл. 5.1) не представляет непосредственного интереса, ввиду того что они будут уносить всю свою энергию за пределы реактора в отдаленные концы Вселенной. В связи с этим просуммируем величины энергий, приведенные в табл. 5.1 и 5.2, пренебрегая энергией нейтрино, и найдем, что в реакторе на одно деление

мгновенное энерговыделение составляет 181 Мэв, а около 14 Мэв энергии выделяется с запаздыванием в процессах распада.

Полная энергия, выделяемая при одном делении, составляет примерно 195 Мэв. Соответствующие значения удельного энерговыделения на одно деление составляют примерно $E_n^p = 0,77$ Мэв/нуклон мгновенного энерговыделения и $E_n^d = 0,06$ Мэв/нуклон энергии распада. Полная удельная энергия $E_n = 0,83$ Мэв/нуклон составляет примерно четверть величины удельного энерговыделения при таких реакциях синтеза, которые представляют в настоящее время наибольший интерес.

Вычислим с помощью соотношения Эйнштейна (4.8) действительное изменение массы покоя для этих реакций. Если энерговыделение на один нуклон составляет E_n , то относительное изменение массы покоя нуклонов, принимающих участие в реакции, будет равно $f_b = E_n/m_n c^2$, где m_n — масса покоя нуклона. При вычислении этого отношения для одного

только процесса деления надо учесть и энергию нейтрино, приведенную в табл. 5.1, но при этом исключить энергии захватного β - и γ -излучений, приведенные в обеих таблицах (эти излучения возникают исключительно в результате реакции захвата нейтронов, происходящих после деления в материалах реактора, и не имеют никакого отношения к нуклонам делящегося вещества или осколков деления). Соответствующая величина равна $E_n = 0,86 \text{ Мэв/нуклон}$, и относительное изменение массы составляет $f_b = 0,91 \cdot 10^{-3}$ (в единицах энергии $m_n = 939,5 \text{ Мэв}$). Отсюда видно, что выделение энергии при реакциях деления ядер далеко от теоретического предела полного преобразования энергии покоя в другие виды энергии, как, например, при аннигиляции нуклонов и антинуклонов.

5.1.2. Мощность дозы излучения при работе реактора. Найдем зависимость мощности дозы от мощности ядерного источника энергии в предположении, что источники радиации совершенно не ослабляются. Рассмотрение процессов ослабления и поглощения и расчет коэффициентов ослабления, которые входят в нижеприводимые общие уравнения, даются в следующем разделе.

Заряженные продукты деления и β -частицы, получающиеся при делении, не обладают большой проникающей способностью, так что большая часть их энергии будет выделяться в реакторе в самих тепловыделяющих элементах или в материале замедлителя вблизи точки деления. Остальные частицы — быстрые нейтроны и γ -лучи — способны проходить через твердые материалы на многие сантиметры и составляют основной предмет изучения радиационной защиты реакторов деления. Чтобы найти зависимость утечки этих видов излучения от уровня мощности реактора, надо определить количество частиц I_N и (или) поток энергии I_E , возникающие на единицу мощности P_r излучения. Если обозначить величину выделяющейся при каждой реакции энергии E_r , а полное число реакций в единицу времени R , то тепловая энергия будет равна

$$P_r = RE_r \quad (5.1)$$

Для ядерной реакции, в результате которой возникает N_n быстрых нейтронов и N_γ γ -квантов, можно вычислить поток этих частиц на расстоянии r от источника в предположении, что он является точечным (r значительно больше размеров источника):

$$I_N = \frac{NR}{4\pi r^2} = \frac{NP_r}{E_r} \cdot \frac{1}{4\pi r^2}. \quad (5.2)$$

Эта формула получена для изотропного источника без учета ослабления потока в пространстве между источником и детектором излучения. Аналогично поток энергии выражается формулой

$$I_E = \bar{E} I_N, \quad (5.3)$$

где \bar{E} — средняя энергия нейтрона или γ -кванта. Процесс деления приводит к выделению полной энергии в 195 Мэв на один акт деления в случае, когда система работает в течение большого отрезка времени, так что достигнуто равновесие в энергии распада 14 Мэв на одну реакцию деления. Однако если время работы реактора сравнимо или меньше периода полураспада основных цепочек распада продуктов деления, то полная энергия, выделяющаяся на одно деление, в течение работы реактора будет меньше, чем приведенное выше максимальное значение (гл. 4, раздел 4.5, где приведены уравнения скорости образования ядер — предшественников нейтронов). Если ввести величину f_d , обозначающую отношение энергии распада, выделяющейся на самом деле в реакторе, к ее максимально возможному значению, то это обстоятельство может быть учтено. Величина f_d должна быть выбрана так, чтобы она соответствовала условиям работы реактора, например, с учетом потери продуктов деления за счет химической коррозии или диффундирования в процессе работы за пределы делящегося вещества. Также должно быть учтено то обстоятельство, что за короткое время работы реактора активность не достигает насыщения. С учетом величины f_d получаем следующее выражение для полного энергосодержания: $E_{rF} = 181(1 + 0,08f_d) \text{ Мэв}$ на реакцию деления. Полная энергия γ -излучения, испускаемого при делении, определяется выражением подобного же вида, но влияние ненасыщенности активности распада здесь на порядок больше, так что $E_{\gamma F} = N_\gamma \bar{E}_{\gamma F} = 10(1 + 0,8f_d) \text{ Мэв} (\gamma)$ на одну реакцию. Число возникающих быстрых нейтронов, получающихся на одно поглощение в делящемся веществе, равно η , причем средняя энергия их составляет примерно $\bar{E}_n = 5/\eta \text{ Мэв}$ на нейтрон. Из этих нейтронов хотя бы один должен быть использован для продолжения цепи делений, поэтому число остальных быстрых нейтронов на каждое деление в реакторе, работающем на стационарном режиме, в пренебрежении поглощением в других материалах должно быть равно $N_{nF} = \eta - 1$.

Используя эти соотношения и значение переводного коэффициента ($1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Мвт} \cdot \text{сек/Мэв}$), согласно равенствам (5.2) и (5.3) можно написать следующее выражение для

потока энергии γ -излучения I_E , испускаемого реактором, работающим на делении ядер:

$$I_{E\gamma}(r) = \frac{E_{\gamma F} P_r}{4\pi r^2 E_{\gamma F} A_s} = \frac{2,75 \cdot 10^{16} (1 + 0,8 f_d)}{1 + 0,08 f_d} \cdot \frac{P_r}{r^2 A_s} \text{ Мэв/(сек) (см}^2\text{)}, \quad (5.4)$$

где r — в см, а P_r — в Мвт. Здесь в явном виде включен коэффициент ослабления A_s , учитывающий уменьшение утечки излучения за счет всех процессов поглощения и рассеяния в веществе между источником и детектором. Исследования в области радиационной физики или дозиметрии показали, что биологическая мощность дозы D , выраженная в рад/час или в рэф/час¹, вследствие поглощения γ -излучения в ткани связана с энергетическим потоком γ -излучения, испускаемым источником выраженным в (Мэв/сек)/см², следующей приближенной формулой:

$$D_{\gamma}(r) = \frac{I_{E\gamma}(r)}{5,6 \cdot 10^6} \text{ рэф/час или рад/час.} \quad (5.5)$$

Комбинируя эти два соотношения, получим следующее выражение для максимально возможной неослабленной мощности дозы излучения (по γ -квантам) на единицу мощности работающего в стационарном режиме реактора:

$$\frac{A_s D_{\gamma}(r)}{P_r} = 4,9 \cdot 10^{10} \frac{1 + 0,8 f_d}{1 + 0,08 f_d} \times \frac{1}{r^2} (\text{рэф/час})/\text{Мвт или (рад/час})/\text{Мвт.} \quad (5.6)$$

Быстрые нейтроны теряют энергию в ткани в основном благодаря рассеивающим столкновениям с атомами водорода. Так как средняя логарифмическая потеря энергии на одно столкновение в водороде равна $\xi = \ln(E_0/E) = 1$, то быстрый нейтрон при первом (упругом) столкновении с атомом водорода теряет в среднем $1/e$ своей начальной энергии. Тогда средняя потеря энергии нейтрона в единицу времени I_{N_n} равна $I_{N_n} = \bar{E}_n (1/e) (\sum_s^f)$, где в качестве макроскопического поперечного сечения рассеяния берется сечение рассеяния быстрых нейтронов в ткани. Поскольку потеря энергии 100 эрг/г соответствует дозе в 1 рад, а плотность ткани

¹ Для квантов с энергиями от 0,1 до примерно 3 Мэв величины рад и рэф — почти эквивалентные (в пределах 8%) единицы измерения биологической дозы. Единица облучения рад определяется как такой энергетический поток излучения, при котором в материале поглощается 100 эрг/г. — Прим. автора.

составляет примерно 1 г/см^3 , то можно выразить мощность дозы от быстрых нейтронов через энергетический поток нейтронов I_{En} следующим образом:

$$D_n^f(r) = \frac{I_{En}(r) \sum_s^f}{100 e} = \frac{I_{En}(r)}{2,6 \cdot 10^6} \text{ рад/час или рэф/час,} \quad (5.7)$$

где I_{En} во втором из приведенных выше соотношений должно быть выражено в (Мэв/сек)/см². При вычислении коэффициента в этом выражении использовано значение $\sum_s^f = 0,18 \text{ см}^{-1}$, типичное для мягкой ткани, и величина переводного коэффициента $1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/Мэв}$. Энергетический поток быстрых нейтронов, так же как и γ -излучения, равен

$$I_{En}(r) = \frac{E_n N_n P_r}{4\pi r^2 E_r B_s} (\text{Мэв/сек})/\text{см}^2. \quad (5.8)$$

Преобразуя это выражение для P_r , выраженного в Мвт и подставляя ранее полученные выражения для средней энергии, выделяющейся при реакциях деления или синтеза, на один нейтрон, получим

$$I_{En}(r) = 1,38 \cdot 10^{16} \frac{1 - 1/\eta}{1 + 0,08 f_d} \times \frac{P_r}{r^2 B_s} (\text{Мэв/сек})/\text{см}^2. \quad (5.9)$$

Здесь тоже в явном виде введен коэффициент ослабления B_s .

Комбинируя это соотношение с формулой (5.7), получим следующее выражение для максимально возможной неослабленной мощности дозы на единицу мощности реактора:

$$\frac{B_s D_n^f(r)}{P_r} = 5,3 \cdot 10^{10} \frac{1 - 1/\eta}{1 + 0,08 f_d} \times \frac{1}{r^2} (\text{рэф/час})/\text{Мвт или (рад/час})/\text{Мвт.} \quad (5.10)$$

Знание одних только мощностей доз имеет само по себе малую ценность. Для практического использования формул мощности дозы необходимо также знать предельно допустимые биологические дозы. Приведем их типичные предельные значения. В 1956 г. международная комиссия по радиологической защите рекомендовала в качестве максимально допустимых суммарных доз для человека величины 5(Y—18) рад по γ -излучению и 0,5(Y—18) рад по нейтронам, где Y — возраст человека. Так, для человека 38 лет могут быть допустимыми суммарные дозы 100 рад по γ -излучению и 10 рад по нейтронам. На основе этого для полетов

на летательных аппаратах с ядерным двигателем определяют допустимые дозы для одного полета, равные $25 \text{ рад} (\gamma)$ и $2,5 \text{ рад} (n)$. Эквивалентные допустимые без вреда мощности доз для непрерывного внешнего облучения всего тела в течение рабочей недели составляют $0,1 \text{ рад}$ в неделю, или $0,6 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$ в час для γ -излучения, и $0,01 \text{ рад}$ в неделю, или $0,6 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$ в час для быстрых нейтронов.

Принимая последние значения получим представление о проблеме защиты реакторов для летательных аппаратов. Рассмотрим в качестве первого примера источник в виде реактора с использованием в качестве делящегося вещества U^{235} ($\eta=2,08$) для двигателя самолета или космического корабля с малым ускорением, предназначенных для полетов людей. Примем мощность реактора равной 300 Мвт . Если кабина для экипажа размещена на расстоянии $21,4 \text{ м}$ от реактора и если в течение одного полета, при котором реактор работает на этой мощности в течение 12 час (достаточно большое время, чтобы f_d было равно $1,0$), экипаж получит дозу, не превышающую допустимую недельную, то, применяя формулы (5.6) и (5.10), увидим, что необходимо добиться следующих значений коэффициентов ослабления: $A_s = 1,1 \cdot 10^9$ и $B_s = 3,6 \cdot 10^9$ для γ -квантов и быстрых нейтронов соответственно. Такие большие значения коэффициентов неизбежно потребуют использования тяжелой защиты в ущерб общим характеристикам самолета или космического корабля. Для второго примера предположим, что мы хотим визуально наблюдать работу реактора ракетного двигателя с делящимся U^{235} . Определим расстояние от ракетного двигателя, на котором должен быть расположен пункт наблюдения, чтобы полная доза не превысила предельно допустимую недельную дозу, если между рабочей площадкой и пунктом наблюдения нет никакой защиты. Предположим, что мощность реактора равна 5000 Мвт , а время его работы 5 мин , что является достаточно малой величиной, чтобы можно было с учетом выноса продуктов деления истекающим рабочим телом положить $f_d \approx 0,5$. Тогда по формулам (5.6) и (5.10) получим расстояния $r = 16,6 \cdot 10^6 \text{ см} = 166 \text{ км}$ и $r = 10,6 \cdot 10^6 \text{ см} = 106 \text{ км}$, безопасные от γ - и нейтронного излучений. На самом деле такие расстояния справедливы только для вакуума. В условиях земной атмосферы происходит ослабление потоков воздухом.

Если бы в расчете для величин A_s и B_s были приняты правильные значения ослабления потоков в воздухе на уровне моря, то вышеприведенные значения расстояний следовало бы уменьшить до величин $3,4 \text{ км}$ и $5,5 \text{ км}$. Отсюда очевидно, что для успешного использования ракет с ядерным реактором для космических полетов человека может потребоваться значительная защита. Вместе с тем необходимо отметить, что удовлетворение требований, предъявляемых к

биологической защите от опасных естественных излучений (солнечных вспышек, поясов радиации, космических лучей и др.) в некоторых случаях связано с преодолением больших трудностей, чем требований предъявляемых к защите от излучений реактора.

В предыдущем случае не принималась во внимание утечка тепловых нейтронов и мощность дозы, получаемой от тепловых нейтронов, образованных при термализации быстрых нейтронов, выходящих за пределы источника ядерной энергии. В действительности это вполне приемлемо, так как любой материал, способный обеспечить радиационную защиту от утечки быстрых нейтронов, будет более чем достаточным и для защиты от тепловых нейтронов.

5.1.3. Радиоактивное излучение продуктов распада.

Прежде чем приступить к изучению механизмов ослабления излучений и основ расчета защиты, а следовательно, к количественной оценке потребной массы защиты для различных систем, рассмотрим излучения, испускаемые при распаде продуктов деления после выключения самого источника ядерной энергии. Это может стать проблемой значительной важности при рассмотрении реакторов, работающих на делении, так как концентрация радиоизотопов в этом случае значительна, периоды полураспада некоторых радиоизотопов велики, а испускаемое γ -излучение обладает большой проникающей способностью, так как энергия γ -излучения составляет величину порядка нескольких Мэв/квант . Ввиду большого разнообразия радиоактивных изотопов, образованных в процессе деления, непрактично (хотя теоретически и возможно) определять испускаемую при распаде продуктов деления энергию, рассматривая распад каждого типа изотопов. Нас интересует лишь средняя скорость энерговыделения при распаде смеси продуктов деления в реакторе после его работы и распределение этой выделяемой энергии между двумя основными видами испускаемого излучения — γ -квантами и β -частицами. Несмотря на то что величины периода полураспада охватывают очень широкую область (от долей секунды до миллионов лет), экспериментально было найдено, что скорость полного энерговыделения или мощность распада продуктов деления на одно деление достаточно точно описывается простой функциональной зависимостью, которая дается следующей эмпирической формулой:

$$P_d(t) = C_1 t^{-1,2}. \quad (5.11)$$

Чтобы получить P_d в Мэв/сек на деление, если t выражено в сутках, коэффициент C_1 должен быть равен $C_1 = 2,7 \cdot 10^{-6}$. Это соотношение справедливо в интервале времени примерно от нескольких секунд вплоть до величины порядка месяца после деления. При больших временах необходимо учиты-

вать постепенное увеличение эффективного периода полураспада смеси изотопов и соответственно уменьшать величину показателя в формуле (5.11). Экспериментально также обнаружено, что энергия распада примерно поровну делится между β - и γ -излучениями (табл. 5.2), так что мощность каждого из этих типов излучения составляет половину величины, получаемой по формуле (5.11). Для определения полной мощности распада, выделяющейся в результате всего числа делений, имевших место в течение времени работы реактора, надо проинтегрировать выражение (5.11) по времени. В момент t после начала работы реактора мощность распада продуктов деления, образовавшихся в момент t' ($t' < t$), определяется по формуле (5.11), если вместо t подставить $t - t'$. Тогда полная мощность распада в момент t , обязанная всем делениям в интервале времен dt' , равна произведению полученного выражения и числа делений в единицу времени R [формула (5.11)]:

$$\begin{aligned} dP_d(t, t') &= C_1 R (t - t')^{-1,2} dt' = \\ &= C_1 \frac{P_r}{E_r} (t - t')^{-1,2} dt'. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Полагая мощность реактора постоянной и положив величину E_r равной ее среднему значению, соответствующему времени работы реактора t_b , после интегрирования выражения (5.12) по времени t' в пределах от начала работы реактора до момента t_b получим

$$P_d(t) = 5C_1 \frac{P_r}{E_r} [(t - t_b)^{-0,2} - t^{-0,2}]. \quad (5.13)$$

Для приближенного учета возможной потери из реактора некоторых продуктов деления до выделения их энергии распада надо умножить это выражение на введенный выше коэффициент f_d . Сделав это и вводя временную переменную $t_0 = t - t_b$, равную времени после остановки реактора, найдем отношение мощности, выделяемой при радиоактивных распадах, к рабочей мощности реактора:

$$\frac{P_d(t)}{P_r} = C_2 [t_0^{-0,2} - (t_0 + t_b)^{-0,2}] \frac{f_d}{1 + 0,08 f_d}. \quad (5.14)$$

Здесь использовано ранее приведенное выражение для средней энергии на одно деление: $E_{r_F} = 181(1 + 0,08 f_d)$. Формула (5.14) справедлива с разумной точностью для значений t_0 и t_b в пределах $1 < t_0 < 2 \cdot 10^6$ сек и $t_b < 10^6$ сек. Так как отношение P_d/P_r — величина безразмерная, то значение коэффи-

циента C_2 зависит от выбора единиц измерения времени. В табл. 5.3 приведены его значения для различных единиц времени.

Для расчета защиты необходимо знать, какие мощности доз могут быть порождены излучениями, сопровождающими распад. Как было отмечено выше, β -частицы, испускаемые при распаде возбужденных ядер, обладают значительно меньшей проникающей способностью, чем γ -кванты, при примерно равных энергиях, и поэтому они будут поглощаться на первых же сантиметрах своего пути в обычных реакторных материалах. Пренебрегая β -излучением, получим, что полная утечка радиоактивного излучения обязана исключительно лишь γ -квантам, а ее максимальное значение составляет половину величины, получаемой по формуле (5.14). Принимая это во внимание, можно скомбинировать формулы (5.14) и (5.5) и получить следующее выражение для верхнего предела мощности дозы γ -излучения при распаде продуктов деления, образованных в реакторе, проработавшем на мощности P_r в течение времени t_b :

$$\begin{aligned} \frac{A_s D_\gamma(r)}{P_r} &= 2,5 \cdot 10^{10} \frac{f_d}{r^2} \times \\ &\times \frac{t_0^{-0,2} - (t_0 + t_b)^{-0,2}}{1 + 0,08 f_d} (\text{рэф/час})/\text{Мвт или } (\text{рад/час})/\text{Мвт}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Численный коэффициент здесь соответствует времени в минутах. На рис. 5.1 приведена графическая зависимость величины $A_s D_\gamma/P_r$ от t_0 при расстоянии $r = 3054$ см и при полном удержании продуктов деления в предположении насыщенной активности ($f_d = 1$). Отметим, что из кривых (рис. 5.1) следует, что мощность дозы остается высокой в течение многих минут и даже нескольких часов после остановки реактора.

При рассмотрении радиоактивного излучения возникает еще и необходимость определения полной энергии E_d , выделенной к концу любого заданного отрезка времени t_0 после остановки реактора. Поскольку $P_d(t_0) = dE_d/dt_0$, то можно найти верхний предел величины E_d , интегрируя выражение (5.14) по величине времени, прошедшего после остановки реактора. Это главным образом важно для реакторов с большой рабочей удельной мощностью (например, для

Таблица 5.3

Значения коэффициента C_2 в формуле (5.14) для мощности распада при различном выборе единиц времени

Коэффициент C_2	Единицы времени
0,063	сек
0,028	мин
0,012	час
0,0065	сутки

ракетных ядерных реакторов), так как величина E_d определяет нижний предел необходимой энергоемкости системы, отводящей тепло от реактора после остановки, использование которой должно предотвратить перегрев и испарение материала реактора вследствие прекращения подачи основного рабочего тела. С другой стороны, если не применяется никакое охлаждение реактора после остановки, то, предполагая, что все радиоактивное излучение поглощается в активной зоне реактора, можно вычислить максимальную скорость

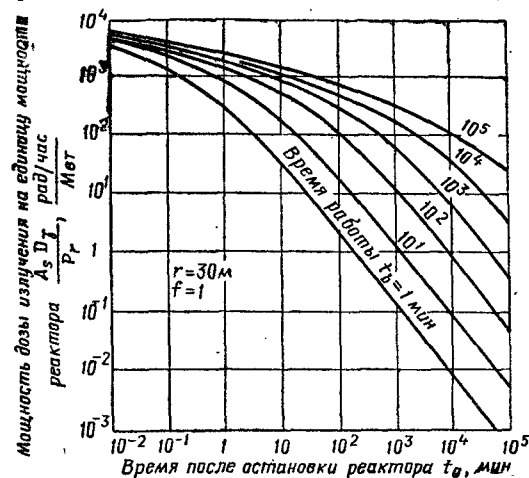


Рис. 5.1. Остаточная мощность дозы, отнесенная к единице мощности

увеличения температуры активной зоны реактора T_c , используя энергетический баланс

$$\rho_c c_p V_c dT_c/dt_0 = P_d(t_0),$$

где ρ_c — средняя плотность; c_p — удельная теплоемкость на единицу массы; V_c — объем активной зоны реактора. Для иллюстрации проблемы охлаждения реактора после остановки рассмотрим пример с реактором мощностью 5000 Мвт, средней удельной мощностью ~ 3500 Мвт/м³ и объемной удельной теплоемкостью $\rho_c c_p = 480$ ккал/м³°К, что примерно соответствует активной зоне с пористостью 50% (для пропускания газового рабочего тела во время работы реактора). Расчеты показывают, что начальная скорость возрастания температуры спустя 1 сек после выключения такого реактора, примерно равная скорости в момент выключения, при условии что реактор перед выключением проработал 5 мин, равна $dT_c/dt_0 = 100^\circ\text{К/сек}$. При отсутствии охлаждения реактора его температура возрастет на величину $T_c - T_0 = 1400^\circ\text{К}$ через 30 сек после выключения.

Из вышесказанного ясно, что для решения проблем радиационной безопасности людей на летательных аппаратах с ядерным источником энергии или вблизи него потребуется использование защитного материала. Хотя это и усложняет в какой-то мере применение ядерных источников энергии для летательных двигателей систем, защита, необходимая для ракет и космических кораблей, может быть составной частью защиты, необходимой для предохранения экипажа от естественных излучений в космическом пространстве, и поэтому ее не следует рассматривать исключительно как мертвый вес, связанный с ядерной двигательной системой. Для ядерных самолетов с людьми на борту необходимость обеспечения их защиты определяет сравнительно высокий уровень эффективности реактора и является основным источником чрезвычайной трудности конструирования такого самолета.

5.2. ОСЛАБЛЕНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Количественные оценки защиты связаны с необходимостью расчета ослабления и поглощения излучения веществом. Точный расчет этих эффектов чрезвычайно сложен и часто даже невозможен, поэтому приходится использовать некоторые простые приближенные методы расчета, которые оказались практически ценными. Для понимания условий применимости этих методов определим сначала механизмы взаимодействия излучения с веществом. В противоположность принятому в предыдущем разделе предположению о точечных источниках здесь надо рассматривать область источников, имеющую конечную (т. е. отличную от нуля) протяженность. Как и прежде, рассматриваем взаимодействие с веществом только быстрых нейтронов и γ -квантов. Энергия тепловых нейтронов обычно пренебрежимо мала, и, как мы увидим, защита, достаточная для ослабления потока быстрых нейтронов, намного лучше ослабляет и потоки тепловых нейтронов.

5.2.1. Физическая картина механизмов взаимодействия излучения с веществом. Проблема защиты реактора сводится к достижению трех эффектов: замедлению утекающих быстрых нейтронов, захвату замедленных (термализованных) нейтронов и тепловых нейтронов утечки и к поглощению разных видов γ -излучения, как непосредственно испускаемого реактором, так и испускаемого в результате наведенной активности, возникающей при взаимодействиях нейтронов с веществом в области источника. Рассмотрим эти три эффекта в том порядке, как они перечислены.

Механизм термализации быстрых нейтронов при упругих соударениях с атомами вещества, имеющего низкий

атомный вес, был уже подробно описан в гл. 4 в разделе, посвященном замедлению нейтронов. Для замедления образованных при делении нейтронов со средней энергией ~ 2 Мэв лучшими являются такие материалы, которые содержат большую долю водорода ($A=1$). Однако поперечное сечение рассеяния водорода и большинства веществ с малым A становится довольно малым (приближается к геометрическому поперечному сечению) при приближении энергии нейтрона к верхней границе энергетического спектра нейтронов деления (т. е. при 10 Мэв и выше). Чистоводородный материал будет замедлять эти наиболее высокоэнергетические

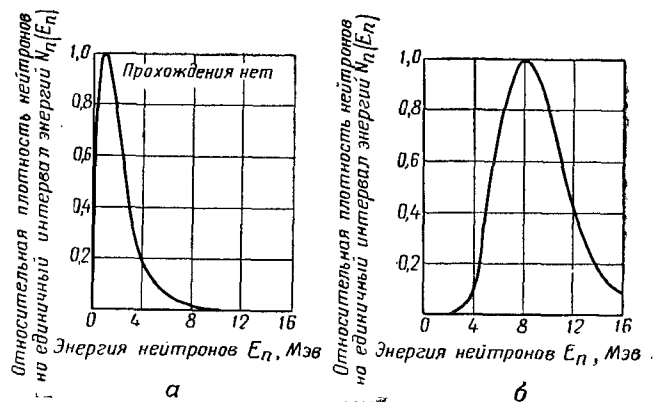


Рис. 5.2. а — поток нейтронов утечки с энергетическим спектром деления, б — спектр нейтронов утечки, вылетевших из источника деления и прошедших без столкновений через водородсодержащий материал защиты. В этом случае глубина проникновения равна шести длинам свободного пробега в водороде

нейтроны исключительно медленно, т. е. с большими длинами проникновения по сравнению с уменьшением потока нейтронов при энергиях ниже примерно 1 Мэв. Вследствие этого энергетический спектр не испытавших столкновений нейтронов утечки на выходе из реактора приблизительно совпадает со спектром нейтронов деления, показанным на рис. 5.2, а. После прохождения нейтронами в материале водородной защиты расстояния в несколько средних длин свободного пробега по отношению к рассеянию спектр оказывается смещенным к области энергий нейтронов, испытавших сравнительно мало столкновений (рис. 5.2, б). Таким образом, наблюдается относительное уменьшение числа нейтронов в области высоких надтепловых энергий и в нижней части области энергий нейтронов деления и увеличение относительной значимости в потоке утечки высокоэнергетических нейтронов. Так как радиационная мощность дозы от нейтро-

нов утечки в значительной степени определяется энергией потока нейтронов [формула (5.8)], то наряду с уменьшением потока нейтронов с более низкими энергиями весьма важно уменьшить и этот поток не испытавших столкновений высокоэнергетических нейтронов. Это легче всего выполнить, используя явление неупругого рассеяния.

Энергия, необходимая для удаления нуклона из большинства ядер, составляет примерно 7—8 Мэв. Однако при захвате нейтрона любым ядром, как правило, возникает новое ядро в возбужденном состоянии с энергией возбуждения, достаточной для испускания вновь того же или другого нейтрона. Такое взаимодействие при испускании вновь нейтрона с той же энергией в системе центра масс, что и энергия падающего нейтрона, будет являться упругим рассеянием. Испускание нейтрона с более низкой энергией называется неупругим рассеянием. При неупругом рассеянии ядро отдачи остается в возбужденном состоянии, из которого оно может перейти в свое основное состояние, претерпевая распад с испусканием β - или γ -излучения. Ясно, что, для того чтобы произошло неупругое рассеяние, падающий нейтрон должен обладать кинетической энергией, по крайней мере равной энергии возбуждения наименьшего возбужденного состояния остаточного ядра. По принципам классической физики, это низшее возбужденное состояние должно было бы обладать энергией, лишь на бесконечно малую величину превышающей энергию основного состояния. Однако вследствие квантовомеханической природы физического мира низшие возбужденные состояния промежуточных и тяжелых ядер обладают энергиями, превышающими соответствующие энергии основных состояний на величину от 0,1 до 1 Мэв. Кроме того, было найдено, что вероятность неупругого рассеяния быстро растет с ростом энергии нейтрона, если она превышает наименьшую энергию возбуждения. В результате этого получается, что неупругое рассеяние весьма существенно для замедления только нейтронов с энергиями, превышающими среднюю энергию нейтронов деления. Следовательно, для защиты от этих сверхбыстрых нейтронов необходимо наряду с водородным материалом включить в защиту также и вещество, хорошо обеспечивающее неупругое рассеяние. Исследования в области теоретической и экспериментальной ядерной физики показали, что энергия возбуждения низшего возбужденного состояния ядер уменьшается с увеличением массового числа, так что тяжелые ядра намного лучше для неупругих рассеяний, чем легкие [например, ядро атома кислорода ($A=16$) в первом возбужденном состоянии обладает энергией, на 6 Мэв превышающей энергию основного состояния]. Чтобы защита хорошо замедляла нейтроны, она должна включать в себя некоторое количество свинца, железа

или вольфрама, что позволит быстро снизить энергию быстрых нейтронов до $\sim 0,5$ Мэв, после чего процесс дальнейшего замедления нейтронов будет осуществляться водородсодержащим материалом.

Если в системе часть защиты, содержащая водород, будет содержать поглотители тепловых нейтронов, то на любой глубине внутри защиты, по существу, вся нейтронная мощность дозы будет обусловлена еще неослабленными быстрыми нейтронами с энергией от 6 до 11 Мэв (пик в распределении числа нейтронов на рис. 5.2, 6). Нейтроны могут быть эффективно выведены из этого быстрого пучка одним или несколькими упругими столкновениями, приводящими к увеличению эффективной длины пути из-за изменения направления движения, или единичным неупругим столкновением с соответствующей большой потерей энергии. Таким образом, для первого грубого приближения можно принять полное макроскопическое поперечное сечение взаимодействия Σ_{tot} для нейтронов в этой высокоэнергетической области как меру защитной способности тяжелых материалов, используемых в составе водородсодержащей защиты для ослабления потока быстрых нейтронов. Микроскопические поперечные сечения взаимодействия при высоких энергиях приближаются к геометрическим поперечным сечениям, т. е. к физическим размерам ядер (гл. 4). Поскольку радиусы ядер примерно пропорциональны величине $A^{1/3}$ [формула (4.2)], то полное макроскопическое поперечное сечение быстрых нейтронов примерно пропорционально величине $NA^{2/3}$, где N — количество тяжелых ядер в 1 см^3 . Эта ядерная плотность при заданной толщине защиты прямо пропорциональна отношению массы материала к его атомному номеру, так что эффективное макроскопическое поперечное сечение на единицу массы пропорционально $A^{-1/3}$, т. е. материалы с более низкими A и малыми плотностями лучше защищают от быстрых нейтронов на единицу массы, чем очень плотные материалы с большими A ; это верно при условии, что рассматриваемые материалы имеют достаточно большую плотность и что эти материалы используются вместе с водородсодержащей защитой, обеспечивающей термализацию нейтронов. Для эффективности защиты распределение материала не играет роли, но если надо добиться минимальной массы защиты, то необходимо учитывать наведенное γ -излучение, возникающее при захвате быстрых нейтронов, и соответствующее увеличение массы защиты при использовании распределенной защиты, обеспечивающей неупругие рассеяния. Конечно, масса защиты имеет важное значение только для летательных аппаратов; для стационарных систем нет особого смысла искать минимум массы защиты.

После замедления быстрых нейтронов необходимо осуществить их поглощение. Почти все материалы обладают достаточно большими для этой цели поперечными сечениями поглощения тепловых нейтронов Σ_a^{th} . Однако во многих из них после поглощения нейтронов возникают возбужденные ядра, которые испытывают распад с испусканием β -частиц или γ -излучения с относительно высокой проникающей способностью. Использование в защите таких материалов в областях с высоким потоком тепловых нейтронов фактически усложняет задачу, так как при этом возникает большой поток γ -излучения, для ослабления которого, в свою очередь, тоже требуется защита. Это чрезвычайно трудная проблема, так как в результате таких реакций γ -кванты возникают в далеких внешних слоях защиты вне области, где размещены защитные материалы для ослабления начального излучения, испускаемого самим источником, и значительная часть защитных материалов не оказывает существенного влияния на ослабление этого вторичного излучения. Чтобы преодолеть это, необходимо в водородсодержащей защите распределить такой материал, в котором реакции захвата нейтронов отключаются от реакции (n, γ) . Одним из таких материалов является естественный бор, который обладает большим микроскопическим поперечным сечением захвата тепловых нейтронов и ядра которого в возбужденном состоянии (после захвата нейтрона в B^{10}), испуская α -частицы, превращаются в ядра лития. В настоящее время бор обычно используется в защите реакторов в виде водных растворов (буры или борной кислоты), прессованного карбида B_4C или в виде смеси карбида бора с алюминиевым порошком, находящейся между алюминиевыми листами. Он также может быть использован в виде раствора или суспензии в углеводородах, если такие смеси представляют интерес как водородсодержащий компонент защиты. Другим возможным материалом является литий. При делении ядра, возникающего после поглощения нейтрона ядром Li^6 , получаются α -частица и тритон. Энергия α -частиц, образованных в обеих этих реакциях, и слабого β -излучения, испускаемого при распаде тритона, поглощается в материале в непосредственной близости от места их образования и поэтому не приводит к дополнительной радиационной опасности. Поперечные сечения поглощения тепловых нейтронов (с энергией $0,025\text{ эв}$) для этих и некоторых других материалов, представляющих интерес для нейтронов защиты, приведены в табл. 5.4. Там же приведены данные по вторичным излучениям, испускаемым в результате захвата нейтронов.

Процесс поглощения γ -излучения довольно сложен по сравнению с простым, по существу, процессом замедления и последующего захвата тепловых нейтронов. Для ослабления

Таблица 5.4

Данные по захвату нейтронов некоторыми материалами защиты

Материал	Распространенность, %	Поперечное сечение активации* σ_{act} , барн/атом	Реакция	Радиоактивный продукт		
				изотоп	период полураспада	вид радиоактивного распада и энергия распада**, Мэв
H ¹	99,985	0,33	(n, γ)	H ² —D	Очень мал	γ : 2,23
H ²	0,015	$5,7 \cdot 10^{-4}$	(n, γ)	H ³ —T	12 лет	β : 0,018
Li ⁶	7,5	945	(n, α)	H ³ —T	»	β : 0,018
Li ⁷	92,5	0,033	(n, γ)	Li ⁷	0,9 сек	β : 13,4; γ : 6,3
Be ⁹	100	0,009	(n, γ)	Be ¹⁰	$2,7 \cdot 10^6$ лет	β : 0,56; γ : 3,37; 6,3
B ¹⁰	18,8	4000	(n, α)	Li ⁷	Очень мал	γ : 0,478
B ¹¹	81,2	$< 0,05$	(n, γ)	B ¹²	0,03 сек	β : 13,4; γ : 4,5
Al ²⁷	100	0,21	(n, γ)	Al ²⁸	2,3 мин	β : 2,86; γ : 1,78
Fe ⁵⁸	0,31	0,9	(n, γ)	Fe ⁵⁹	47 суток	β : 0,46; γ : 0,26; 1,3; 1,1
Co ⁵⁹	100	20	(n, γ)	Co ⁶⁰	5,3 года	β : 0,31; γ : 1,33, 1,17
Ni ⁶⁴	1,2	2,6	(n, γ)	Ni ⁶⁵	2,6 час	β : 2,1, 1,0, 0,6
Cd ¹¹³	12,3	27 000	(n, γ)	Cd ¹¹⁴	Очень мал	γ : 1,5, 1,1, 0,4
W	100	19,2	(n, γ)	***	От нескольких секунд до 140 суток	γ : 1—5 Мэв
Pb	100	0,17	(n, γ)	***	От нескольких секунд до 20 лет	γ : 3—7 Мэв

* Для тепловых нейтронов ($1/40$ эв).** Средняя энергия β -излучения составляет около 0,4 от максимальной.

*** Естественная смесь; изотопы с большим количеством нейтронов, получающиеся в возбужденных состояниях.

γ -излучения представляют интерес три основных механизма взаимодействия: фотоэлектрический эффект, комптоновское рассеяние и образование пар. Относительная роль этих трех эффектов в ослаблении γ -излучения в воздухе и свинце показана на рис. 5.3.

Фотоэлектрический эффект является процессом истинного поглощения. Падающий на атом γ -квант с энергией, превышающей энергию связи хотя бы одного из атомных электронов, взаимодействуя с электронной структурой, выталкивает электрон из атома. Полученный таким образом электрон быстро теряет свою энергию при электрических взаимодействиях с атомами в близлежащем материале, а рассеянная энергия появляется в виде тепла. Оставшаяся после выброса фотоэлектрона дырка в электронной структуре атома заполняется при переходе на вакантный уровень одного из внешних электронов, в результате чего испускается один или несколько низкоэнергетических квантов. Энергия этих квантов,

как правило, значительно меньше энергии первоначально падающего на атом γ -кванта, и они поглощаются в защите на сравнительно коротком расстоянии. Вероятность фотоэлектрического эффекта зависит от атомного номера поглотителя и энергии падающего кванта и примерно пропорциональна величине Z^{-4}/E^3 . Быстрое снижение вероятности с ростом энергии получается из условия сохранения количества движения при квантовоэлектронном обмене в электрическом поле атома. Из рис. 5.3 видно, что фотоэлектрический эффект дает сравнительно малый вклад в поглощение γ -кван-

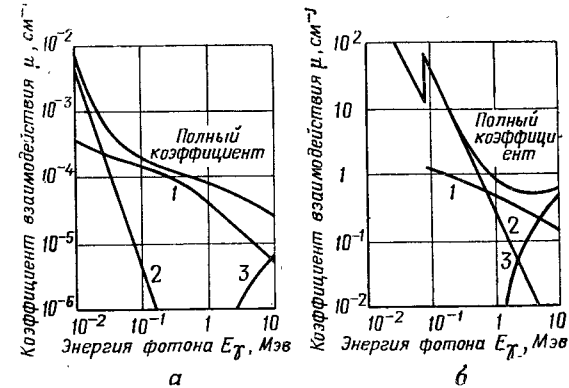


Рис. 5.3. Относительная роль трех основных механизмов взаимодействия γ -квантов с веществом: а — воздух, б — свинец; 1 — комптоновское рассеяние, 2 — фотоэлектрический эффект, 3 — образование пар

тов в свинце (и в других тяжелых поглотителях) при энергиях выше чем примерно $1/2$ Мэв, но его роль возрастает при уменьшении энергии. Почти никакой роли он не играет при поглощении в воздухе или в других поглотителях с низким атомным номером.

В отличие от фотоэлектрического эффекта ослабление потока квантов при комптоновском рассеянии не приводит к поглощению первоначального кванта. Комптоновский эффект представляет собой процесс рассеяния, в котором изменяется направление движения падающего кванта при его взаимодействии (столкновении) с одним из электронов материала защиты, находящимся в связанном состоянии в атоме или в свободном состоянии. При этом взаимодействии сохраняется энергия и количество движения, и отклонение кванта от его начального пути приводит в лабораторной системе координат к потере или приобретению электроном энергии. Применяя законы сохранения энергии и количества движения, находим, что энергия рассеянного фотона E'_γ следующим

образом зависит от его начальной энергии E_γ и угла рассеяния φ :

$$\frac{E_\gamma^1}{E_\gamma} = \frac{m_e c^2}{m_e c^2 + E_\gamma (1 - \cos \varphi)}, \quad (5.16)$$

где $m_e c^2$ — эйнштейновская энергия покоя электрона ($\sim 0,51$ Мэв), появление которой связано с использованием релятивистской формы уравнений сохранения количества движения и полной энергии (фотон не имеет массы покоя и движется со скоростью света, а рассеянный электрон может унести энергию, в несколько раз превышающую собственную энергию покоя). Рассеянный электрон вновь теряет свою энергию при взаимодействии с близлежащими материалами в защите. Рассеянный квант продолжает свое движение через защиту, но теперь уже с меньшей энергией и в новом направлении, отличном от начального. Именно из-за этого изменения энергии и направления возникает большинство трудностей при расчете ослабления γ -излучения. Вероятность взаимодействия посредством комптоновского эффекта, очевидно, прямо пропорциональна полной электронной плотности в защите и, таким образом, приблизительно пропорциональна атомному номеру материала защиты. Квантовомеханические расчеты показывают, что поперечное сечение этого взаимодействия в области энергий от нескольких Мэв и выше примерно обратно пропорционально энергии падающего кванта. Таким образом, вероятность взаимодействия для комптоновского эффекта приблизительно пропорциональна величине Z/E_γ . Относительная роль этого эффекта также показана на рис. 5.3, из которого видно, что комптоновский эффект является преобладающим взаимодействием как в легких, так и в тяжелых материалах в области энергий, представляющей наибольший интерес для расчета ослабления γ -излучения, образующегося в процессе деления или в реакциях (n, γ), наведенных нейтронами деления или синтеза.

Третий, как и первый процесс представляет собой истинное поглощение. Здесь вся энергия падающего кванта расходуется на создание электронной пары электрон—позитрон и ее ускорение в электрическом поле атома. Как и в случае фотоэлектрического эффекта, это может происходить только в поле атома, так как сохранение количества движения требует присутствия третьего тела, способного принять часть количества движения в этом процессе. Образовавшиеся частицы теряют энергию, взаимодействуя с окружающим веществом; каждый позитрон рекомбинирует с электроном в реакции аннигиляции, приводящей к образованию двух γ -квантов с энергиями, как правило незначительно превышающими энергию покоя электрона $m_e c^2$. Такое γ -излучение

быстро ослабляется в большинстве материалов защиты. Вероятность взаимодействия с образованием пар пропорциональна величине $Z^2 (E_\gamma - 2m_e c^2)$, где $2m_e c^2$ — пороговая энергия этого процесса, так как для образования двух частиц с массой покоя m_e необходим определенный расход энергии. Таким образом, видно, что роль образования пар возрастает с ростом атомного номера и с ростом энергии падающего γ -кванта. Как видно из рис. 5.3, образование пар дает более чем половинный вклад в полный коэффициент поглощения в свинце квантов с энергией, превышающей 5 Мэв, хотя для воздуха этот вклад незначителен во всей области энергий, представляющих для нас наибольший интерес.

Из выражений, которые приблизительно пропорциональны вероятностям трех механизмов ослабления γ -излучения, понятно, почему материалы с большими Z (такие, как свинец, железо и вольфрам), как правило, представляют больший интерес для защиты от γ -излучения, чем материалы с низкими Z и низкими A , которые были найдены наиболее полезными для термализации нейтронов. Счастливым случаем является то, что эти материалы с высокими Z для защиты от γ -излучения желательны также для ослабления с помощью неупругих рассеяний, образующихся в ядерных реакциях очень быстрых нейтронов.

В табл. 5.5 приведена сводка всех рассмотренных выше физических механизмов ослабления нейтронов и квантов для основных видов излучения, испускаемого в реакциях деления или синтеза.

5.2.2. Упрощенная теория и приближенные методы. Из табл. 5.5 и предыдущего рассмотрения оказывается, что комптоновское рассеяние приблизительно аналогично замедлению нейтронов в исследовании статистики реактора, тогда как образование пар и фотоэлектрический эффект соответствуют явлениям поглощения нейтронов, но с выделением энергии. Из этой аналогии и из того факта, что γ -лучи образуются в ядерных реакциях с очень широким спектром энергий, очевидно, что точный анализ прохождения и поглощения γ -лучей почти столь же сложен, как и точный анализ нейтронной статистики, с той только отличительной чертой, что пространственное распределение источников γ -лучей не зависит от распределения поглотителей γ -лучей, как это имеет место для нейтронов в реакторе деления. В принципе пространственное и энергетическое распределение γ -излучения и плотности его поглощения может быть вычислено, исходя из известного распределения источников первичных γ -лучей и нейтронов с применением точных теоретических выражений для образования вторичных квантов, а также ослабления и поглощения потока квантов в результате трех процессов, приведенных в табл. 5.5. К сожалению, точные теоретические выражения существуют

Таблица 5.5.

Сводка механизмов ослабления излучений

Тип излучения	Механизм ослабления	Описание процессов ослабления и поглощения	Величины, определяющие ослабление и поглощение
Тепловые нейтроны	Захват	Захват нейтронов материалами с большим поперечным сечением поглощения	\sum_a^{th}
Быстрые нейтроны	Термализация (замедление)	Неупругое рассеяние тяжелыми материалами с последующим замедлением легкими материалами и захватом	$\sum_r^f \approx \sum_{tot}^f$ (при $E = 8 \text{ МэВ}$)
γ -кванты	Фотоэлектрический эффект	Поглощение кванта с выбросом атомных электронов (β -излучение)	Z^4/E_γ
	Комптоновский эффект	Рассеяние кванта электронами и образование β -излучения	Z/E_γ
	Образование пар	Поглощение кванта в процессе образования пар в поле атома, что приводит к образованию β -излучения	$Z^2(E_\gamma - 2m_e c^2)$

не для всех процессов, и даже имеющиеся точные выражения, так же как и их лучшие приближения, приводят к очень сложным аналитическим задачам, которые решаются на вычислительных машинах.

Простейшее приближение, которое можно сделать для вычисления поглощения γ -лучей, заключается в том, что результирующий поток моноэнергетического пучка излучения убывает с удалением от источника экспоненциально

$$I(r) = I_0 e^{-r/\lambda}, \quad (5.17)$$

где I_0 — интенсивность потока, испускаемого источником; λ — длина релаксации рассматриваемого излучения в материале. Если для γ -излучения при вычислении $\lambda = 1/\mu$ использовать полный (для всех процессов) коэффициент взаимодействия μ , то расчет интенсивности γ -лучей по формуле (5.17) будет справедлив для любых расстояний только для узкоколлимированного пучка лучей и при условии, что взаимодействия происходят таким образом, что все рассеянные (в результате комптоновского эффекта) кванты выводятся из пучка. Эти сравнительно нереальные ограничения на самом деле довольно хорошо выполняются для очень тонких поглотителей ($r \ll \lambda$), а для большинства рассматриваемых систем защиты они далеки от истины. Если же включить в выражение (5.17) обратную пропорциональность квадрату

расстояния, то можно записать его в виде следующей формулы для чистого поглощения излучения, испускаемого точечным источником (γ -излучения или быстрых нейтронов), в трехмерном пространстве:

$$I(r) = \frac{I_0 e^{-r/\lambda}}{4\pi r^2}. \quad (5.18)$$

Прежде чем применить формулу (5.18) к расчету ослабления γ -лучей, надо заметить, что в формулах (5.17) и (5.18) в основном не учтен эффект возрастания потока низкоэнергетических квантов сверх имеющегося при взаимодействиях чистого поглощения. Это возрастание происходит вследствие комптоновского рассеяния и приводит к тому, что процесс распространения фотонов выглядит скорее как диффузионное размытие, характеризуемое зависимостью $1/r$, где r — расстояние от точечного источника, с экспоненциальным ослаблением, чем как чисто геометрическое разбрасывание, характеризуемое зависимостью $1/r^2$ в формуле (5.18), с таким же ослаблением. Краткое рассмотрение этой проблемы показывает, что этот переход к диффузионному поведению становится доминирующим в защитах, толщина которых превышает несколько длин релаксаций или несколько длин свободного пробега по отношению к квантовоэлектронному взаимодействию. Поскольку удобно сохранить форму коэффициента геометрического ослабления в виде формулы (5.18), то влияние рассеянного излучения обычно учитывается с помощью множителя $B(\mu r)$, называемого фактором накопления. При наличии его на расстояниях $r \gg \lambda$ или $\mu r \gg 1$ функциональная зависимость становится зависимостью типа диффузионного распространения (т. е. больше следует закону $1/r$, чем закону $1/r^2$). Простейший вид такого фактора накопления представляется формулой

$$B(\mu r) = 1 + \mu r. \quad (5.19)$$

Комбинируя это выражение с формулой (5.18), получим следующее выражение для интенсивности моноэнергетического γ -излучения, исходящего из точечного источника с мощностью I_0 :

$$I_\gamma(r) = \frac{I_0 (1 + \mu r) e^{-\mu r}}{4\pi r^2}. \quad (5.20)$$

Здесь поток излучения и результирующий ток, исходящие из источника, идентичны, так как излучение источника рассматривается как распространяющееся нормально к сферической поверхности в произвольной точке r .

Поскольку при вычислении доз радиации на далеких расстояниях от источника можно использовать приближение точечного источника, то на основании формулы (5.20) можно

заклЮчить, что в формулы (5.6) и (5.15) должны быть включены коэффициенты ослабления вида

$$A_s = \frac{e^{\mu_r r}}{1 + \mu_r} \quad (5.21)$$

для каждого из материалов, находящихся между точкой наблюдения и источником.

Основная формула (5.18) применима также и к оценке потоков утечки быстрых нейтронов. Здесь, как и для γ -излучения, замечаем, что формула (5.18) не учитывает перехода

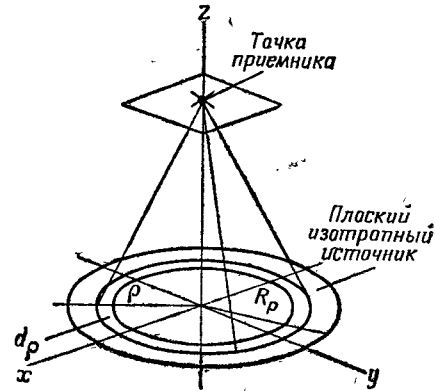


Рис. 5.4. Геометрическая картина для интегрирования по протяженному плоскому круговому источнику, испускающему γ -излучение с изотропным распределением по углам

к диффузионному размытию, которое имеет место в действительности вследствие образования низкоэнергетических нейтронов при упругих и неупругих рассеивающих столкновениях нейтронов первоначального луча. Принципиально этот эффект может быть учтен с помощью фактора накопления для быстрых нейтронов, аналогичного фактору накопления для γ -лучей, даваемому формулой (5.19). Однако если включить в защиту достаточное количество водородсодержащего материала и поглотителей тепловых нейтронов (т. е. B^{10}) для защиты от потока ниже нескольких Мэв, то неупруго рассеянные нейтроны будут эффективно выводиться из пучка и тогда можно прийти к убеждению о правомерности применения формулы (5.18) в том виде, как она приведена выше. Экспериментально было найдено, что эффективное поперечное сечение выведения Σ_r^f , которое дает правильную степень ослабления пучка быстрых нейтронов, приблизительно равно

$$\Sigma_r^f \approx \frac{2}{3} \Sigma_{tot}^f \text{ при } E = 8 \text{ Мэв.} \quad (5.22)$$

Для быстрых нейтронов формулу (5.18) можно записать в виде

$$I_n^f(r) = \frac{I_{n_0}^f e^{-r \Sigma_r^f}}{4\pi r^2}. \quad (5.23)$$

Ранее использованное приближение точечного источника неприменимо для вычисления интенсивности излучения и по-

глощения его в точках, близких к источнику конечных размеров. Тем не менее формулы (5.20) и (5.23) могут быть использованы как подынтегральные функции (функции Грина) для определения интенсивности излучения γ -лучей и нейтронов от протяженных источников.

Рассмотрим сначала плоский поверхностный источник радиуса R_p , расположенный в плоскости xy , как это показано на рис. 5.4. Если в точке на оси z на расстоянии r от бесконечно малого изотропного поверхностного источника мощностью S_0 на единицу площади, расположенного на расстоянии ρ от начала координат, дифференциальный поток излучения $dI_p(r)$ дается функцией $G(r)$ (пока неопределенной) согласно соотношению

$$dI_p(r) = S_0 G(r) dA(\rho) = S_0 G(r) 2\pi \rho d\rho, \quad (5.24)$$

то полный поток излучения в точке изотропного детектирования равен интегралу по всей площади источника:

$$I_p(r) = 2\pi S_0 \int_0^{R_p} G(r) \rho d\rho. \quad (5.25)$$

Поскольку $r^2 = \rho^2 + z^2$, где z — толщина защиты, то для каждого фиксированного значения z можно заменить переменную интегрирования на r и переписать формулу (5.25) в следующем виде:

$$I_p(z) = 2\pi S_0 \int_z^{\sqrt{z^2 + R_p^2}} G(r) r dr. \quad (5.26)$$

Если поверхностный источник в плоскости xy имеет бесконечную протяженность, то верхний предел равен бесконечности и

$$I_p(z) = 2\pi S_0 \int_z^\infty G(r) r dr. \quad (5.27)$$

Проделав подобные выкладки для сферического поверхностного источника радиуса R_s , находим, что поток излучения на расстоянии r от центра сферы равен разности между величинами интенсивности излучения от двух бесконечно протяженных плоских источников, умноженной на геометрический коэффициент. Результат этих выкладок таков:

$$I_s(r) = \frac{R_s}{r} [I_p(r - R_s) - I_p(r + R_s)]. \quad (5.28)$$

Если сферический поверхностный источник велик по сравнению с длиной релаксации в материале источника (т. е.

$R_s \gg \lambda_s = 1/\mu_s$, то второй член в правой части формулы (5.28) окажется малым в сравнении с первым, и для потока излучения можно написать следующее приближенное выражение:

$$I_s(r) \approx \frac{R_s}{r} I_p(r - R_s) = 2\pi S_0 \frac{R_s}{r} \int_{r-R_s}^{\infty} G(\rho) \rho d\rho, \quad (5.29)$$

где теперь ρ — переменная интегрирования. Аналогично для потока излучения на расстоянии r от оси бесконечно длинного цилиндрического поверхностного источника радиуса R_c получается следующая приближенная формула:

$$I_c(r) \approx \sqrt{\frac{R_c}{r}} I_p(r - R_c) \approx 2\pi S_0 \sqrt{\frac{R_c}{r}} \int_{r-R_c}^{\infty} G(\rho) \rho d\rho. \quad (5.30)$$

Функция $G(\rho)$ в материале защиты толщиной ρ , заполняющей пространство между источником и детектором, определяется формулой (5.20) для γ -излучения и формулой (5.23) для быстрых нейтронов.

Проводя необходимое интегрирование по формулам (5.29) и (5.30) с этими подынтегральными функциями, получим для γ -излучения и для быстрых нейтронов

$$\begin{aligned} \frac{I_p(r)}{2\pi S_0} &= \int_r^{\infty} G(\rho) \rho d\rho = \int_r^{\infty} \frac{(1 + \mu r) e^{-\mu r}}{4\pi r} dr = \\ &= [E_1(\mu r) + e^{-\mu r}] \frac{1}{4\pi}; \end{aligned} \quad (5.31)$$

$$\frac{I_p(r)}{2\pi S_0} = \int_r^{\infty} \frac{e^{-r\Sigma_r^f}}{4\pi r} dr = E_1(r\Sigma_r^f) \frac{1}{4\pi}. \quad (5.32)$$

Символом $E_1(\mu r)$ обозначена первая интегро-экспоненциальная функция, определяемая следующим образом:

$$E_1(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy, \quad (5.33)$$

причем для $x > 12$ $E_1(x) \approx e^{-x}/x$; для $x < 0,1$ $E_1(x) \approx \ln 1/x - 0,577$. Значение $E_1(x)$ при $0,1 < x < 12$ иллюстрируется рис. 5.4, а. В формулах (5.31) и (5.32) под величиной r понимается расстояние от поверхностного источника, которое в отдельных случаях может быть равно $r - R_s$ или $r - R_c$.

Остается только установить, в каком отношении найдутся полученные выше результаты к излучению, исходящему из объемно распределенного (а не поверхностного) источника, что соответствует действительности в любой ядерной энергетической установке. Это может быть сделано, как и выше, интегрированием излучения, обязанного дифференциальному элементу источника излучения, по всему объему источника с учетом эффекта экспоненциального ослабления потока в самом источнике согласно формуле (5.18). Не приводя этого интегрирования, отметим, что результат сравнительно прост. Если размер источника (радиус и пр.) значительно больше длины релаксации λ_0 для излучения, то эквивалентная мощность излучающего во всех направлениях поверхностного источника S_0 , соответствующая излучению, исходящему из распределенного источника с постоянной объемной мощностью K_0 , равна

$$S_0 = \lambda_0 K_0. \quad (5.34)$$

Интенсивность потока утечки поверхностного источника, испускаемого вне объемного источника, равна половине этой величины:

$$I_0 = \frac{S_0}{2} = \frac{1}{2} \lambda_0 K_0. \quad (5.35)$$

Это поверхностное излучение на самом деле не является изотропным; оно преимущественно направлено вперед. Его истинное угловое распределение размывается из-за рассеяний при прохождении через толстые слои защиты, но нет необходимости рассматривать его здесь. Сравнение формулы (5.35) с формулами (5.31) и (5.32) показывает, что в таком случае интегралы ослабления могут быть записаны для γ -излучения и для быстрых нейтронов в следующем виде:

$$\frac{I_p(r)}{I_0} = E_1(\mu r) + e^{-\mu r}, \quad (5.36)$$

$$\frac{I_p(r)}{I_0} = E_1(r\Sigma_r^f) = E_1\left(r \frac{2}{3} \Sigma_{tot}^f\right), \quad (5.37)$$

а мощности источника согласно формуле (5.35) для γ -излучения и для быстрых нейтронов, вылетающих из поверхности, ограничивающей область энерговыделения, должны составлять:

$$I_{\gamma_0} = \frac{K_{0\gamma}}{2\mu_0}; \quad (5.38)$$

$$I_{n_0} = \frac{K_{n_0}}{2\Sigma_r^f} = \frac{3K_{n_0}}{4\Sigma_{tot}^f}. \quad (5.39)$$

Формула (5.38) вполне удовлетворительна для использования при анализе утечки γ -излучения, но для утечки быстрых нейтронов из области делений по теории возраста Ферми (гл. 4) было получено лучшее, чем (5.39), выражение, а именно определение вероятности утечки быстрых нейтронов $(1 - e^{-B_m^2 \tau_{th}})$. В реакторе деления с помощью P_r неослабленный энергетический поток быстрых нейтронов определяется формулами (5.2) и (5.3). Исходя из этого, для мононаправленного потока, быстрых нейтронов, вылетающих из сферической или равносторонней цилиндрической активной зоны реактора с радиусом R_c ,

$$I_{n_0} = (1 - e^{-B_m^2 \tau_{th}}) \frac{\bar{E}_n P_r N_n}{4\pi R_c^2 E_r}. \quad (5.40)$$

Сравнение формул (5.40) и (5.8) показывает, что в коэффициент ослабления следует включить вероятность утечки быстрых нейтронов

$$B_s = (1 - e^{-B_m^2 \tau_{th}})^{-1}, \quad (5.41)$$

которая была записана ранее в выражениях для мощности дозы.

Объемная плотность источника γ -излучения определяется из скорости делений и величины энергии γ -излучения $E_{\gamma F}$, испускаемого при одном делении. Поскольку скорость деления равна мощности реактора, деленной на величину выделяемой при одном делении энергии E_{rF} , то для равномерного распределения удельной мощности в активной зоне реактора можно записать мощность источника γ -излучения в следующем виде:

$$K_{0\gamma} = \frac{E_{\gamma F}}{E_{rF}} \cdot \frac{P_r}{V_c}, \quad (5.42)$$

где V_c — объем активной зоны реактора.

Используя ранее приведенные выражения для $E_{\gamma F}$ и E_{rF} , получим для случая, когда активная зона представляет собой равносторонний цилиндр радиусом R_c , следующую формулу:

$$K_{0\gamma} = \frac{10(1 + 0,8f_d)}{181(1 + 0,08f_d)} \cdot \frac{P_r}{2\pi R_c^3}. \quad (5.43)$$

5.2.3. Тепловыделение от излучений. При техническом проектировании реакторов и защиты большое практическое значение имеет информация об энерговыделении от всех видов излучения во всех точках — в активной зоне реактора, в отражателе, в конструктивных материалах и в материалах защиты. Исходя из ранее выведенных выражений, оценим вклад от поглощения γ -излучения.

Объемная скорость поглощения энергии K_a при прохождении в материале пучков быстрых нейтронов или γ -лучей равна скорости изменения в материале интенсивности пучка с расстоянием. Эта величина является результирующим током и дается следующим математическим выражением: $-\nabla I(r)$, где $I(r)$ — поток энергии рассматриваемого излучения (см., например, приведенное в гл. 4 обсуждение отличия результирующего тока нейтронов от скалярного потока). Если следовать этому методу, то получим результаты, которые окажутся в основе неверными. Вместо этого обычно для определения плотности поглощения γ -излучения достаточно следующая приближенная формула:

$$K_{a\gamma}(r) = \tau_a I_\gamma(r), \quad (5.44)$$

где τ_a — коэффициент поглощения энергии для рассматриваемого поглощающего материала. Это экспоненциальное ослабление плотности энергии в пучке вида $I_\gamma(r) = I_{\gamma_0} e^{-\tau_a r}$, что в известном смысле правильно. Однако при вычислении потока в пучке для формулы (5.44) предпочтительнее применение выведенных ранее выражений, включающих коэффициент взаимодействия μ , причем разница между τ и μ равна $B(r)$. Коэффициенты поглощения энергии и взаимодействия даются в наиболее удобном виде, нормализованными к плотности рассматриваемого материала защиты. Величины τ и μ имеют размерность обратной длины (например, см^{-1}), т. е. такую же, что и нейтронные макроскопические поперечные сечения, тогда как массовые коэффициенты поглощения τ' и μ' имеют размерность обратной длины, отнесенной к плотности (например, $\text{см}^{-1} \text{ г/см}^3$ или $\text{см}^2/\text{г}$).

С помощью формулы (5.44) можно оценить максимальный и минимальный пределы плотности поглощения энергии γ -излучения в самой активной зоне реактора. Можно полагать (предполагая равномерным распределение удельной мощности источника), что минимальное поглощение энергии будет происходить на границе области источника, где поток γ -квантов по аналогии с потоком быстрых нейтронов будет наименьшим. Из формул (5.34), (5.35) и (5.38) известно, что интенсивность потока γ -излучения на поверхности активной зоны $I_0 = \frac{1}{2} \lambda_0 K_0$, поэтому согласно формулам (5.43) и (5.44) определим плотность поглощения энергии на внешней границе активной зоны:

$$\begin{aligned} K_{0\gamma}(\text{на поверхности}) &= \frac{\tau_a}{2\mu_0} K_{0\gamma} = \\ &= \frac{5(1 + 0,8f_d)}{181(1 + 0,08f_d)} \cdot \frac{P_r}{2\pi R_c^3}. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Максимально возможная плотность тепловыделения от излучения, очевидно, равна той, которая получается в бесконечном реакторе, где скорость поглощения излучения должна быть равна скорости его образования. К этой величине в значительной степени приближается тепловыделение в центре активной зоны, радиус которой велик в сравнении с длиной релаксации:

$$K_{0\gamma} \text{ (в центре)} = K_{0\gamma} = \frac{2\mu_0}{\tau_a} K_{0\gamma} \text{ (на поверхности)}. \quad (5.46)$$

Хотя различие в степени поглощения и мало, однако оно играет важную роль и должно учитываться при техническом проектировании активной

зоны реактора, представляющей собой теплообменник с высокими характеристиками.

Проведенное до сих пор рассмотрение ослабления γ -лучей строго применимо только к распространению моноэнергетических квантов с использованием коэффициентов взаимодействия и поглощения, соответствующих данной энергии γ -лучей. В действительности, однако, источники ядерной энергии испускают γ -лучи в широком диапазоне энергий, и точный расчет защиты требует, чтобы это распределение по энергиям было принято во внимание. Комptonов-

ское рассеяние понижает энергию квантов, а это усложняет аналитический расчет почти так же, как замедление нейтронов усложняет теорию реакторов в сравнении с односкоростным исследованием критичности реактора и поведения в нем нейтронного потока (гл. 4). Как и в случае нейтронной статистики, для расчета прохождения и поглощения γ -лучей можно использовать энергетические группы, разбивая излучение источника на ряд групп квантов с определенной средней энергией. Каждая группа исследуется как моноэнергетическая, и в каждой группе включается свое замедление фотонов в соответствии с отношением величины комptonовского рассеяния к вероятности полного взаимодействия.

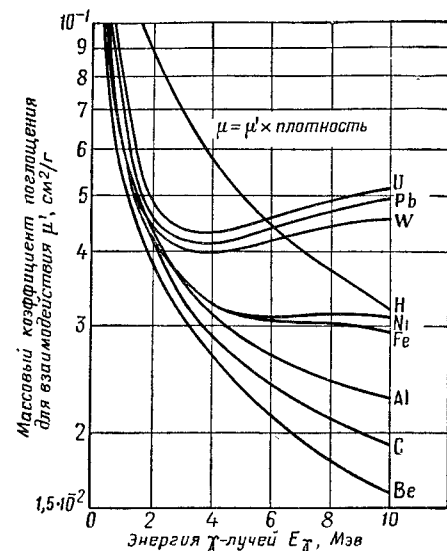


Рис. 5.5. Полный коэффициент взаимодействия для различных материалов

Такого рода расчеты лучше всего проводятся на больших электронных вычислительных машинах.

Несмотря на сложность физических явлений, наблюдаемых при прохождении γ -излучения через вещество, сравнение экспериментального распределения квантов с результатами точного расчета для большого числа проектов реакторов показало, что достаточно хорошие результаты для оценки степени поглощения энергии и толщины защиты могут быть получены при расчетах в предположении, что источник γ -излучения — моноэнергетический (в интервале от 2 до 3 Мэв). Для удобства проведения таких расчетов на рис. 5.5 и 5.6 приведена зависимость массового коэффициента поглощения от энергии γ -квантов для некоторых материалов, представляющих интерес для защиты летательных и (или) наземных систем.

В отличие от такого положения с γ -излучением расчет поглощения энергии от пучков быстрых нейтронов с использованием формул (5.29), (5.30), (5.37) и (5.40) не приводит к ошибочным по своей сущности результатам, так как в формуле (5.37) для ослабления нейтронного потока в основу положено полное эффективное

поперечное сечение выведения $\Sigma_r' = \frac{2}{3} \Sigma_{tot}'$, а не полное поперечное сечение взаимодействия Σ_{tot}' . Эффект рассеяния нейтронов с последующим распространением носителей энергии за пределы точки рассеяния уже принят во внимание, хотя и очень грубо, тем, что при определении поперечного сечения выведения был принят коэффициент $2/3$. Если бы было использовано полное поперечное сечение взаимодействия, то следовало бы в формулу (5.23) включить фактор накопления для нейтронов, как это было сделано для γ -лучей в формуле (5.20). Однако это не было выполнено, так как механизм замедления нейтронов совершенно отличен от механизма уменьшения энергии γ -лучей. Необходимые факторы накопления для нейтронов всегда оказываются значительно меньше, чем $\Sigma_{tot}' r$, даже на больших расстояниях, и удовлетворительное согласие с экспериментом достигается с помо-

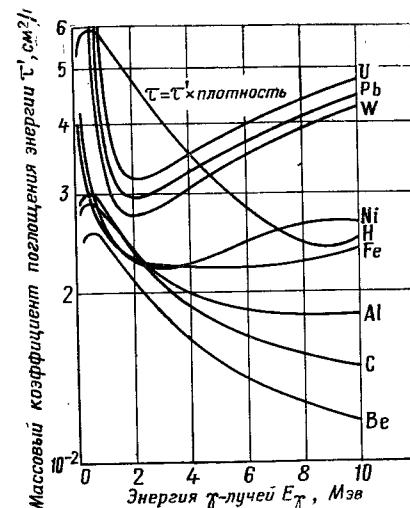


Рис. 5.6. Коэффициент поглощения энергии для различных материалов

щью рассмотренных здесь методов расчета. Значения поперечных сечений выведения быстрых нейтронов для некоторых материалов, представляющих интерес для проектирования защиты, приведены в табл. 5.6.

Таблица 5.6

Эффективные поперечные сечения выведения быстрых нейтронов с энергией 8 Мэв для различных материалов защиты, не содержащих водорода

Материал	Плотность ρ , г/см ³	Поперечное сечение выведения		Σ_f/ρ , см ² /г
		микро- скопическое σ_f , барн/атом	макро- скопическое Σ_f , см ⁻¹	
Воздух на уровне моря	$1,2 \cdot 10^{-3}$	—	$4,7 \cdot 10^{-5}$	0,039
C	1,65	0,82	0,068	0,041
Be	1,84	1,08	0,132	0,072
Обыкновенный бетон	2,3	—	0,0942	0,041
Al	2,73	1,31	—	0,030
Fe	7,8	1,98	0,166	0,021
Bi	9,8	3,49	0,098	0,010
Pb	11,3	3,5	0,115	0,010
W	19,3	3,5	0,221	0,0114
U ²³⁸	18,5	3,64	0,170	0,0092

Для расчета энерговыделения при замедлении и поглощении (с последующим испусканием излучения) быстрых нейтронов методом, аналогичным методу расчета тепловыделения от γ -излучения с использованием формулы (5.44), надо рассматривать Σ_f как коэффициент поглощения энергии быстрых нейтронов, исполняющий ту же роль, какую τ_a выполняет для γ -лучей. Такая выработанная для данного случая методика может применяться всегда, однако она не особенно удовлетворительна, и если имеются результаты многогруппового расчета статистики реактора, то возможно применение лучшего метода расчета. Предположим, что в этих расчетах были использованы k групп нейтронов. Тогда распределение потоков для каждой из групп будет дано в результате расчета реактора. Поскольку скорость выделения энергии от нейтронов в легких элементах обусловлена в основном замедлением быстрых нейтронов, то скорость тепловыделения, обязанная нейтронам i -й группы, может быть вычислена в виде произведения плотности рассеивающих столкновений $\Phi_i(r) \sum s_i(r)$

и средней потери энергии на одно столкновение δE_i . Тогда местная скорость выделения энергии от нейтронов равна

$$K_{an}(r) = \sum_k \Phi_i(r) \sum s_i(r) \delta E_i, \quad (5.47)$$

где суммирование проводится по всем k группам. Потеря энергии на одно рассеивающее столкновение находится из выведенного в гл. 4 [формула (4.73)] выражения для средней логарифмической потери энергии ξ и имеет вид

$$\delta E_i = E_i (1 - e^{-\xi}). \quad (5.48)$$

Для всех материалов, кроме водорода, это выражение может быть приближенно записано как

$$\delta E_i = E_i \left[1 - \exp \left(-\frac{6}{3A+2} \right) \right]. \quad (5.49)$$

Обычно оказывается, что нагрев, вызванный нейтронами, для большинства замедлителей составляет величину того же порядка, что и нагрев от γ -излучения, а в более тяжелых материалах он пренебрежимо мал.

Применение более утонченных, но часто все еще приближенных теоретических методов к расчету произвольного ряда отдельных задач имеет довольно сомнительную ценность, и при предварительном расчете лучшим способом является применение сравнительно простых полумпирических методов, основы которых приведены выше. Для сравнения с теорией и окончательного определения проекта данной защиты всегда следует полагаться на окончательные полноразмерные эксперименты.

Некоторые первые полезные приближения могут быть получены с помощью очень простого набора формул (хотя, по существу, и неточных) для оценки прохождения γ -излучения, выведенных в предположении рассеяния с использованием фактора накопления и экспоненциального ослабления для коллимированных плоских источников. В этих предположениях энергетический поток $I'_p(r)$ на расстоянии r от плоского источника мощностью I_0 дается формулой

$$\frac{I'_p(r)}{I_0} = B(\mu r) e^{-\mu r} = (1 + \mu r) e^{-\mu r} \quad (5.50)$$

вместо более точной формулы (5.36). Эта формула может быть использована для цилиндрического и сферического источников, если применить соответствующие поправочные геометрические множители $R_c/(r - R_c)$ и $[R_s/(r - R_s)]^2$ для учета расширения первоначального линейного пучка. Мощность поверхностного источника, используемого в этом методе оценки, должна быть такой, какая дается формулами (5.38) и

(5.43), и для плотности поглощения энергии принимается, что она выражается приближенной формулой (5.44), как это было выведено ранее. Основным достоинством такого грубого приближения является исключение интегральной экспоненты. Применяя формулу (5.50), можно получить аналитическое определение толщины материала, необходимой для заданного уменьшения интенсивности потока, в то время как присутствие функции E_1 в формуле (5.36) позволяет получить только численные решения этой задачи. Такие аналитические решения полезны для обобщенного анализа летных характеристик летательных аппаратов с использованием защиты.

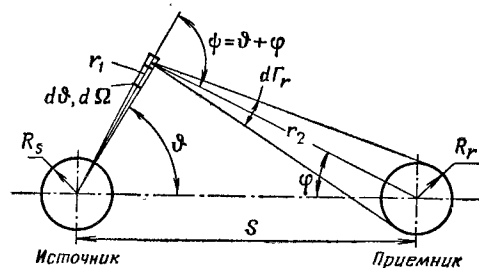


Рис. 5.7. Схема однократного рассеяния фотонов

в атмосфере планет в связи с радиационной опасностью, возникающей вследствие рассеяния γ -квантов в воздухе. Для иллюстрации этого обстоятельства рассмотрим задачу расчета дозы радиации под действием однократно рассеянных фотонов для схемы, приведенной на рис. 5.7.

В качестве первого приближения примем, что источник γ -лучей изотропно испускает моноэнергетические кванты с энергией E_γ в направлении, перпендикулярном сферической поверхности радиуса R_s , принимаемой за внешнюю поверхность защиты ядерного источника. Предполагается, что внешняя поверхность детектора представляет собой сферу с радиусом R_r и расположена на расстоянии S от источника. Вылетающие из источника кванты разлетаются радиально, вступая во взаимодействие с атомами воздуха, заполняющего пространство между R_s и R_r . После рассеивающих столкновений кванты продолжают движение с меньшей, чем начальная, энергией и распределяются по направлениям согласно дифференциальному (по углам) поперечному сечению рассеяния. Часть из них движется в направлении к детектору, но поглощается, не достигнув его поверхности. Те же, кото-

рые достигают его, вносят вклад в поток радиации от однократного рассеяния. Весь этот процесс может быть расчленен следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l} \text{Полная радиация в } r_2=R_r \text{ от} \\ \text{всей утечки из источника при} \\ r_1=R_s \end{array} \right] = \\
 & = \left[\begin{array}{l} \text{плотность столкновений кван-} \\ \text{тов при } r_1 \text{ и } \vartheta \text{ на единичной} \\ \text{длине } dr_1 \text{ и в единичном те-} \\ \text{лесном угле } d\Omega \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{вероятность того, что рассеян-} \\ \text{ный пучок квантов будет по-} \\ \text{слан в телесный угол } d\Gamma_r, \text{ под} \\ \text{которым виден детектор} \end{array} \right] \times \\
 & \times \left[\begin{array}{l} \text{энергия пучка после рассеяния} \\ \text{энергия пучка до рассеяния} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{вероятность того, что кванты,} \\ \text{рассеянные в } d\Gamma_r \text{ при } r_1 \text{ и } \vartheta, \\ \text{достигнут } r_2=R_r \text{ без взаимо-} \\ \text{действий} \end{array} \right] \\
 & \left[\begin{array}{l} \text{Плотность столкновений кван-} \\ \text{тов при } r_1 \text{ и } \vartheta \text{ на единичной} \\ \text{длине } dr_1 \text{ и в единичном те-} \\ \text{лесном угле } d\Omega \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{поток квантов источника в} \\ \text{единичном телесном угле } d\Omega \\ \text{при } \vartheta, \text{ испускаемый из точек} \\ r_1=R_s \end{array} \right] \times \\
 & \times \left[\begin{array}{l} \text{вероятность того, что кванты} \\ \text{источника достигнут } r_1 \text{ в } d\Omega \\ \text{при } \vartheta \text{ без взаимодействий лю-} \\ \text{бого рода} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{вероятность на единичную} \\ \text{длину пути } dr_1, \text{ что кванты,} \\ \text{достигающие } r_1, \vartheta \text{ испытают} \\ \text{комptonовское рассеяние} \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

Если все эти члены записать формально правильно, то получится чрезвычайно громоздкая и безнадежно трудная для аналитического решения формула. Для получения результатов по вышеприведенной схеме необходимо применить численные методы расчета. Несмотря на то что мы получим такие результаты, проблема углового распределения излучений, дающих вклад в полную мощность дозы изотропного точечного приемника, решена не будет, поскольку мы до сих пор учитывали только прямое и однократно рассеянное излучение, в то время как значение многократно рассеянного излучения возрастает с ростом расстояния между источником и приемником S . Таким образом, при рассмотрении больших расстояний между источником и приемником (т. е. при $S \gg 1/\mu_a$), надо провести численный расчет вклада от излучений, рассеянных двукратно, трехкратно и т. д. Исследования показали, что число рассеивающих столкновений N_s , имеющих важное значение для определения дозы от рассеянного излучения, имеет примерно такую зависимость: $N_s = 0,7(S\mu_a)^{2,3}$. Так, например, при расстоянии, составляющем 20 длин свободного пробега, необходимо рассмотреть пятикратно рассеянные кванты. Эта аналитическая методика становится

¹ При работе в такой среде, как атмосфера планет, или при непосредственной близости таких рассеивателей, как внешние элементы конструкции, или при работе на поверхности спутника. — Прим. автора.

исключительно трудной даже при использовании вычислительных машин, и в конце расчета все же потребуются обратиться к эксперименту, чтобы перейти к окончательному проектированию. Именно с этой целью, т. е. для экспериментального исследования рассеяния в воздухе и его влияния на проектирование защиты для самолетов с ядерным двигателем, было построено башенное устройство для исследования защиты.

В отличие от математической сложности сравнительно точных методов исследования, можно получить грубое представление о влиянии рассеяния в воздухе с помощью некоторых качественных физических доводов. Первым делом отметим, что вдаль от источника доза от однократного рассеяния в воздухе кажется происходящей от эквивалентного сферического поверхностного источника, расположенного на некотором расстоянии от истинного источника излучения. Это расстояние равно длине релаксации $1/\mu$; тогда доза от двукратного рассеяния в воздухе получается в результате взаимодействий испытавших однократное рассеяние квантов, ведущих себя как изотропные источники (т. е. как волны Гюйгенса) на сферической поверхности радиуса $\rho_1 = R_s + 1/\mu$. Некоторые из вторичных столкновений будут происходить в пределах ρ_1 , другие — вне ρ_1 , причем максимальный средний внешний радиус и для них будет удален на расстояние в одну длину релаксаций от радиуса источника ρ_1 , поэтому эффективная граница сферической области, вмещающей двукратно рассеянные кванты, находится на сфере с радиусом примерно $\rho_2 = R_s + 1/\mu + 1/\mu$. Третьи, четвертые и т. д. столкновения будут вызывать дальнейшую диффузию излучения. Таким образом, γ -излучение наполняет все пространство с таким пространственно-энергетическим распределением, что кванты с наименьшей энергией (испытывавшие наибольшее число рассеяний) распределены наиболее равномерно, тогда как кванты с наибольшими энергиями все имеют единое направление, соответствующее прямому прохождению излучения из первоначального источника. Именно из-за рассеяния в воздухе требуется, чтобы имела защита со всех сторон источника энергии и (или) обитаемых отсеков летательных аппаратов с ядерными источниками энергии при их работе или при движении в материальной среде. В вакууме рассеяние излучения отсутствует, и для полной безопасности экипажа от излучения энергетической установки необходима только теневая защита, ослабляющая прямой поток излучения.

Быстрая потеря энергии квантом при комптоновском рассеянии согласно формуле (5.16) показана на рис. 5.8, где для нескольких различных начальных энергий кванта приведены кривые зависимости отношения энергии рассеянного кванта к его начальной энергии от угла рассеяния. Заметим, что наи-

большие потери энергии испытывают наиболее высокоэнергетические кванты. Например, кванты с энергией 3 Мэв, испытавшие однократное рассеяние на 90° и 180° , после рассеяния обладают энергиями $3/7$ и $3/13$ Мэв соответственно, поэтому после двух рассеяний на 90° могут получиться кванты с энергией примерно $3/50$ Мэв. Кроме такого большого уменьшения энергии пучка каждое последовательное рассеяние вносит большой геометрический эффект ослабления, так как большая часть рассеянного потока распространяется в сторону от точки приемника и, таким образом, в основном теряется при каждом рассеянии. Хотя и нельзя объяснить численные результаты какими-либо простыми и ясными доводами, все же отметим, что грубое (порядка самой величины или более точное) согласие с экспериментом для расстояний $S < 1/\mu_a$ может быть получено при использовании функции ослабления при рассеянии в воздухе, имеющей следующую угловую зависимость:

$$F(\theta) = 20^{-\theta/(\pi/2)} \frac{\rho_a}{\rho_0} \quad (5.51, a)$$

или примерно эквивалентной ей функции

$$F(\theta) = 20^{(\cos \theta) - 1} \frac{\rho_a}{\rho_0}. \quad (5.51, б)$$

Это выражение может быть использовано для вычисления интенсивности полного потока рассеянного в воздухе излучения $I_{\gamma sc}$ через интенсивность прямого, не претерпевшего столкновений пучка $I_{\gamma D}$, падающего на детектор:

$$I_{\gamma sc} = I_{\gamma D} \int_{\pi}^0 F(\theta) \frac{dA}{A_{tot}} = I_{\gamma D} \int_{\pi}^0 F(\theta) \frac{\sin \theta d\theta}{2}. \quad (5.52)$$

Здесь интегрирование проводится по всей поверхности источника излучения (в предположении, что она находится на

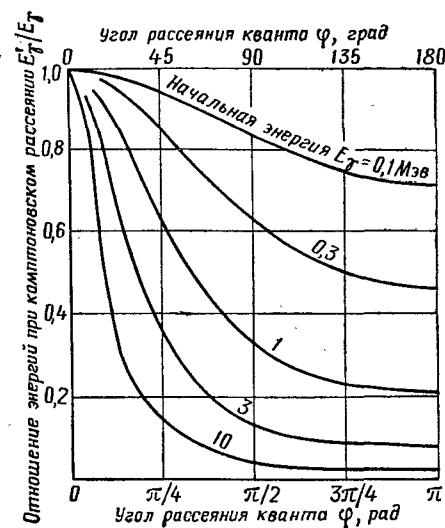


Рис. 5.8. Изменение энергии γ -кванта при комптоновском рассеянии

защите источника или вне ее). Множитель ρ_a/ρ_0 отражает тот факт, что рассеяние в воздухе прямо пропорционально отношению местной плотности воздуха ρ_a к плотности воздуха на уровне моря ρ_0 . Если используется осесимметричная тенева защита, как это схематически показано на рис. 5.9, то выражение для потока рассеянного в воздухе излучения должно быть видоизменено, а именно: нижний предел интегрирования должен быть заменен величиной ϑ_s , представляющей собой

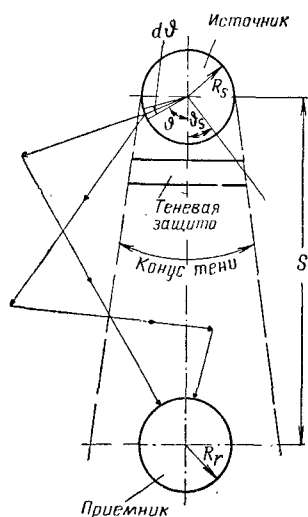


Рис. 5.9. Геометрическая картина влияния рассеяния γ -квантов в воздухе при наличии тенева защиты

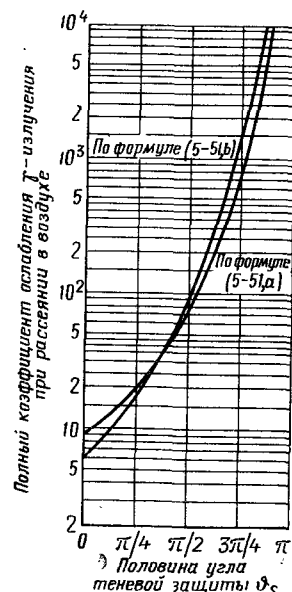


Рис. 5.10. Коэффициент ослабления за счет рассеяния в воздухе для источника γ -излучения с тенева защитой

половину угла видимости тенева защиты. Результаты интегрирования по формулам (5.51) приведены на рис. 5.10, где показана зависимость отношения прямого потока излучения к рассеянному в воздухе от величины половины угла видимости тенева защиты при $\rho_a = \rho_0$. Приведенные кривые не проходят через нуль при $\vartheta_s = 0$, так как они получены в предположении, что прямой пучок всегда исключается, даже в математически предельном случае бесконечно малой тенева защиты при точечном источнике. Отметим, что согласно этому рисунку при использовании сильно поглощающей тенева защиты становится возможным получить большие уменьшения мощности доз.

Эмпирические соотношения (5.51) хорошо применимы только для расстояний от источника, не превышающих несколько длин релаксации в воздухе. Данные табл. 5.7 пока-

Таблица 5.7

Приблизительные значения длин релаксации γ -квантов в различных материалах

Материал	Плотность ρ , г/см ³	Коэффициент взаимодействия μ' , см ² /г	Длина релаксации ¹ $1/\mu'$, см
Воздух:			
на уровне моря	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,030	$2,8 \cdot 10^4$
на высоте 15 км	$2 \cdot 10^{-4}$	—	$1,7 \cdot 10^5$
Жидкий H ₂	0,071	0,070	205
CH ₄	0,81	0,040	31
LiH	0,82	0,035	35
H ₂ O	1,00	0,033	30
C	1,65	0,035	17,3
Be	1,84	0,031	17,6
Бетон:			
обыкновенный	2,3	—	14
баритовый	3,5	—	9,5
Al	2,73	0,035	10,5
Fe	7,8	0,036	3,6
Bi	9,8	0,041	2,5
Pb	11,3	0,042	2,1
W	19,3	0,040	1,3
U ²³⁸	18,5	0,044	1,23

¹ При энергии около $E_\gamma \approx 3$ Мэв.

зывают, что длина релаксации в воздухе на уровне моря составляет величину порядка 300 м, так что при расчете защиты для самолетов и ракет с ядерным двигателем можно применять формулы (5.51) и (5.52) без особых опасений. Использование формул (5.51) имеет ценность в основном для грубой оценки необходимой массы защиты летательных аппаратов с людьми на борту. Любой реальный проект должен выполняться на основе расчетов с использованием численных методов и более точных соотношений, рассмотренных выше, и на основе экспериментов с натурными моделями защиты. При этом следует подчеркнуть, что полное излучение должно включать в себя прямое излучение, интенсивность которого вычисляется по ранее выведенным формулам от (5.29) до (5.43), а также рассеянное в воздухе излучение, вычисляемое по формулам (5.51) и (5.52).

Для того чтобы прийти к пониманию основ оптимизации защиты, необходимо сначала рассмотреть характеристики различных материалов для защиты. Это особенно важно при проектировании защиты летательных аппаратов, поскольку она часто может иметь решающее значение для всей системы с ядерным двигателем в целом.

5.3.1. Материалы для защиты. Так как почти любой материал может быть использован в качестве какой-нибудь защиты, то в каждом конкретном случае судить о том, хорош он или плох, следует в соответствии с тем, хорошо или плохо он удовлетворяет критериям, определяемым самим проектировщиком. В этом смысле не существует наилучших материалов для использования в защите. При проектировании защиты для летательных аппаратов необходимо добиваться минимума произвольной массы, нужной для применения в системе с ядерным двигателем, в то время как для защиты стационарных установок желательно добиваться наименьшей стоимости.

Поскольку материалы с низким атомным весом обеспечивают на единицу массы наибольшую защиту от быстрых нейтронов, то водород ($A=1$) и его соединения представляют интерес для защиты летательных аппаратов. Эффективность соединений водорода находится в довольно прямой зависимости от плотности размещения его ядер в материале, определяемой молекулярным строением или кристаллической структурой и, следовательно, массовой плотностью и химической формулой материала. Чистая вода с плотностью ядер водорода $N_H = 6,6 \cdot 10^{22}$ атомов водорода/см³ является одним из лучших таких материалов. Ввиду ее химической инертности и высоких возможностей как растворителя практическое применение воды в защите летательных аппаратов весьма заманчиво. Водородсодержащие топлива или рабочие тела могут быть использованы в качестве активных материалов защиты как в ракетах с ядерным двигателем, так и в летательных аппаратах с комбинированным применением ядерного и химического горючего. В табл. 5.8 приведены атомные плотности водорода и величины эффективных макроскопических поперечных сечений выведения очень быстрых нейтронов (~ 8 Мэв) различных водородсодержащих соединений, представляющих интерес для защиты. В качестве величин полных поперечных сечений для быстрых нейтронов могут быть взяты значения, равные трем вторым от поперечных сечений выведения [формула (5.22)]. При проектировании нейтронной защиты всегда необходимо включать достаточное количество поглотителей, таких, как бор или литий (или их соединения), чтобы обеспечить положение, при котором захват тепловых нейтронов осу-

Эффективные поперечные сечения выведения быстрых нейтронов с энергией 8 Мэв в различных водородсодержащих материалах защиты

Материал	Плотность ρ , г/см ³	N_H , атом/см ³	Σ_f , см ⁻¹	Σ_f/ρ , см ² /г
Жидкий H ₂	0,071	$4,27 \cdot 10^{22}$	0,04	0,56
NH ₃	0,71	$7,5 \cdot 10^{22}$	0,144	0,111
H ₂ O	1,00	$6,69 \cdot 10^{22}$	0,100	0,100
CH ₄	0,81	$6,95 \cdot 10^{22}$	0,124	0,093
LiH	0,82	$6,21 \cdot 10^{22}$	0,152	0,125

ществляется преимущественно специально выбранным поглотителем, чтобы избежать образования высокоэнергетических γ -квантов, как, например, при реакции захвата нейтрона в водороде $n^0 + H \rightarrow D^* \rightarrow D + \gamma$ (~ 3 Мэв). Также необходимым является и некоторый плотный материал для обеспечения эффективного неупругого рассеяния. Материал, применяемый для защиты от γ -излучения, обычно бывает достаточным и для этой цели.

Ослабление и поглощение γ -квантов в основном зависит от плотности электронов в материале защиты. Если бы это было возможным, то использование чистого электронного газа позволило бы получить защиту от γ -излучения с наименьшей массой. Плотность электронов равна плотности протонов в материале, поэтому она примерно пропорциональна массовой плотности. Таким образом, в первом грубом приближении все материалы по их эффективности на единицу массы примерно одинаково применимы для защиты от γ -излучения. Однако поглощение квантов при фотоэлектрическом эффекте и при образовании пар играет более важную роль в материалах с высокими Z , и, следовательно, в материалах с сильными ядерными полями, чем в материалах с низкими Z . Кроме того, при осуществлении защиты вокруг центрального источника ядерного излучения, конечно, нежелательна большая толщина защиты, необходимая при применении материалов с низкими значениями Z . Необходимая масса на единичной длине ослабления при больших расстояниях по радиусу от источника может намного превосходить величину массы при малых расстояниях, даже если материал с низким значением Z используется далеко от источника, а материал с высоким Z непосредственно у источника. Даже водород, который обладает аномально большой плотностью электронов на единицу массы (так как в ядрах водорода нет нейтронов), не может быть применен с таким же успехом, как более плотные материалы, для большой первичной защиты ядерных источников в двигательных системах пилотируемых летатель-

ных аппаратов. Из тяжелых элементов подходящими для этой цели свойствами обладают свинец, висмут и вольфрам. Несмотря на то что уран обладает большими коэффициентами ослабления квантов, он непригоден для защиты работающих реакторов¹, так как даже U^{238} испытывает деление на быстрых нейтронах с энергией выше 5 Мэв, поэтому его применение привело бы к возникновению вне первичного источ-

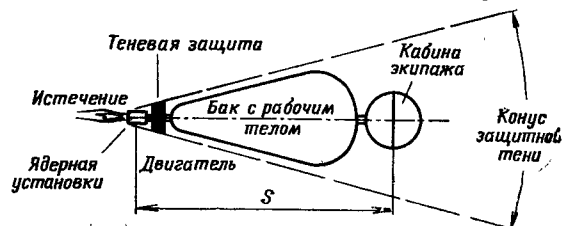


Рис. 5.11. Типичное расположение теневого щита в летательном аппарате с ядерной установкой, предназначенном для космических полетов с малым ускорением

ника новых источников быстрых нейтронов и крайне усложнило бы проблему защиты. Коэффициенты поглощения энергии и коэффициенты ослабления для некоторых материалов, представляющих интерес для защиты, даны на рис. 5.5 и 5.6 и в табл. 5.7.

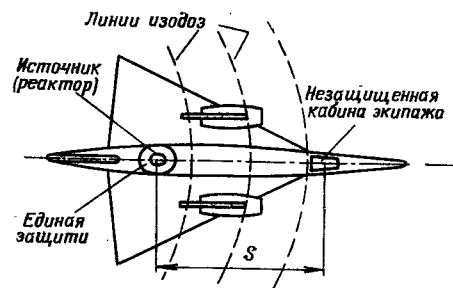


Рис. 5.12. Типичное устройство единой защиты на самолете с ядерной установкой

5.3.2. Различные проблемы защиты и основы оптимизации. Простейшей задачей проектирования защиты летательного аппарата является расчет защиты экипажа от излучения ядерной энергетической установки при полете аппарата в вакууме (в космическом пространстве). Тогда вся радиационная опасность обусловлена прямым из-

лучением и излучением, рассеянным элементами конструкции самого летательного аппарата, и, как правило, для отсеков с людьми может быть достаточно только теневая защита. Такое устройство показано на рис. 5.11, где представлена схема возможного летательного аппарата с ядерной установкой для космических полетов с малыми ускорениями.

¹ Тем не менее U^{238} является одним из лучших материалов для защиты от γ - и (или) β -излучений. — Прим. автора.

Существенно сложнее проблема защиты в самолетах и запускаемых с Земли ракетах с ядерным двигателем, предназначенных для полетов людей. Эти проблемы сравнимы по трудности, так как в обоих случаях требуется применение защиты вокруг всего источника для ослабления утечки излучения, а также в бок и назад с целью защиты от рассеиваемого воздухом излучения. Для самолета самым простым способом является полная защита самого источника ядерной энергии, как это схематически показано на рис. 5.12, что де-

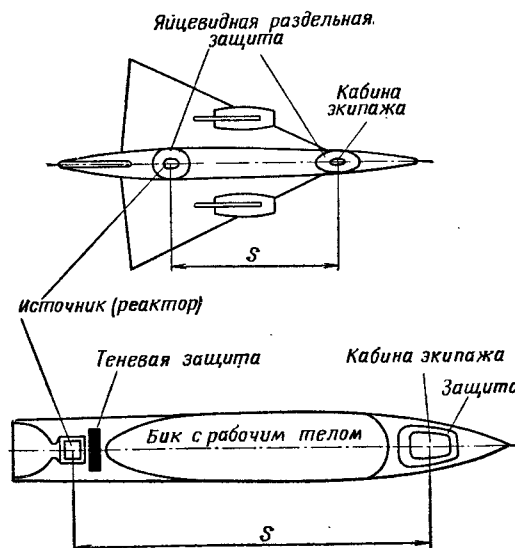


Рис. 5.13. Типичные размещения раздельной защиты в самолетах и в ракетных летательных аппаратах с большим ускорением при применении ядерных установок

лает возможным доступ людей во все части самолета во время работы реактора. Эта единая защита непрактична, если рабочий цикл двигателей таков, что воздух проходит непосредственно через реактор. В этом случае требуются большие сечения каналов для прохода газового теплоносителя, что исключает применение единой защиты. Дело в том, что при осуществлении защиты от утечки излучения через эти каналы путем придания им извилистой формы получается такое увеличение массы, которое снижает характеристики двигательной системы до недопустимых значений. Для таких летательных аппаратов наиболее практична раздельная защита, когда некоторая часть ее помещена около отсеков с людьми, а другая — около источника излучения (рис. 5.13). Оптимальное распределение материала защиты между источником

и кабиной для экипажа зависит от рассматриваемых геометрических соотношений. При использовании раздельной защиты область пространства вне защищенной кабины экипажа пронизана потоком излучения большой интенсивности и во время работы реактора недоступна для людей. Это обстоятельство не играет большой роли в случае применения ракетных пилотируемых кораблей с большим ускорением, для которых время работы на большой мощности мало. Однако оно может быть весьма нежелательно для пилотируемого самолета, двигатель которого должен работать в течение многих часов полета, или для летательного аппарата с малым ускорением, предназначенного для многодневных полетов в космосе, когда при использовании раздельной защиты текущий ремонт частей корабля, даже не связанных с ядерным источником энергии, был бы, по существу, невозможен. При расчете защиты для самолета ослабление излучений утечки назад и вбок, обусловленное рассеянием в воздухе, учитывается при оптимизации толщины защиты таким варьированием ее, при котором доза излучения была бы одинаковой со всех сторон. Тогда для самолета с ядерным двигателем оптимальная защита должна иметь форму яйца с суженной у одного конца скорлупой и с наибольшей ее толщиной вдоль линии, соединяющей области источника и места нахождения людей. Часть защиты от прямого потока может быть осуществлена с помощью конструктивных элементов самолета и (или) запаса химического топлива (для летательных аппаратов с комбинированным применением двигателей на химическом топливе и на ядерной энергии), если их разместить в средней части фюзеляжа и тем самым еще больше уменьшить инертный вес защиты. Для космического корабля, движущегося с малым ускорением, не существует других способов, гарантирующих возможность текущего ремонта, кроме применения единой защиты вокруг источника излучения или такого размещения источника, при котором одна лишь теневая защита может обеспечить защиту всех частей летательного аппарата и механизмов преобразования энергии.

Расчет защиты экипажа самолетов и космических кораблей, предназначенных для длительных полетов с работающим источником энергии, может быть осуществлен при условии стационарного режима работы ядерной установки (без учета сложных проблем расчета защиты самолетов с комбинированным использованием ядерной и химической энергии). Однако расчет защиты экипажа запускаемых с Земли ракет с людьми на борту должен основываться на исследовании переходных процессов для определения полной дозы излучения, падающего на кабину, ибо эффективная толщина защиты и мощность дозы от рассеянного в воздухе излучения являются функциями, быстро меняющимися во времени. В этом типе

летательного аппарата рабочее тело может обеспечить большую часть защиты от прямого излучения, если кабина экипажа расположена в носу и летательный аппарат имеет обычную геометрию, как это показано на рис. 5.12. При таком расположении почти вся величина полной дозы будет получена в конце работы источника энергии, когда рабочее тело почти израсходовано.

Мощность дозы и полная доза, получаемые при этом переходном режиме, довольно хорошо могут быть оценены простыми методами. Положив высоту бака с рабочим телом равной h_p и считая толщину рабочего тела h изменяющейся со временем линейно, что приблизительно и выполняется для ракеты с постоянной скоростью истечения рабочего тела, получим

$$h(t) = h_p \left(1 - \frac{t}{t_b}\right), \quad (5.53)$$

где t_b — время работы двигателя ракеты. Используя это выражение и формулы (5.6) и (5.21), находим, что при работе реактора мгновенное значение мощности дозы γ -квантов на расстоянии r от реактора составляет

$$D_\gamma(t) = 4,9 \cdot 10^{10} \frac{P_r}{r^2} \cdot \frac{1 + 0,8f_d}{1 + 0,08f_d} \times \left[1 + \mu_p h_p \left(1 - \frac{t}{t_b}\right)\right] \times \\ \times \exp \left[-\mu_p h_p \left(1 - \frac{t}{t_b}\right)\right], \quad (5.54)$$

где $\mu_p = \rho_p \mu'_p$ — полный коэффициент взаимодействия для рабочего тела. Интегрируя это выражение по всему времени работы, получим полную дозу от γ -излучения в следующем виде:

$$D_\gamma = 4,9 \cdot 10^{10} \frac{P_r}{r^2} \cdot \frac{1 + 0,8f_d}{1 + 0,08f_d} \times \frac{t_b}{\mu_p h_p} [2 - (2 + \mu_p h_p) e^{-\mu_p h_p}]. \quad (5.55)$$

Если подставить значения P_r в Мвт, h и r — в см, μ_p — в 1/см и t_b — в час, то величину D_γ получим в *радах* или *рэфах*. Например, для жидкого водорода $\mu_p = 0,07 \cdot 0,06 = 4,2 \cdot 10^{-3}$ см⁻¹ для γ -квантов с энергией 3 Мэв, и тогда для бака с рабочим телом высотой $h_p = 3 \cdot 10^3$ см определим $\mu_p h_p = 12,6$. Если положить $r = h_p$, время работы $t_b = 600$ сек (0,167 час) и $f_d = 0,8$, то доза от γ -излучения составит $D_\gamma/P_r \approx 222$ рад/Мвт и поэтому для летательного аппарата, предназначенного для полетов людей, потребуется дополнительная защита.

В предельном случае толстого слоя рабочего тела ($\mu_p h_p \gg 1$) коэффициенты ослабления в формуле (5.55) стремятся к величине $2t_b/\mu_p h_p$. Отсюда видно, что полная доза, обусловленная прямым излучением, составляет долю, равную $2/\mu_p h_p$, от дозы, которая была бы получена, если бы защита полностью отсутствовала. Это определяется объемом рабочего

тела, а следовательно, назначением летательного аппарата, характеристиками реактора и геометрией летательного аппарата (т. е. отношением длины бака к его диаметру).

Выполняя подобные же выкладки для определения ослабления быстрых нейтронов и используя формулы (5.10) и (5.23), найдем, что на расстоянии r от реактора в направлении вперед от него за баком с рабочим телом полная доза, получаемая от быстрых нейтронов за время работы на мощности, равна

$$D_n^f = 5,3 \cdot 10^{10} \frac{1 - 1/\eta}{1 + 0,08 f_d} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{t_b}{h_p \Sigma_f} \cdot (1 - e^{-h_p \Sigma_f^f r}). \quad (5.56)$$

Эта формула аналогична формуле (5.55) для γ -излучения.

Кроме защиты от прямого излучения надо защититься и от излучения, рассеянного воздухом при прохождении летательного аппарата через атмосферу. Поскольку длина летательного аппарата или расстояние, отделяющее экипаж от реактора, обычно значительно меньше, чем длина релаксации γ -квантов в воздухе, то для оценки мощности дозы от рассеянного излучения в любой точке траектории полета ракеты в формуле (5.52) можно использовать выражения (5.51) для зависимости дозы излучения, рассеянного в воздухе, от угла. Для проведения такого расчета надо знать зависимость высоты местонахождения ракеты от времени (гл. 2), чтобы в формуле (5.51) записать временную зависимость плотности воздуха ρ_a . Тогда полная доза, обусловленная рассеянным в воздухе излучением, может быть найдена интегрированием по времени, когда летательный аппарат находится в атмосфере. Как для прямого излучения, так и для рассеянного большая часть защиты кабины экипажа запускаемой с Земли ракеты может быть обеспечена самим рабочим телом, если кабина экипажа будет окружена рабочим телом в течение времени полета в атмосфере. Использованное таким образом в качестве защиты рабочее тело может быть затем применено для создания тяги, после того как летательный аппарат покинет атмосферу.

Во всем предыдущем рассмотрении мы пренебрегали естественными космическими излучениями, открытыми еще на ранней стадии полетов искусственных спутников Земли. Хорошо известно, что они содержат чрезвычайно высокоэнергетические (в несколько сот *Мэв*) протоны и создают значительную опасность для космических полетов человека. Как уже было отмечено, исследование этого вопроса показало, что защита, необходимая для предохранения экипажа от этих естественных космических излучений (от частиц в поясе Ван-Аллена, от солнечных вспышек и т. д.), более чем достаточна для предохранения экипажа от излучения ядер-

ной установки в течение полета на мощности. Поскольку космические излучения изотропны, то защита должна быть помещена вокруг кабины экипажа, а не вокруг реактора. Но, хотя экипаж и будет находиться в безопасности в кабине, но при выходе из нее после остановки реактора люди могут получить чрезвычайно большие дозы облучения вследствие радиоактивных излучений продуктов распада [формула (5.15)]. Как следствие этого встреча в конечных пунктах полета (на орбитальных станциях и других объектах) людей из летательного аппарата, использующего ядерную энергию и имеющего защиту только на кабине экипажа, сопряжена с большими трудностями. Потребуется особая защита для предохранения экипажа летательного аппарата и возможных обитателей пункта встречи, выходящая за пределы защиты, от излучений источника энергии во время полета с работающим двигателем или от естественных космических излучений. Эта защита от остаточного излучения весьма затрудняет практическое использование ядерной энергии для космических полетов.

Для иллюстрации этой проблемы рассмотрим приведенные ранее (раздел 1.3) два примера и с помощью формулы (5.15) или рис. 5.1 оценим мощность дозы неослабленного γ -излучения после остановки реактора на расстоянии 30,5 м от него. Для реактора, работавшего в течение 12 час на мощности 300 *Мвт*, принимая $f_d = 1,0$, можно определить мощность дозы спустя 20 мин после остановки реактора, равную $2,18 \cdot 10^5$ рад/час, а спустя сутки — $1,22 \cdot 10^4$ рад/час. Отсюда очевидно, что если все продукты деления будут оставаться в реакторе, то потребуется значительная защита при осуществлении встречи с такой системой даже после выключения реактора. Для реактора, работавшего в течение 5 мин на мощности 5000 *Мвт*, мощность дозы спустя 20 мин после остановки реактора составит $3,28 \cdot 10^5$ рад/час, но через сутки она уменьшится до $2,58 \cdot 10^3$ рад/час. Эти значения также получены в предположении, что все продукты деления полностью удерживаются в реакторе и что активность достигает насыщения.

Хотя мощность дозы излучения системы с высокой мощностью падает быстрее, чем с низкой, все же для обеспечения безопасных условий встречи спустя сутки после выключения реактора потребуется защита, дающая ослабление примерно в 10^4 раз. Чтобы осуществить встречу или чтобы экипаж мог безопасно выйти из кабины и перейти на другой космический корабль или отойти от летательного аппарата при посадке на поверхности планеты, необходима защита источника, дающая ослабление $A_s \approx 10^6$ для обеих рассматриваемых систем, если эти действия должны быть совершены спустя 20 мин после остановки реактора. В большинстве

случаев высадка или перемещение экипажа без осложнений могут быть произведены с запозданием примерно на сутки после встречи или прибытия. Таким образом, если исходить только из соображений безопасности экипажа, то для коэффициентов ослабления излучения защитой можно допустить величины меньшие, чем приведенные выше. Однако для большинства задач встречи трудно найти пути осуществления встречи с опозданием на несколько суток после выключения тяги основной ступени. Задача встречи упрощается и позволяет иметь разумный интервал ошибок в управлении и маневрировании только в том случае, если она происходит (например, с помощью системы управления, работающей на химическом топливе) в пределах сравнительно короткого интервала времени (например, в несколько минут) после выключения основной, ядерной, ступени. В этих случаях требуется защита с большими значениями коэффициентов ослабления. Однако если такая защита будет находиться на борту самого космического корабля во время полета, то преимущества по полезным нагрузкам ядерных двигательных систем будут потеряны.

Для выхода из этого затруднительного положения кажутся представляющими практический интерес несколько способов. Один способ состоит в том, чтобы на борту корабля, с которым предстоит встреча, находилась защита, достаточная для предохранения находящегося на нем экипажа от радиоактивного излучения прибывающего летательного аппарата, произвести процедуру встречи с защищенными экипажами обоих аппаратов и произвести выход экипажа за пределы защиты только тогда, когда аппараты совмещены так, что пункт встречи находится в конусе теневой защиты прибывшего аппарата. Такое решение имеет достоинство в том, что корабль, с которым осуществляется встреча, так или иначе должен иметь защиту для предохранения своего экипажа от солнечных вспышек и других космических излучений. Однако это решение обладает неисправимым недостатком, так как заставляет проводить всю операцию встречи полудистанционно, из защищенного отсека корабля, с которым осуществляется встреча. При этом в случае поломки системы взаимной ориентации аппаратов оба экипажа оказываются неспособными к передвижению ввиду необходимости каждому находиться в своем защищенном отделении.

Другим способом, позволяющим избежать этого затруднения и необходимость вообще иметь защиту от радиоактивного излучения продуктов деления реактора на станции встречи, может быть такой, при котором маневр встречи проводится так, что теневая защита прибывающего летательного аппарата всегда работает эффективно и обеспечивает безопасность. Хотя эта схема часто предлагалась, она имеет

два недостатка. Первый заключается в том, что ньютоновская механика во многих случаях не позволяет такого осуществления встречи, а второй в том, что при этом нет никаких способов предохранения от последствий каких-либо ошибок в маневрировании. Это последнее обстоятельство имеет очень важное значение для определения возможности осуществления всей задачи в целом, хотя показать его значимость аналитически затруднительно. Опыт учит, что системы, спроектированные с расчетом на исключительно совершенную работу и на отсутствие каких-либо отклонений от назначенного режима в практике не применяются. Это подтверждается такими примерами встреч, как ввод большого судна в док, осуществляемый вручную с помощью леера, направляющих судно к береговому причалу; заправка самолета топливом в воздухе, также выполняемая вручную пилотами обоих самолетов. В обоих случаях имеются широкие возможности для исправления неточностей ошибок пилотов и т. д. Однако такими методами нельзя осуществить высадку людей на поверхность планеты или обеспечить защиту в случае возвращения на Землю с повторным использованием аппарата.

Многие из этих трудностей могут быть устранены и ядерная система может быть эффективно безопасной, если сделать так, чтобы после выключения реактора не оставалось источников излучения ($f_d=0$). Одним из таких способов является выброс реактора или его частей, содержащих делящееся вещество и продукты деления, после использования. Однако при этом исключается возможность использования реактора вновь и увеличивается стоимость полета. Очевидно, что в таких случаях желательно использовать реактор с хорошим замедлителем и низкой загрузкой горючего (уменьшенной стоимостью). Разработка реакторов для двигателей с дистанционной заправкой делящимся веществом позволила бы при запасе тепловыделяющих элементов осуществить использование ядерного двигателя вновь, но с дополнительным риском ввиду плохой работы механизма заправки реактора тепловыделяющими элементами.

Все эти возможности заслуживают серьезного рассмотрения при поиске оптимальной системы заданного назначения. Кажется реальным, что для различных классов задач наилучшим образом подойдут разные типы ядерных двигательных систем и схем защиты от их излучения во время работы и от излучения радиоактивного распада. Например, для транспортировки пассажиров в космосе кажутся привлекательными ядерные системы с высокими выходными параметрами. При этом потребная защита должна быть доведена до минимума использованием маневрирования, обеспечивающего безопасность, а прямые встречи с другими аппаратами должны быть запрещены. Перемещения экипажа, пассажи-

ров и груза могут быть выполнены с помощью перебросок на химических ракетах при отдаленной встрече. Ориентированный подвод летательного аппарата с ядерным двигателем может быть осуществлен с помощью множества (для излишней надежности) химических двигателей — верньеров после отдаленной орбитальной встречи. Для непосредственной встречи, если не удалены продукты деления, должна быть обеспечена защита на борту одного или обоих аппаратов. Последняя система может быть более привлекательной, чем первая, если устройства для повторной заправки делящимся веществом сделать простыми и надежными, а стоимость загрузки — низкой путем выбора соответствующего типа реактора.

До сих пор рассмотрение велось в части, касающейся биологической защиты экипажа, но не исследовались проблемы, возникающие в связи с облучением конструкции летательного аппарата в полете.

Здесь возникает ряд проблем, среди которых первостепенной является радиационная активация материалов, окружающих реактор деления, возникающая вследствие их взаимодействия с нейтронами и квантами, выходящими из области деления. Учет активации необходим, если предполагается повторное использование летательного аппарата.

Для того чтобы оценить степень активации материала вне реактора вследствие захвата нейтронов, надо знать скорость утечки нейтронов и пространственное распределение поглощающего материала. Если пренебречь захватом нейтронов при замедлении их в реакторе, то можно получить следующее распределение нейтронного потока по энергиям:

$$\Phi(r) = \frac{q(r)}{\xi \sum_s E}, \quad (4.83)$$

где плотность замедления q является постоянной величиной, равной скорости образования нейтронов в области источника делений. Результирующий поток нейтронов утечки $j_r(E)$ находится по формуле (4.22), и он равен произведению коэффициента диффузии нейтронов на радиальный градиент потока нейтронов, вычисленный на внешней границе реактора $r=R_r$. Скорость полной утечки нейтронов $J(E)$ равна этой величине, умноженной на площадь эквивалентного поверхностного источника; $J(E) = j_r(E) 4\pi R_r^2$. Используя выражение (4.83) для потока и записав пространственное распределение плотности замедления в виде $q(r) = q_0 (\cos Br) / Br$, находим утечку нейтронов с энергией E :

$$J(E) = -D \nabla_r \Phi|_{r=R_r} 4\pi R_r^2 = -\frac{4\pi D R_r^2}{\xi \sum_s E} \nabla_r q = \frac{4\pi D R_r q_0}{\xi \sum_s E} = \frac{C}{E} \quad (5.57)$$

Коэффициент C может быть определен, исходя из того факта, что полная скорость утечки нейтронов всех энергий должна быть равна величине, вычисленной по теории возраста Ферми для утечки быстрых нейтронов. Эта последняя величина определяется через вероятность утечки для быстрого нейтрона и мощность реактора соотношением

$$J_F = (1 - P_f) v c_n P_r, \quad (5.58)$$

где символы используются в том же смысле, что и в гл. 4. Проводя интегрирование $J(E)$ по области энергий выше тепловой и приравнявая полученный результат

$$J_Q = \int_{E_{th}}^{E_0} dE J(E)$$

величине J_F , находим, что $C = (1 - P_f) v c_n P_r / [\ln(E_0/E_{th})]$, так что

$$J(E) = \frac{(1 - P_f) v c_n P_r}{E \ln(E_0/E_{th})}. \quad (5.57, a)$$

Далее, скорость поглощения при любой энергии в тонком (из условия поглощения нейтронов) поглотителе, имеющем толщину

$$l_a < 1/\Sigma_a, \text{ равна } Q_a(E) = J(E) l_a \Sigma_a(E) f_a$$

для такого распределения поглощающего материала, при котором из полного излучения источника в поглощающий материал попадает доля f_a (равенство $f_a=1$ предполагает, что поглотитель полностью окружает источник). Если рассматривать « $1/v$ поглотитель», то макроскопическое поперечное сечение его зависит от энергии следующим образом: $\Sigma_a(E) = \sum_a^{th} V E_{th}/E$.

Используя это и проводя интегрирование по области энергий выше тепловой, находим полную скорость поглощения:

$$Q_a^{tot} = \int_{E_{th}}^{E_0} dE Q_a(E) = \frac{E_a^{th} l_a f_a (1 - P_f) v c_n P_r}{2 \ln(E_0/E_{th})} \left(1 - \sqrt{\frac{E_{th}}{E_0}}\right). \quad (5.59)$$

Если используемое поперечное сечение относится к такому поглощению, при котором образуются радиоактивные ядра, то формула (5.59) дает скорость активации материала вокруг реактора. При работе реактора в течение времени t_b , малого по сравнению со средним временем жизни образующихся радиоактивных ядер $1/\lambda$, полное число образованных радиоактивных ядер будет равно $t_b Q_a^{tot} = N_{act}^0$. Эти атомы будут распадаться согласно обычному экспоненциальному закону $dN/dt = -\lambda N$. Если при каждом распаде испускается

γ -квант с энергией E_γ , то полная мощность дозы на расстоянии r (для больших r по сравнению с расстоянием от источника до места активации будет описываться следующей функцией от времени:

$$D_\gamma^d(t) = -\frac{\lambda t_b Q_a^{tot} E_\gamma e^{-\lambda t}}{5,6 \cdot 10^5 \cdot 4\pi r^2}, \quad (5.60)$$

причем D_γ^d выражается в рад/час, Q_a^{tot} — в расн/сек, E_γ — в Мэв, r — в см, а величина λt безразмерная. Используя значения $E_{th}=0,1$ эв, $E_0=1$ Мэв, $\nu=2,5$ нейтронов на деление и $c=3,3 \cdot 10^{10}$ делений/ватт·сек, приведем это выражение к следующему виду:

$$D_\gamma^d(t) = \frac{3,64 \cdot 10^3 l_a \sum_a^{th} f_a P_r (1 - P_f) \lambda e^{-\lambda t} E_\gamma}{r^2}, \quad (5.61)$$

где P_r выражено в Мвт, а величина $l_a \sum_a^{th}$ безразмерная. Для того чтобы мощности дозы были низкими в момент остановки реактора ($t=0$), надо иметь малое λ , так что среднее время жизни радиоактивных продуктов должно быть большим. Это означает, что мощность дозы не будет быстро спадать, поэтому для создания обстановки радиационной безопасности необходимо обеспечить такой выбор других параметров в выражении (5.61) (например, $f_a P_f$), чтобы в момент остановки реактора получились удовлетворительные мощности доз. Замечая, что для материала с плотностью ρ_a , распределенного на расстоянии $R_a \ll r$ от центра источника, полная масса поглотителя равна

$$m_{abs} = 4\pi R_a^2 l_a f_a \rho_a, \quad (5.62)$$

можно переписать выражение (5.61) в таком виде, чтобы получить мощность дозы на единицу массы поглотителя:

$$\frac{D_\gamma^d(t)}{m_{abs}} = \frac{2,9 \cdot 10^7 \cdot t_b \sum_a^{th} P_r E_\gamma (1 - P_f) \lambda e^{-\lambda t}}{\rho_a R_a^2 r^2} \quad (5.63)$$

в (рад/час)/г или

$$\frac{D_\gamma^d(t)}{m_{abs}} = \frac{2,9 \cdot 10^{10} t_b \sum_a^{th} N_A A P_r E_\gamma (1 - P_f) \lambda e^{-\lambda t}}{R_a^2 r^2} \quad (5.63, a)$$

в (рад/час)/кг. В последней формуле макроскопическое поперечное сечение поглощения тепловых нейтронов выражено через плотность материала и микроскопическое поперечное сечение.

Эти формулы могут быть использованы для определения мощностей доз от активированных нейтронами материалов, окружающих источник-реактор деления. Для иллюстрации

этого рассмотрим частный случай активации материала на расстоянии $R_a=300$ см от реактора, работающего на мощности $P_r=5000$ Мвт в течение времени $t_b=1000$ сек, с вероятностью избежать утечку быстрых нейтронов $P_f=0,6$, и вычислим мощность дозы спустя сутки после остановки реактора на расстоянии $r=3000$ см от материала. В качестве поглотителей рассмотрим следующие возможные материалы или составные части материалов, обычно используемые в энергетическом оборудовании двигательной системы: чистый естественный Ni, чистое естественное железо Fe, 1%-ный естественный Co и 10%-ный естественный Cr. Соответствующие свойства этих материалов приведены в табл. 5.9. Плотности

Таблица 5.9

Некоторые свойства конструкционных материалов

Природный материал	Исходное ядро			Радиоактивное дочернее ядро		
	изотоп	распространенность, %	поперечное сечение ¹ , барн	изотоп	период полураспада	эффективная энергия γ -излучения, Мэв
Fe	Fe ⁵⁸	0,33	0,9	Fe ⁵⁹	45 суток	1,2
Ni	Ni ⁵⁴	1,0	2	Ni ⁶⁵	2,56 час	0,65
Co	Co ⁵⁹	100	37	Co ⁶⁰	Изомерны: 10,5 мин, 5,2 года	2,5
Cr	Cr ⁵⁰	4,4	16	Cr ⁵¹	27,8 суток	0,029

¹ Микроскопическое поперечное сечение поглощения тепловых нейтронов.

ность в каждом случае примерно равна $\rho_a=8,5$ г/см³. С помощью данных этой таблицы по формуле (5.63, а) были вычислены мощности доз от неослабленного радиоактивного γ -излучения, помещенные в табл. 5.10, в которой также приведены коэффициенты уменьшения активности за сутки $\exp(-\lambda t)$ для $t=1$ сутки. Из этой таблицы следует, что активация нескольких сот килограммов материала, содержащего поглотитель с концентрацией, приведенной в табл. 5.9, даст чрезмерные мощности доз на расстоянии 30 м. Поскольку мощность дозы примерно пропорциональна величине $1/r^2$, то даже это может породить трудности при проведении текущего ремонта. Во многих случаях может стать необходимой дополнительная защита от нейтронов, чтобы уменьшить активацию материала. Заметим также, что быстро распадающийся Ni в момент остановки реактора может представлять гораздо большую опасность, чем другие приведенные

Таблица 5.10

Активация материалов вблизи ядерного ракетного двигателя

Материал ¹	Удельная мощность дозы ² D_γ^d , (рад/час/кг)	Коэффициент уменьшения активности за сутки
100% Fe	$1,47 \cdot 10^{-3}$	0,9845
100% Ni	$3,84 \cdot 10^{-3}$	0,00151
1% Co	$9,37 \cdot 10^{-3}$	0,999734
10% Cr	$1,16 \cdot 10^{-3}$	0,9750

¹ Расположенный на расстоянии 300 см от центра источника.² Спустя сутки после остановки реактора, на расстоянии 3000 см от материала, активированного нетепловыми нейтронами, утекающими из реактора, который работает, как описано в тексте.

выше материалы, но его активность может стать несущественной спустя несколько суток.

Другой главной проблемой является нагрев от излучений рабочего тела и элементов конструкции двигателя, находящихся вне самого реактора. Последний эффект в основном обусловлен поглощением γ -квантов, вылетающих из реактора, и может быть оценен методами, приведенными выше в настоящей главе. Хотя здесь не приводится дальнейшего исследования этого эффекта, следует отметить, что нагрев может составлять величины порядка многих Мвт/м³ вблизи реактора, и этот вопрос должен быть подвергнут тщательному исследованию при проектировании реальных двигательных систем для определения размеров вспомогательных охлаждающих устройств, определения возможных деформаций конструкции и т. д.

Радиационный нагрев рабочего тела происходит вследствие замедления нейтронов утечки и поглощения γ -квантов в рабочем теле до его входа в насос ракетного реактора или в систему активной зоны и отражателя. Ввиду того что можно термализовать почти весь поток быстрых нейтронов утечки и защититься от него, пренебрежем вкладом в нагрев за счет замедления нейтронов и оценим нагрев рабочего тела, обязанный исключительно энерговыделению за счет γ -излучения. Предположим, что из всей мощности γ -излучения реактора $P_\gamma = 0,08 f_d P_r$ в рабочем теле до его входа в насосы выделяется доля f_γ . Среднее полное изменение энергии единицы массы рабочего тела, поступающего в насосы, равно

$$\Delta H = \frac{0,08 f_d f_\gamma P_r}{m_p} \quad (5.64)$$

Если эта энергия γ -излучения сосредоточивается в жидком рабочем теле, находящемся в равновесии со своими насыщенными парами при давлении, значительно меньшем критического (т. е. при 1 или 2 ат), то изменение энтальпии может вызвать его кипение. Максимальное отношение скорости испарения рабочего тела в баке к расходу рабочего тела равно $f_{var} = \Delta H / H_{var}$, где H_{var} — удельная теплота испарения при данных условиях. Используя это, а также подставив вместо величины P_r эквивалентное выражение через массовый расход рабочего тела и удельный импульс [по формуле (2.76)], найдем, что максимальная доля испарения равна

$$f_{var} = \frac{\Delta H}{H_{var}} = \frac{0,92 \cdot 10^{-3} f_d f_\gamma I_{sp}^2}{H_{var} \eta_j}, \quad (5.65)$$

где H_{var} дано в кал/г, а I_{sp} — в сек.

В качестве примера рассмотрим ракету с ядерным двигателем с параметрами $I_{sp} = 800$ сек, $\eta_j = 0,8$, $f_d = 1,0$ и примем, что $H_{var} \approx 107$ кал/г при избыточном давлении газа в баке, равном 1 ат. Тогда по формуле (5.65) находим, что $f_{var} = 6,87 f_\gamma$. Если γ -излучение утечки ослабляется в защите самого реактора так, что его мощность составляет 0,2 мощности γ -излучения источника и в бак с рабочим телом попадает 0,1 всего излучения утечки, тогда $f_\gamma = 0,02$ и $f_{var} = 0,137$. Таким образом, скорость испарения рабочего тела в вершине бака составила бы 13,7% скорости его подачи в реактор. Что-то в этом роде могло бы на самом деле иметь место в плохо спроектированном баке с рабочим телом, где энергия γ -излучения поглощается покоящейся жидкостью, а не основным течением потока. В такой системе нагретая жидкость конвективно перетекает к вершине бака и там закипает, как это было описано только что. Однако в хорошо спроектированном баке этого в действительности не произойдет, ибо не должно допускаться поглощение энергии γ -излучения в покоящейся части рабочего тела. Правильнее всего задрессировать бак таким образом, чтобы все тепло от γ - (и нейтронного) излучения поглощалось в потоке рабочего тела, поступающего в турбонасосный агрегат. Тогда все подаваемое рабочее тело будет равномерно нагреваться с изменением энтальпии, определяемым формулой (5.64) или (5.65) и равным $\Delta H = f_{var} H_{var}$. Для принятых выше условий это $\Delta H = 14,7$ кал/г. Обращаясь к данным рис. 7.3, видим, что это может привести к значительному возрастанию давления паров в системе (например, от 1 до 4 ат при начальной температуре жидкости 20,6° К), если кипение предотвращается гидростатическим напором в баке. Такое повышение давления насыщенных паров может быть губительным для двигателя, если оно приведет к кавитации на входе в турбонасос.

Двигатель окажется без нагрузки, его обороты превысят допустимую величину и он разрушится. Такого положения можно избежать только с помощью тщательного исследования проблемы радиационного нагрева и правильного расчета дросселей бака с рабочим телом и системы подачи рабочего тела в насосы. Иногда может оказаться невозможным достигнуть удовлетворительной работы системы с помощью одного лишь регулирования потока рабочего тела, поскольку тепловые нагрузки могут оказаться слишком большими. В этих случаях необходимо обеспечить защиту для уменьшения нагрева рабочего тела в системе подачи его в насосы и (или) использовать вспомогательные насосы на входе в турбонасос. Защита может осуществляться практически, если она будет расположена там, где течет рабочее тело, после насосов, т. е. она должна находиться в области потока жидкости под высоким давлением по пути ее поступления в активную зону реактора. Энергия излучения, поглощенная в защите, размещенной таким образом, будет передаваться рабочему телу, находящемуся под высоким давлением после выхода из насоса, и не может изменить состояние рабочего тела в баке или на входе в насос.

Чтобы проиллюстрировать величину необходимой защиты, вернемся к приведенному выше примеру. Предположим, что насосы могут работать удовлетворительно (без кавитации) при давлении паров на входе 2 ат, но любое превышение этой величины нежелательно, и что начальная температура водорода в баке составляет 20,6° К (давление насыщенных паров равно 1 ат) до начала работы реактора. Из данных рис. 7.3 мы видим, что давление паров 2 ат будет достигнуто при поглощении рабочим телом примерно 7,2 кал/г. Эта величина составляет лишь половину той, которая была принята для установленных выше условий. Таким образом, необходимо использовать защиту реактора, уменьшающую результирующую эффективную утечку в два раза. Обращаясь к простой модели распространения излучения «прямо вперед», используя для оценки защиты, необходимой для такого ослабления, формулу (5.50). В результате получаем $\mu_r = 1,68$. Из рис. 5.5 находим, что энергетический коэффициент ослабления $\mu' = 0,03 \text{ см}^2/\text{г}$ для многих материалов (кроме Н) при $E_\gamma = 3 \text{ Мэв}$. Отсюда находим массовую плотность защиты, расположенной над верхним торцом реактора: $\rho_r = 1,68/\mu' = 56 \text{ г/см}^2$. Если защита представляет собой плоский диск, то она будет иметь массу примерно 56 г/см², так что защита реактора такого типа с диаметром 152,5 см имела бы массу 1000 кг.

Кроме указанных проблем существует и ряд вопросов второстепенной важности, которые должны быть рассмотрены при проектировании. Часть вопросов относится к использо-

ванию местной защиты для предохранения от излучения особо чувствительных материалов и компонентов (например, полупроводниковых приборов). Установка местной защиты является приемлемым решением во всех случаях, когда масса такой защиты меньше той, которая потребовалась бы в основной защите для обеспечения в данном месте той же мощности дозы. В действительности именно в связи с этим целесообразна раздельная защита самолета с ядерным двигателем; для самолетов многих типов полная масса защиты при ее разделении (т. е. при наличии местной защиты около кабины экипажа) меньше массы единой защиты, когда почти вся защита сосредоточена около реактора. Заметим, что применение местной защиты выгодно только в том случае, когда мощности доз сравнительно велики в больших объемах летательного аппарата.

Другой второстепенной проблемой является влияние на электромагнитные приборы связи ионизации атмосферы, вызванной излучением, выходящим из ядерной установки, в то время, когда летательный аппарат находится еще в атмосфере. Эта ионизация является результатом столкновений быстрых нейтронов с ядрами атомов воздуха (ионизация ударом) с последующими столкновениями атомов, образования вторичных электронов при комптоновском рассеянии γ -квантов, образования пар (e^+ и e^-) при поглощении квантов и образования фотоэлектронов, испускаемых в процессе поглощения квантов атомами. Орбитальные переходы электронов, происходящие в процессе рекомбинации ионов и электронов, порождают излучение с очень широким диапазоном частот. Однако в плотных слоях атмосферы (например, на высоте меньше 80 км) спектр излучения в очень сильной степени сосредоточен в области коротких волн, частоты большей части излучения при переходах будут большими (выше 10^6 Мгц) и будет иметь место значительное излучение видимого света. Если эффективная доля преобразования энергии излучения в световую составляет, например, 1%, то ракетный летательный аппарат с ядерным источником энергии может породить световое излучение мощностью 2000 квт, если реактор работает на мощности 5000 Мвт, и самоэкранировка излучения в нем составляет 60%. Это световое излучение будет наиболее ярким вблизи источника. Оно будет иметь экспоненциальное распределение в области, окружающей энергетическую установку летательного аппарата, спадая примерно пропорционально $\exp(-\mu_a r)$. Поскольку длина релаксации в воздухе на уровне моря равна $1/\mu_a = 2,8 \cdot 10^4 \text{ см}$ (табл. 5.7), то очевидно, что световое излучение будет сильно диффузным, а не сконцентрированным. Излучение мощностью 2000 квт, распределенное в сферическом слое этого размера, имело бы яркость, составляющую от десятой до сотой яркости неба

при полнолунии, и могло бы быть отчетливо видимым ночью. Излучение с длинами волн, намного превышающими световые, будет возникать при возбуждении молекулярных вращательных уровней; в воздухе это приведет к излучению в основном с частотами порядка 40 000 Мгц и выше. Объемное излучение такого рода не будет создавать помех в работе электромагнитных приборов связи, использующих более низкие несущие частоты (например, сотни или тысячи мегагерц).

Более серьезной проблемой является возрастание проводимости воздуха, вызванное увеличением плотности свободных электронов, так как, если проводимость воздуха достаточно велика, он становится плохой средой для распространения электромагнитного излучения любой частоты. Уровень плотности электронов (и ионов) определяется из баланса скоростей их образования Q_i в процессах рекомбинации Q_r , только что перечисленных. Для слабой ионизации эта последняя величина зависит от плотности ионов и электронов n_e и коэффициента рекомбинации α_i :

$$Q_r = \alpha_i n_e^2. \quad (5.66)$$

Теория и эксперимент показывают, что коэффициент рекомбинации выражается через давление среды $p_a = n_a k T_a$ таким образом: $\alpha_i \approx 1,7 \cdot 10^{-6} p_a \text{ см}^3/\text{сек}$ при $p_a \leq 1 \text{ ат}$. При равновесии (которое может быть достигнуто в интересующих нас точках вблизи летательного аппарата только на высоте ниже около 80 км) скорость рекомбинации должна быть равна скорости образования ионов. Предположим, что основным механизмом ионизации является взаимодействие γ -излучения с воздухом. Тогда, если средняя энергия образования ионной пары равна E_i , скорость удельной объемной ионизации на расстоянии r от источника составит

$$Q_i(r) = \frac{Q_\gamma(r)}{E_i} = \frac{\tau_a I_\gamma(r)}{E_i}, \quad (5.67)$$

где $Q_\gamma(r)$ — скорость энерговыделения в воздухе, даваемая формулой (5.44). Для того чтобы оценить местный поток γ -квантов, надо использовать формулы (5.29), (5.36) и (5.38), которые дают величину потока утечки из самоэкранированного сферического источника, выраженную через удельную мощность источника γ -излучения, размеры системы и поглощающие свойства всех участвующих материалов. Однако если ограничиться только большими в сравнении с размерами источника расстояниями (т. е. $r \gg R_s$), то можно использовать более простую формулу (5.20) для точечного источника:

$$I_\gamma(r) = \frac{0,08 P_r f_{sh} (1 + \mu_a r) e^{-\mu_a r}}{4\pi r^2}. \quad (5.68)$$

Здесь введен множитель $f_{sh} < 1$, учитывающий экранировку источника, и принято, что мощность γ -излучения составляет примерно 8% мощности реактора.

Скорость образования ионных пар определяется с помощью комбинации формул (5.67) и (5.68), после чего равновесная плотность электронов может быть найдена приравнением величины Q_i к величине, выраженной по формуле (5.66). Она нужна для того, чтобы узнать, как влияет образованная излучением плотность электронов на электромагнитные сигналы. Исследования в области теории распространения электромагнитных волн в ионизированном газе (например, в плазме, ионосфере) показывают, что, если частота сигналов ниже некоторой «пороговой» частоты или частоты плазмы, то такие сигналы совсем не проходят через среду, а полностью отражаются от нее. Волны с частотой, превышающей пороговую, могут проходить, хотя при близких к пороговой частотам они значительно ослабляются, если частота столкновений ионов и электронов большая (как в ионизированных плотных слоях воздуха). При частотах, значительно превышающих (например, вдвое) частоту плазмы, на распространение волн оказывает лишь слабое влияние электронное облако около летательного аппарата. Выражение для этой критической частоты плазмы ω_p дается формулой

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m_e}, \quad (5.69)$$

где e — заряд, m_e — масса электрона. Комбинируя формулы для определения n_e и подставляя выражение для n_e в формулу (5.69), находим критическую частоту вблизи источника (там, где $R_s < r < 1/\mu_a$):

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{(0,08) \frac{2}{3} \mu_a' P_r f_{sh} m_a}{(4\pi) (1,7 \cdot 10^{-12}) k T_a E_i} \right]^{1/4} \left(\frac{4\pi e^2}{m_e} \right)^{1/2} \quad (5.70)$$

Здесь m_a — масса атома воздуха, а другие обозначения имеют тот же смысл, какой был им приписан ранее. При выводе этой формулы использовались соотношения $\tau_a \approx 2\mu_a/3$ и $\mu_a = \mu_a' \rho_a = \mu_a' n_a m_a$ для коэффициентов поглощения и ослабления и круговая частота вместо угловой: $f_p = \omega_p/2\pi$. Чтобы получить количественные представления об этих обстоятельствах, примем в качестве исходных следующие значения: $\mu_a' = 0,03 \text{ см}^2/\text{г}$, $k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг}^\circ/\text{К}$, $T_a = 500^\circ \text{ К}$, $E_i = 60 \text{ эв/пара ионов}$, $e = 4,3 \cdot 10^{-10} \text{ эрг}^{1/2} \cdot \text{см}^{1/2}$, $m_e = 9 \cdot 10^{-28} \text{ г}$, $m_a = 25 \cdot 10^{-24} \text{ г}$, $P_r \text{ эв/сек} = 6,3 \cdot 10^{24} P_r \text{ Мвт}$.

Тогда формула (5.70) принимает вид

$$f_p = 2,11 \cdot 10^9 \frac{(Pr f_{sh})^{1/4}}{r^{1/2}}, \quad (5.71)$$

где P_r выражено в *Мвт*, r — в *см* и f_p — в *гц*. При мощности реактора $P_r = 5000$ *Мвт* и самоэкранировке источника в 60% и соответственно $f_{sh} = 0,4$ частота плазмы в состоянии равновесия на расстоянии от реактора $r = 3000$ *см* согласно формуле (5.71) получается равной $f_p = 258$ *Мгц*.

Из формул (5.70) и (5.71) видно, что критическая частота слабо зависит от расстояния до источника (при r , стремящемся к нулю, формула для точечного источника становится неприменимой) и очень слабо зависит от уровня мощности. В связи с этим для сравнительно незащищенного летательного аппарата с ядерным источником энергии, будь то самолет или ракета, работа электромагнитных приборов связи будет ограничена критической частотой порядка от одного до нескольких сот мегагерц. Исследование формул (5.70) показывает, что критическая частота не зависит от плотности атмосферы, так что этот результат остается правильным для полета на любой высоте, на которой достигается равновесие между ионизацией и рекомбинацией. Как было отмечено ранее, это имеет место на высотах ниже 80 *км*.

5.3.3. Частные иллюстративные примеры. В качестве первого примера из тех, которые представляют для нас интерес, рассмотрим пилотируемый самолет с ядерным двигателем в стационарном режиме полета на уровне моря, и оценим вес защиты, которая может понадобиться для предохранения экипажа от излучения. Обращаясь к рис. 5.12 и 5.13, устанавливаем следующие данные: мощность реактора $P_r = 300$ *Мвт*; полное удержание продуктов деления $f_d = 1,0$; длина реактора — 150 *см* (равна его диаметру); время работы $t_b = 12$ *час*; делящееся вещество — U^{235} ($\eta = 2,08$); расстояние, отделяющее экипаж от реактора, $S = 3 \cdot 10^3$ *см*; допустимые полные дозы на полет: $D_n^f = 0,1$ *рад* по быстрым нейтронам, $D_\gamma = 1,0$ *рад* по γ -квантам.

Предположим, что применяется единая защита. Тогда нужно оценить необходимые коэффициенты ослабления нейтронной и γ -доз в защите, расположенной вокруг реактора, при которых получаются установленные допустимые дозы. Поскольку нас интересует доза вдали от источника, то рассмотрим эту задачу, как проблему с точечным источником. Для стационарного полета допустимые мощности доз равны $D_n^f = 0,1/12 = 8,33 \cdot 10^{-3}$ *рад/час* и $D_\gamma = 8,33 \cdot 10^{-2}$ *рад/час*. Используя формулы (5.6) и (5.10), получим мощности доз от прямого, неослабленного γ - и нейтронного излучения: $A_s D_\gamma = 4,9 \cdot 10^{10} (1,8/1,08) \cdot 300 (1/9 \cdot 10^{-6}) = 2,72 \cdot 10^6$ *рад/час* и $B_s D_n^f = 5,3 \cdot 10^{10} [(1 - 1/2,08)/1,08 \times 300 (1/9 \cdot 10^{-6})] = 0,92 \cdot 10^6$ *рад/час*.

Таким образом, необходимые ослабления в защите для прямых (по линии прямой видимости) излучений равны $A_s = 2,72 \cdot 10^6 / (8,33 \cdot 10^{-2}) = 3,26 \cdot 10^7$ для γ -излучения и $B_s = 0,92 \cdot 10^6 / (8,33 \cdot 10^{-3}) = 1,10 \cdot 10^8$ для быстрых нейтронов. Для расчета рассеянного в воздухе излучения примем, что используется прямая теневая защита с величиной половины закрываемого угла $\vartheta_s = 45^\circ$. Из рис. 5.10 видно, что добавочная доза, вызванная рассеянным незащищенным излучением, попадающим в кабину экипажа, составляет всего лишь $I_{\gamma s} / I_{\gamma d} = 1/16$ от прямой незащищенной дозы. Поэтому необходимое для боковой защиты реактора ослабление при $\vartheta_s = 45^\circ$ равно лишь $A_s^{sc} = 3,26 \cdot 10^7 / 16 \approx 2 \cdot 10^6$. Подобно этому при половине угла тени $\vartheta_s = 90^\circ$ необходимое ослабление в боковой защите равно $A_s^{sc} = 3,26 \cdot 10^7 / 85 = 3,8 \cdot 10^5$ и при $\vartheta_s = 135^\circ$, $A_s^{sc} = 3 \cdot 10^4$. Для оценки эффектов самоэкранировки примем, что длина свободного пробега по отношению к взаимодействию γ -излучения в реакторе равна $1/\mu_r = 15$ *см*; это может характеризовать окруженную отражателем активную зону из BeO с умеренной долей пустот. В таком случае доля утекающего γ -излучения составляет всего около $1 - \left(\frac{120}{150}\right)^3 = 0,49$, и, таким образом, уже перед защитой происходит ослабление в два раза. Отметим этот факт, используя оцененные выше значения и следуя нашему предположению о точечном источнике, оценим необходимую толщину защиты от γ -излучения. Предположим, что в качестве материала защиты используется вольфрам (W), т. е. $\mu = 0,04 \cdot 19,3 = 0,78$ *см⁻¹* (рис. 5.5 и табл. 5.7), тогда вычисления по формуле (5.21) позволяют построить табл. 5.11 зависимости толщины защиты от угла, который отсчитывается от прямой, соединяющей центры реактора и кабины.

Таблица 5.11

Зависимость толщины защиты от угла ϑ

ϑ , град	Необходимое ослабление, A_s	μt_{sh}^f	t_{sh}^f , см	Доза
0	$1,6 \cdot 10^7$	14,0	18,0	Прямая
45	$1,0 \cdot 10^6$	11,3	14,5	Рассеянная
90	$1,9 \cdot 10^5$	9,8	12,6	"
135	$1,5 \cdot 10^4$	7,5	9,6	"

Если реактор ориентирован так, что ось его цилиндра проходит через кабину экипажа, то согласно вышеприведенным требованиям находим полные размеры и вес защиты от

γ -излучения: объем — $1,58 \cdot 10^6 \text{ см}^3$, масса $m_{sh}^i = 30\,500 \text{ кг}$. При этой оценке не учитывалось, что необходимая защита от нейтронов может оказать влияние на ослабление γ -квантов. После определения величины необходимой защиты от нейтронов следует уточнить вышеприведенное значение массы защиты. Поскольку нейтроны лишь мало ослабляются (по сравнению с γ -излучением) при рассеянии в воздухе, то для определения утечки нейтронов примем, что единая защита имеет постоянную толщину. Как и в случае γ -излучения, только некоторая доля нейтронов, способных выйти за пределы реактора, на самом деле утекает из него. Эта доля равна $1 - e^{-B_s \tau_{th}}$, как и в формуле (5.40). Принимая, что реактор из ВеО имеет $\tau_{th} \approx 250 \text{ см}^2$ и что при отражателе из Ве эквивалентный радиус реактора без отражателя составляет 90 см , получим, что геометрический параметр будет примерно равен $B_s^2 = (2,405/92)^2 + (\pi/92)^2 = 1,85 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-2}$. Таким образом, доля быстрых нейтронов утечки равна $1 - \exp(-0,46) = 0,37$, и поэтому ранее оцененный коэффициент ослабления нейтронов в защите может быть уменьшен до величины $B_s = 4,1 \cdot 10^7$. Нейтроны утечки ослабляются при прохождении через вольфрамовую защиту от γ -излучения. Для оценки этого пренебрежем геометрическим уширением (для удобства) и воспользуемся экспоненциальным множителем вида формулы (5.23), приняв $\Sigma_f^i = 0,22 \text{ см}^{-1}$ (табл. 5.6). Тогда, предположив среднюю толщину защиты от γ -излучения равной 15 см , получим ослабление потока быстрых нейтронов до величины, составляющей примерно $\exp(-0,22 \cdot 15) = 0,037$ его значения перед защитой от γ -излучения. Коэффициент ослабления, остающийся для нейтронной защиты, таким образом, равен $B_s = 0,037 \cdot 4,1 \cdot 10^7 = 1,52 \cdot 10^6$. Поскольку рассматриваемым здесь летательным аппаратом является самолет, то можно выбрать в качестве материала для нейтронной защиты аварийный запас химического топлива JP-4 (его состав примерно выражается формулой C_8H_{18}). Однако к JP-4 необходимо добавить бор или некоторый другой материал с высоким поперечным сечением захвата, для того чтобы обеспечить хорошее поглощение тепловых нейтронов. Это не должно привести к какому-либо осложнению, если бор используется в малой концентрации, так как добавки бора некогда уже использовались для увеличения энергии горения углеводородных топлив для ракетных самолетов. Из табл. 5.8 видно, что для такого материала $\Sigma_f^i \approx 0,12 \text{ см}^{-1}$. Поскольку нейтроны входят в защиту при большом радиусе и так как толщина защиты будет большой, то можно не пренебрегать далее геометрическим эффектом и отказаться от нашего подхода к проблеме, как к задаче с точечным источником. В качестве коэффициента ослабления

вместо выражения (5.23) возьмем интегро-экспоненциальную функцию (5.37). Положив

$$E_1 \left(\sum_i t_{sh}^n \right) = 1/B_s \approx 6,6 \cdot 10^{-7},$$

находим, что защита должна иметь толщину $t_{sh}^n = 11,7/0,12 = 98 \text{ см}$, т. е. она должна быть значительно толще имеющей высокую плотность защиты от γ -излучения. Размеры и масса этой нейтронной защиты получаются равными: средний радиус $\sim 186 \text{ см}$ (вокруг цилиндрической части защиты от γ -излучения), общий объем $\sim 3,60 \cdot 10^7 \text{ см}^3$ и масса $m_{sh}^n \approx 29\,100 \text{ кг}$ при плотности $\rho_{\text{СН}_2} = 0,81 \text{ г/см}^3$. Ослабление γ -излучения этой нейтронной защитой может быть правильно оценено по формулам (5.36) и (5.30) с использованием данных табл. 5.7. Однако предвидя, что его влияние на массу защиты от γ -излучения будет сравнительно мало, вычислим ослабление в очень грубом приближении по формуле

$$A_s \approx \exp(\mu t_{sh}^n) = \exp(98/31) \approx 23.$$

Возможное уменьшение первоначальной толщины защиты от излучения составляет всего лишь примерно

$$\delta t = t_{sh}^i (1 - \ln A_s^i / \ln A_s^i),$$

где A_s^i и A_s^i — средние коэффициенты ослабления γ -излучения в защите при наличии и при отсутствии нейтронной защиты соответственно. Используя $A_s \approx 10^6$ и $t_{sh}^i \approx 15 \text{ см}$ (среднее значение), находим $\delta t = 15[1 - \ln(10^6/23)/\ln 10^6] = 15/6(\ln 23/\ln 10) = 3,4 \text{ см}$. Если допустима величина $\delta t = 3 \text{ см}$, то уменьшение массы защиты от γ -излучения составит примерно $\delta m_{sh}^i = 6700 \text{ кг}$. Таким образом, масса комбинированной защиты, оцененная выше, примерно равна $m_{sh} = 30\,500 + 25\,800 - 6700 = 49\,600 \text{ кг}$, что составляет около трех восьмых взлетной массы нормально нагруженных транспортных реактивных самолетов DC-8 или DC-707. Заметим, что здесь не было сделано никакого учета добавочной (большой) защиты, которая может понадобиться для каналов, по которым воздух подводится к реактору и отводится от него, как это требуется для двигательной системы самолета с прямым циклом.

Как показывают вышеприведенные результаты, проблема удовлетворительной защиты самолетов, предназначенных для полетов людей, весьма серьезна. Большая часть усилий, затраченных по программе ядерных самолетных двигателей в США, была посвящена попыткам уменьшить массу защиты с помощью таких способов, как использование раздельной, а не единой защиты, уменьшение объема защиты за счет повышения удельной мощности в активной зоне реактора, повышение рабочей температуры в реакторе для получения

более высоких характеристик двигателя и большей грузоподъемности самолета и применение минимизации массы защиты.

Как было ранее отмечено, для летательных аппаратов, не имеющих на борту людей, требуется небольшая защита. В связи с этим интересно вычислить мощность дозы вблизи такого самолета, когда он находится в полете с работающими двигателями. Используя оцененные выше неослабленные мощности дозы и коэффициенты самоэкранировки реактора, находим мощности дозы на расстоянии 30 м от реактора из ранее рассмотренного примера: $D_n^i = 3,4 \cdot 10^5 \text{ рад/час}$ и $D_\gamma = 1,4 \cdot 10^6 \text{ рад/час}$. Если бы такой незащищенный самолет летел со скоростью звука на высоте 30 м, то человек, находящийся непосредственно под траекторией его полета, получил бы от него полную дозу около 80 рад по γ -излучению и 19 рад по быстрым нейтронам.

В качестве другого примера рассмотрим ракету с ядерным двигателем, способную развивать сравнительно высокие ускорения и предназначенную для космических полетов. Оценим вес защиты, предохраняющей экипаж от излучений. Оценим также вес добавочной защиты, необходимой для осуществления встреч. Установим следующие данные: мощность реактора $P_r = 5000 \text{ Мвт}$; время работы $t_b = 1000 \text{ сек}$; частичное удержание продуктов деления $f_d = 0,8$; размеры активной зоны реактора: длина равна диаметру и равна 130 см; делящееся вещество — U^{235} ($\eta = 2,08$); средняя плотность активной зоны $\rho_a = 1,3 \text{ г/см}^3$ (графит, уран и $f_{void} = 0,3$); боковой и верхний торцовый отражатели $t_r = 12 \text{ см Be}$, $\rho_r = 1,8 \text{ г/см}^3$, включая пустоты; бак высокого давления (корпус реактора): $t_s = 3 \text{ см Al}$, $\rho_s = 2,73 \text{ г/см}^3$; рабочее тело H_2 : $\rho_p = 0,071 \text{ г/см}^3$, $T_{max} = 2500^\circ \text{ K}$, $\eta_j = 0,80$; допустимая полная доза на полет: $D_n^i = 0,1 \text{ рад}$ по быстрым нейтронам, $D_\gamma = 1,0 \text{ рад}$ по γ -квантам.

Сначала рассмотрим некоторые другие важные особенности этой системы. Из информации о характеристиках рабочего тела, данной в гл. 3, находим (рис. 3.32) максимально достижимое теоретическое значение I_{sp} , примерно равное $I_{sp}^{max} = 913 \text{ сек}$ для бесконечной степени расширения в сопле. Тогда, используя формулу (2.76) или рис. 3.33, находим требуемую удельную мощность $P_r/m_p = 40,2 \text{ Мвт/(кг/сек)}$ и расход рабочего тела $\dot{m}_p = 124,5 \text{ кг/сек}$. Реальный средний удельный импульс равен $I_{sp}^{act} = I_{sp}^{max} \sqrt{\eta_j} = 913 \sqrt{0,80} = 818 \text{ сек}$, полная тяга $F = 818 \cdot 125 = 102\,009 \text{ кг}$ и величина тяги на единицу мощности составляет $F/P_r = 102\,000/5000 = 20,4 \text{ кг/Мвт}$. Полная необходимая масса рабочего тела тогда $\dot{m}_p = 124\,500 \text{ кг}$, и объем жидкого рабочего тела в баке должен составлять $V_p = 124\,500 \cdot 1000/0,071 = 1,752 \cdot 10^9 \text{ см}^3$. Предпо-

лагая, что бак имеет цилиндрическую форму с $L/D \approx 3$ с полусферическими днищами, и допуская 3%-ное превышение объема для расширения жидкости и для газового пространства, находим размеры бака из соотношения $\pi D_t^3 = 1,03 V_p$, равными $D_t = 856 \text{ см}$ и $L_t = 3 \cdot 856 = 2568 \text{ см}$ (это длина только лишь цилиндрической части). Полная внешняя длина равна 3424 см. Исходя из этих размеров, принимаем, что расстояние, отделяющее экипаж от реактора, $S = 4,5 \cdot 10^3 \text{ см}$, а примерная высота жидкости в заполненном рабочим телом баке $h_p = 3 \cdot 10^3 \text{ см}$.

Теперь с помощью рис. 5.5 находим $\mu'_{Be} = 0,03 \text{ см}^2/\text{г}$, $\mu'_H = 0,07 \text{ см}^2/\text{г}$ и $\mu'_{Al} = \mu'_C = 0,035 \text{ см}^2/\text{г}$ для γ -излучения с энергией 3 Мэв. Принимая, что значение последнего коэффициента относится к составу конструкции активной зоны, находим длину релаксации для γ -квантов примерно $\lambda_0 = 1/(0,035 \cdot 1,3) = 22 \text{ см}$. Используя формулу (5.43), находим, что при работе на полной мощности удельная мощность по γ -излучению в активной зоне составляет $K_{\gamma t} = [10(1 + 0,64)/181(1 + 0,064)] [5 \cdot 10^9/2\pi(65)^3] = 247 \text{ Вт/см}^3$. Эквивалентный поток утечки из поверхности (направленный наружу) согласно формулам (5.35) и (5.38) дается в следующем виде: $I_{\gamma 0} = 247 \cdot 22/2 = 2717 \text{ Вт/см}^2$ или $I_{\gamma 0} = 2717 \cdot 6,23 \cdot 10^{12} = 1,69 \cdot 10^{16} \text{ Мэв/сек} \cdot \text{см}^2$ для средней энергии γ -квантов 3 Мэв. Принимая, что ось реактора совпадает с осью бака с рабочим телом и с осью летательного аппарата, проведем исследование утекающего вперед излучения и его ослабления в отражателе и в корпусе реактора на основе соотношений для плоской геометрии. В материале толщиной $\mu r = 0,03 \cdot 1,8 \cdot 12 + 0,035 \cdot 2,73 \cdot 3 = 0,935$ имеют место комбинированные эффекты. С помощью формулы (5.36) получаем такую оценку для ослабленного потока утечки γ -излучения: $I_{\gamma t}(r) = 2717(0,23 + 0,39) = 1680 \text{ Вт/см}^2 = 1,05 \cdot 10^{16} \text{ Мэв/сек} \cdot \text{см}^2$. Из формулы (5.5) видно, что мощность дозы по γ -излучению в этой точке, находящейся снаружи от силовой оболочки в непосредственной близости от нее (в верхней части реактора), равна, таким образом, $D_{\gamma}^{top} = 1,05 \cdot 10^{16}/(5,6 \cdot 10^5) = 1,88 \cdot 10^{10} \text{ рад/час}$. Для сравнения укажем, что по формуле (5.6) неослабленная мощность дозы от точечного источника, отстоящего на расстоянии 79 см¹ от приемника, получается равной $A_s D_\gamma = 6,05 \cdot 10^{10} \text{ рад/час}$ для мощности делений 5000 Мвт и $f_d = 0,8$. Таким образом, эффективная самоэкранировка и ослабление в конструктивных элементах при принятой нами геометрии дают $A_s = 6,05/1,88 = 3,21$ для утечки из верхней

¹ Величина 79 см взята как приблизительная эффективная мера для внешней границы реактора. — Прим. автора.

части реактора. Использование формулы (5.30) позволяет вычислить поток боковой утечки $I_{\gamma}(r) = 1680 \sqrt{65/79} = 1520 \text{ вт/см}^2 = 0,95 \cdot 10^{16} \text{ Мэв/сек} \cdot \text{см}^2$. Полная мощность утекающего из реактора γ -излучения составила бы примерно $P_{\gamma} = 1680 \cdot 2\pi \cdot 65^2 + 1520 \cdot 2\pi \cdot 65 \cdot 130 = 1,25 \cdot 10^7 \text{ вт} = 12,5 \text{ Мвт}$, если бы реактор со всех сторон имел такой отражатель, какой был принят только для верхнего торца и боковой поверхности.

Принимая расстояние от центра реактора по оси до центра плоскости дна цилиндрической части бака равным $D_t = 856 \text{ см}$, сделаем оценку мощности падающего на дно бака потока γ -излучения утечки. Наиболее осторожное приближение основывается на предположении, что γ -излучение, выходящее из корпуса реактора, полностью направлено прямо вперед в своем угловом распределении. При таком несоответствующем действительности предположении весь поток γ -излучения, выходящий через верхний торец реактора, будет попадать в бак. Как другой крайний случай можно предположить, что утекающее излучение имеет изотропное распределение по углам, т. е. плотность потока одинакова во всех направлениях. Для такого случая ($I \propto \cos \vartheta$) падающая в бак доля полной утечки из верхнего торца реактора равна $f_t = 1 - \cos \vartheta_t$, где ϑ_t — величина половины угла, под которым видно дно бака из верхней поверхности корпуса реактора. Для заданных размеров она примерно равна $\vartheta_t \approx 30^\circ$, и, таким образом, $f_t = 1 - 0,866 = 0,134$. Истинное положение дел находится где-то между этими крайними случаями и определяется точными геометрическими соотношениями и действительным угловым распределением испускаемого излучения. Последнее определяется исключительно толщиной и составом материалов внутри реактора, и, как правило, чем больше имеется ослабляющих материалов между источником и поверхностью выхода излучения, тем больше вытянуто вперед угловое распределение утекающего излучения. Если предположить, что угловое распределение представляется в виде $I \propto \cos^3 \vartheta$, то приблизительно половина утечки излучения через верхний торец реактора будет попадать в бак, а вклад от утечки через боковую поверхность реактора в основном будет пренебрежимо мал. В этом предположении эквивалентная мощность источника для оценки доз от γ -излучения в кабине экипажа составит $P_{\gamma} = 1680\pi \cdot 65^2 \cdot 0,5 = 1,11 \cdot 10^6 \text{ вт} = 1,11 \text{ Мвт}$, что соответствует $1,11/12,5 = 0,089$ от полной утечки, определенной из условия цилиндрического реактора с симметричным ослаблением, и эквивалентно захвату излучения утечки из изотропного точечного источника поглотителем, стягивающим угол $\vartheta_a = \arccos(1 - 0,089) = 24,3^\circ$, который примерно равен углу, получающемуся в нашем предположении о размерах и геометрии расположения

бака и реактора. Таким образом, даже очень грубое приближение может дать результат, не сильно отличающийся от более точных и сложных расчетов.

Используя наш предыдущий расчет энергии излучения, утекающего через верхний торец реактора, и мощности дозы, можно с помощью формулы (5.55) определить полную дозу по γ -излучению, проходящему через бак в течение работы на мощности, предполагая линейное уменьшение толщины рабочего тела со временем. Здесь важным параметром является начальная толщина рабочего тела $\mu_p h_p = 0,071 \times 3 \cdot 10^3 = 12,6$. Для этого значения функции ослабления в формуле (5.55) принимают вид $[2 - (2 + \mu_p h_p) \exp(-\mu_p h_p)] / \mu_p h_p = (2 - 14,6 e^{-12,6}) / 12,6 \approx 2/12,6 = 0,159$. Тогда полная доза от γ -излучения будет равна $D_{\gamma} = (0,5 \cdot 1,88 \cdot 10^{10} \times 3600) \cdot [79 / (4,5 \cdot 10^3)]^2 = 1,28 \cdot 10^5 \text{ рад}$. Положим, что половина допустимой дозы по γ -излучению должна быть получена во время работы на мощности, а другая половина — в течение 1,5 час после выключения реактора. Тогда коэффициент ослабления защиты для γ -излучения в процессе работы на мощности равен $A_s = 1,28 \cdot 10^5 / 0,5 = 2,56 \cdot 10^5$. Это ослабление обязано действию обеих защит, как нейтронной, так и от γ -излучения, поэтому надо определить требования к защите от быстрых нейтронов, прежде чем продолжить исследование защиты от γ -излучения.

Мощность утечки быстрых нейтронов дается формулой (5.40). Сначала надо определить вероятность избежания утечки быстрых нейтронов $P_f = \exp(-B^2 \tau_{th})$. Для активной зоны с относительной долей пустот $f_{void} = 0,3$; возраст тепловых нейтронов в графите примерно равен $\tau_{th} = 344(1 - 0,3)^2 = 700 \text{ см}^2$. Предполагая, что эффективная добавка отражателя с достаточной точностью дается формулами (4.120) и (4.121), находим, что она равна $S \approx 3 \cdot 12 = 36 \text{ см}$ для отношения коэффициента диффузии в активной зоне к коэффициенту диффузии в отражателе, равного трем. Принимая эту величину, получим диаметр эквивалентного реактора без отражателя $D_c = 130 + 2 \cdot 36 = 202 \text{ см}$ и длину $L_c = 130 + 36 = 166 \text{ см}$ (поскольку отражатель имеется только на одном торце). Таким образом, геометрический параметр примерно равен $B^2 = [2,405 / (101 + 2)]^2 + [\pi / (166 + 4)]^2 = 8,87 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-2}$, где в расчетах принята длина экстраполяции 2 см. Итак, $P_f = \exp(-8,87 \cdot 10^{-4} \cdot 700) \approx 1 - 0,0621$. Сферическая активная зона без отражателя с эквивалентным геометрическим параметром имела бы $D_c = (\pi / \sqrt{8,87 \cdot 10^{-4}}) - 2 = 103 \text{ см}$. Используя это последнее значение, получим по формуле (5.8) максимально возможную мощность быстрых нейтронов утечки: $I_{E_n}^{\max} = 5(2,08 - 1) \cdot 5 \cdot 10^9 / 2,08 \cdot 4\pi 103^2 \cdot 181 \cdot 1,064 = 506 \text{ вт/см}^2$, что составляет примерно треть величины потока γ -излучения,

выходящего из реактора. Действительная утечка быстрых нейтронов составляет лишь долю, равную $1 - P_f = 0,0621$ этой величины, так что $I_{E_n}^{act} = 31,4 \text{ вт/см}^2 = 1,97 \cdot 10^{14} \text{ Мэв/сек} \cdot \text{см}^2$.

Мощность дозы от быстрых нейтронов снаружи корпуса реактора в непосредственной близости от него по формулам (5.7) и (5.10) получается равной $D_n^f(R_c) = 1,97 \cdot 10^{14} / (2,6 \cdot 10^5) = 7,6 \cdot 10^8 \text{ рад/час}$. Тогда полная доза от быстрых нейтронов, полученная при работе на мощности, может быть вычислена по формуле (5.56), если известны свойства рабочего тела и если установлено, что глубина жидкости в баке уменьшается линейно со временем. Используя данные табл. 5.8, находим, что для жидкого H_2 $\Sigma_f' = 0,04 \text{ см}^{-1}$, и поэтому $\Sigma_f' h_p = 0,04 \times 3 \cdot 10^3 = 120$. Для этой начальной толщины в баке полная доза от быстрых нейтронов получается равной $D_n^f = [7,6 \cdot 10^8 \times 10^3 / (120 \cdot 3600)] (103/4500)^2 = 920 \text{ рад}$, что намного меньше дозы от γ -излучения, но все же требует значительной защиты.

Чтобы уменьшить эту дозу до допустимой полной дозы по быстрым нейтронам, необходимо достичь ослабления в нейтронной защите $B_s = 920/0,1 = 9200$. Примем, что для этой цели защита на верхнем торце реактора выполнена из LiH, и опять (как и для γ -излучения) будем исходить из соотношений для плоской геометрии. Из табл. 5.8 видим, что для LiH $\Sigma_f' = 0,152 \text{ см}^{-1}$. Для того чтобы выполнялось равенство $E_1(x) = 1/B_s = 1,09 \cdot 10^{-4}$, как этого требует формула (5.37), необходимо иметь толщину $x = \Sigma_f' t_{\text{LiH}} = 5,0$, так что $t_{\text{LiH}} = 5,0/0,152 = 32,9 \text{ см}$. Масса такой защиты, покрывающей площадь верхнего торца реактора, равна $32,9 \cdot 0,82 = 27 \text{ г/см}^2$. Предположив, что защита выступает на 20% за пределы полного диаметра реактора, чтобы обеспечить ослабление и нейтронов утечки через боковую поверхность, получим полную массу защиты $m_{\text{LiH}} = 27\pi(1,2 \cdot 79)^2 = 7,63 \cdot 10^5 \text{ г}$. Эта нейтронная защита обеспечит также некоторое ослабление γ -излучения, и чтобы определить дополнительные требования к защите от γ -излучения, надо знать эффект нейтронной защиты. Применяя данные табл. 5.7, вычислим $(\mu t)_{\text{LiH}} = 32,9/36 = 0,91$ и по формуле (5.36) найдем, что ослабление в случае плоской геометрии составляет $1/A_{s,\text{LiH}} = 0,24 + 0,40 = 0,64$ и дополнительная защита от γ -излучения должна обеспечить только $A_s = 0,64 \cdot 2,56 \cdot 10^5 = 1,64 \cdot 10^5$ для предохранения экипажа от дозы γ -излучения, получаемой во время работы реактора на мощности.

Чтобы закончить оценку полных требований к защите, найдем мощности доз, ожидаемые после выключения реактора. В период после выключения реактора единственным проникающим излучением, имеющим отношение к нашей задаче, является радиоактивное излучение продуктов деления

и тормозное γ -излучение, возникающее при замедлении β -частиц, образованных при радиоактивном распаде продуктов деления. Формула (5.15) дает полную мощность дозы γ -излучения от незранированного точечного источника. Ранее указывалось, что эффективный коэффициент ослабления, обязанный самоэкранировке активной зоны, отражателя и конструкций оболочки давления для потока утечки γ -квантов через верхний торец корпуса реактора, примерно равен $A_s = 3,21$. Используя этот коэффициент и пренебрегая рассеянием в конструкции бака (хотя такое рассеяние должно быть учтено для точного определения), по формуле (5.15) оценим мощность дозы в незащищенной кабине экипажа спустя 1,5 час после выключения реактора:

$$D_\gamma(S) = \frac{2,5 \cdot 10^{10} \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \left[1 - \left(1 + \frac{1000}{1,5 \cdot 3600} \right)^{-0,2} \right]}{(1,5 \cdot 60)^{0,2} (4,5 \cdot 10^3)^2 3,21 \cdot 1064} = 2,09 \cdot 10^4 \text{ рад/час}.$$

Полная неослабленная доза от γ -излучения также представляет интерес. Чтобы получить ее, проинтегрируем выражение (5.15) для мощности дозы радиоактивного излучения по времени после выключения реактора и получим выражение с временной зависимостью вида $t_0^{0,8} + t_b^{0,8} - (t_0 + t_b)^{0,8}$. Применение этого дает следующую величину полной дозы от γ -излучения, получаемую в кабине экипажа в течение первого интервала времени после выключения реактора $t_0 = 1,5 \text{ час}$:

$$D_\gamma = \frac{1,45 \cdot 10^6 \cdot 90^{0,8} [1 + (1/5,4)^{0,8} - (1 + 1/5,4)^{0,8}]}{0,8 \cdot 60} = 1,243 \cdot 10^5 \text{ рад}.$$

Эта величина почти точно совпадает с ранее вычисленной неослабленной дозой, обязанной γ -излучению, испускаемому в процессе работы реактора на мощности. Как было отмечено выше, требования к защите от γ -излучения (принимая во внимание ослабление возможной нейтронной защиты из LiH) состоят в том, что $A_s = 1,64 \cdot 10^5$. При такой защите от γ -излучения доза, получаемая после выключения реактора, может быть равна $0,64 \cdot 1,243/1,64 = 0,49 \text{ рад}$. Мощность дозы спустя 1,5 час после выключения реактора может уменьшиться до величины $2,09 \cdot 10^4 \cdot 0,64 / (1,64 \cdot 10^5) = 0,0815 \text{ рад/час}$ на расстоянии $4,5 \cdot 10^3 \text{ см}$ вперед от реактора. Хотя эта мощность дозы значительно больше, чем та, которая разрешена международной радиологической комиссией для длительного облучения, все же полная доза достаточно хорошо укладывается в пределах допустимых отклонений по ожидаемому интервалу времени. Например, постоянное облучение радиоактивным излучением (с вышеприведенной защитой) в течение первых 150 час после выключения реактора дает полную

дозу в кабине экипажа, всего лишь в 1,765 раз превышающую дозу, полученную в течение первых 1,5 час после выключения реактора.

Если исходить из эффективных соотношений для плоской геометрии, то толщина защиты равна $x = \mu t \approx 9,6$, так как $E_1(x) = 1/A_s = 6 \cdot 10^{-6}$. Из рис. 5.5 видно, что для γ -квантов с умеренной энергией ($E_\gamma \approx 3$ Мэв) коэффициент ослабления энергии в плотных материалах (например, в Pb, W) примерно равен $\mu' = 0,043$ см²/г. При этом необходимая поверхностная плотность защиты от γ -излучения, помещенной между верхним торцом реактора и кабиной экипажа, будет равна $\rho t = 9,6/0,043 = 223$ г/см². Если, например, материалом защиты является W ($\rho = 19,3$ г/см³), то его толщина будет равна $t_w = 11,6$ см. Эта защита от γ -излучения даст также некоторое ослабление быстрых нейтронов. Табл. 5.6 показывает, что $\Sigma'_f = 0,221$ см⁻¹ для W, так что влияние защиты от γ -излучения на ослабление нейтронов выражается коэффициентом $B_s = 0,221 \cdot 11,6 = 2,56$. Вследствие этого нет необходимости в такой толстой защите из LiH, как было оценено ранее, так как от нее требуется ослабление всего лишь в $B_s = 9200/2,56 = 3600$ раз, поэтому уточненная толщина защиты из LiH равна $t_{LiH} = 28,0$ см и ее поверхностная массовая плотность составляет $\rho t = 0,82 \cdot 28,0 = 23$ г/см². Тогда полная масса защиты из LiH равна $m_{LiH} = 23\pi(1,2 \cdot 79)^2 = 6,50 \cdot 10^5$ г, и масса защиты из W равна $m_w = 223\pi(1,2 \cdot 79)^2 = 6,31 \cdot 10^6$ г, если обе защиты сделаны так, что они выступают на 20% по радиусу за внешнюю границу корпуса реактора. Полная масса защиты, необходимая для предохранения от излучения кабины экипажа и снижения уровня дозы до установленной здесь величины как во время работы реактора на мощности, так и после выключения его, равна $m_{sh} = 6,96 \cdot 10^6$ г. Заметим, что в этих расчетах пренебрегли всякой возможностью использования запасов рабочего тела в качестве защиты. Имело бы смысл рассмотреть такую возможность, если бы кабина экипажа на самом деле была бы вынесена за пределы дополнительной энергетической ступени, несомой летательным аппаратом с ядерным двигателем, что, по-видимому, будет иметь место в большинстве первых практических ядерных систем для полета человека.

При предположенном нами превышении на 20% в радиальном направлении теневая защита дает конус затенения с половиной угла, равной всего лишь 9°. Вне этого конуса мощность дозы быстро растет с углом, пока не будет достигнута максимальная мощность дозы в интервале углов от 40 до 45°, отсчитываемых от оси теневой защиты. Как было вычислено выше, эта максимальная мощность дозы спустя 1,5 час после остановки реактора равна $2,09 \cdot 10^4$ рад/час на

расстоянии $4,5 \cdot 10^3$ см от реактора. Ясно, что близкую встречу или ввод этого летательного аппарата в док обитаемой станции или другого летательного аппарата невозможно осуществить вне этого конуса тени, если на объекте встречи или ввода в док не будет дополнительной защиты для предохранения от излучения прибывающего летательного аппарата. Если выбирать 10^{-2} рад/час в качестве безопасной мощности дозы для встречи спустя 1,5 час после выключения ядерной двигательной системы, то наименьшее расстояние сближения при встрече должно быть не менее $r = 4,5 \cdot 10^3 \sqrt{2,09 \cdot 10^4 / 10^{-2}} = 6,5 \cdot 10^6$ см (65 км). Постановка в док летательного аппарата с ядерным источником энергии или перемещение грузов и (или) пассажиров может быть выполнено с этого расстояния с помощью тщательного маневрирования, осуществляемого с помощью химических ракетных двигателей малой тяги, чтобы обеспечить верньерный контроль за относительным положением, ориентацией и скоростью. Вероятно, такой метод необходим для осуществления встречи и ввода в док больших летательных аппаратов с двигателями на химическом топливе, так что в обоих этих случаях задачи могут быть весьма подобными качественно, хотя и не количественно.

Подобные проблемы возникают и в ядерных электрических системах с малой тягой. В этих системах некоторые аспекты в деле использования защиты, применяемой для осуществления встреч, более трудны, чем для ядерных систем с высокой тягой. Это вызвано тем, что потребная полная энергия (а поэтому и полное количество делений) для ядерных электрических систем с высоким I_{sp} больше, чем для полета с большим ускорением, и накопление продуктов деления в них также может быть большим. Обычно именно из-за опасности остаточного радиоактивного излучения возникает большинство трудностей в работе или опасностей, связанных с использованием ядерной энергии для полетов в атмосфере или космосе. Заметим, что в космосе они могут быть устранены удалением накопленных продуктов деления, выбросом тепловыделяющих элементов реактора или всего реактора в целом без последующего его использования. В наземных условиях единственные возможные решения подразумевают использование сложной, массивной и дорогостоящей дистанционной аппаратуры и защитного оборудования, если рассматриваемый летательный аппарат лишь слабо защищен. Самолеты с раздельной защитой и ракеты с теневой защитой попадают под эту категорию; безопасное возобновление их функционирования и использование вновь возможно только с большой трудностью и при больших материальных затратах. Летательные аппараты с ядерным реактором, имеющие единую защиту, менее чувствительны к таким проблемам.

Глава 6

КОНСТРУКЦИЯ РЕАКТОРОВ И СХЕМЫ ДВИГАТЕЛЕЙ

6.1. ФОРМА РЕАКТОРОВ И ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ ИХ

6.1.1. Общая методика конструирования. Конструирование ракетных ядерных реакторов с твердой активной зоной — чрезвычайно сложное дело.

Опыт конструирования таких реакторов показал, что их простота является основным требованием, вслед за которым идут требования надежности реактора в эксплуатации, а также низкой стоимости разработки и производства.

Из всех технических проблем наиболее важной является проблема теплопередачи и ее регулирования. Рабочие характеристики полностью определяются конструкцией системы передачи тепла, поэтому вся работа конструктора должна быть направлена на обеспечение наилучших характеристик конструкции как теплообменного устройства.

Второй по важности является проблема обеспечения ядерной критичности, так как для работы реактора теплообменного типа необходимо вырабатывать тепловую энергию, которая должна передаваться рабочему телу. Поскольку конструкция реактора должна обеспечивать определенный срок службы, то в ней должны быть учтены не только геометрические, но и прочностные соображения.

Предварительный расчет реакторов теплообменного типа можно выполнить, применяя сравнительно простые (ручные) методы расчета. Условия критичности и грубые значения загрузки делящегося вещества, а также его распределение можно определить, используя соотношения теории возраста Ферми, рассмотренные в гл. 4. Затем путем простых вычислений по формулам гл. 3 можно найти распределения температур стенок и газа при соответствующем распределении плотности энерговыделения. В последнем случае при доста-

точно простых законах изменения удельной мощности по длине канала (например, для синусоидального или экспоненциального распределения) иногда можно получить аналитические решения. Влияние погрешностей изготовления проточной части и неравномерности распределения расхода теплоносителя и плотности энерговыделения в поперечном сечении реактора можно учесть с помощью методов, которые были рассмотрены ранее. С помощью этих методов можно предварительно оценить ухудшение характеристик реального ракетного реактора по сравнению с идеальным. Оценку применения двигателей на летательных аппаратах и расчеты радиационной защиты можно произвести по материалам гл. 2 и 5.

Однако мы должны подчеркнуть, что эти простые методы анализа могут оказаться непригодными при детальном расчете работы реактора на расчетном режиме. Сложность более точных методов такова, что при подробных расчетах часто приходится прибегать к помощи электронно-вычислительных машин, используя для каждой задачи специальные машинные коды.

Для успешного выполнения этого более сложного технического расчета необходимо четко понимать относительную важность и взаимосвязь многих физических явлений, которые необходимо при этом рассматривать. Такое понимание может быть легко достигнуто путем использования результатов ручных методов расчета, без чего невозможно грамотно использовать сложные и дорогостоящие вычислительные устройства и программы расчетов, необходимых для окончательного проектирования рабочей конструкции.

6.2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

а) Гомогенные активные зоны. Хотя активные зоны реакторов типа теплообменника с разделением теплоносителя и делящегося вещества не являются геометрически однородными, их можно считать таковыми, если размеры отдельных элементов конструкции малы по сравнению со средней длиной пробега нейтрона в процессе его взаимодействия с ядром (гл. 4). В представляющих интерес конструкциях такое соотношение выполняется довольно часто.

Как мы уже знаем из анализа гомогенных реакторов без отражателя и с равномерной загрузкой делящегося вещества, плотность нейтронного потока и, следовательно, плотность энерговыделения монотонно падают по мере приближения к границам активной зоны реактора. В реакторах с движением теплоносителя вдоль оси симметрии активной зоны (например, параллельно оси цилиндра реактора с цилиндрической активной зоной) для получения желаемого распределе-

ния (профилирования) удельной мощности необходимо искусственно изменять плотность загрузки по радиусу активной зоны. Изменение плотности загрузки можно осуществить с помощью варьирования удельной концентрации делящегося вещества. Хотя эта методика представляется прогрессивной, на практике она может значительно усложнить производственные процессы. Кроме того, вследствие зависимости формы кривой распределения нейтронных потоков от распределения поглотителей нейтронов в реакторе расчет нейтронных потоков усложняется, поскольку в этом случае уравнение диффузии необходимо решать при переменных значениях поперечных сечений поглощения и деления. Более подходящим решением было бы изменение формы кривой нейтронного потока по радиусу активной зоны при сохранении желательной равномерной концентрации вещества в активной зоне. Изучение систем с отражателями показывает, что при одинаковом соотношении материалов размеры активной зоны с отражателем меньше, чем у «голого» реактора, что соответствует уравнениям (4.119) и (4.121), в то время как общие размеры системы остаются неизменными или несколько уменьшаются, а нейтронные потоки на границе активной зоны увеличиваются по сравнению с потоками в реакторе без отражателя. При этом отношение максимального потока (в центре) к минимальному (на границе) уменьшается, и, следовательно, кривая распределения плотности энерговыделения становится более «плоской». Если рассматривать только такие совокупности материалов активной зоны, которые обеспечивают хорошее замедление нейтронов, то «выпрямить» кривые распределения нейтронных потоков и плотности энерговыделения с помощью одних внешних отражателей невозможно, какую бы толщину ни имели отражатели. Кривая распределения в этом случае всегда будет иметь максимум в центре активной зоны, как было показано на рис. 4.12, а.

С другой стороны, если рассмотреть реактор с эффективным отражателем, материалы активной зоны которого слабо замедляют и хорошо поглощают нейтроны (и могут оказаться непригодными для малогабаритных систем без отражателей из-за малой эффективности создания условий критичности), очевидно, что поток тепловых нейтронов, как было показано на рис. 4.12, имеет максимум на границе и минимум — в центре активной зоны. Максимальный поток быстрых нейтронов имеет место по-прежнему в центре активной зоны, но вследствие более высоких значений микроскопического поперечного сечения для тепловых нейтронов распределение плотности делений имеет форму, похожую на форму кривой плотности теплового потока. Следовательно, в этом случае мы не только выравниваем распределение плотности

делений, но и снижаем значение этой плотности в центре активной зоны. Варьируя соотношение различных материалов в активной зоне, плотность и толщину отражателя между двумя указанными крайними случаями, можно было бы достигнуть почти полного спрямления кривой распределения плотности делений при равномерной загрузке делящегося вещества. На практике обычно считают, что этот предельный случай очень трудно осуществить и что даже при наивыгоднейших значениях толщины отражателя и макроскопических поперечных сечениях в активной зоне необходима некоторая корректировка локальной концентрации делящегося вещества. Это изменение концентрации, конечно, значительно меньше, чем то, которое требуется для выравнивания кривой распределения плотности делений путем изменения одной только концентрации горючего без воздействия на форму кривой отражателем.

В цилиндрических реакторах с радиальным течением теплоносителя (от оси к периферии) проблемы профилирования остаются примерно такими же, поскольку в этом случае плотность нейтронного потока и плотность делений необходимо увеличивать по мере перехода от центральной плоскости к торцовым. Частично это можно сделать путем использования торцовых отражателей, аналогично тому как в системах с осевым течением теплоносителя используются боковые отражатели (в виде полых цилиндров). В противоположность этим случаям в сферических реакторах с радиальным движением теплоносителя для профилирования удельной мощности использовать отражатель не нужно, поскольку концентрические поверхности сечения шара сами по себе являются поверхностями постоянной плотности делений в силу центральной симметрии распределения нейтронного потока. Применение радиальных каналов для теплоносителя усложняет гидродинамику и конструкцию системы, но заслуживает рассмотрения вследствие простоты профилирования удельной мощности.

б) Гетерогенные активные зоны. Общие проблемы распределения плотности делений в активных зонах решетчатой конструкции аналогичны рассмотренным выше и отличаются от них лишь некоторыми деталями. Из вышеприведенного рассмотрения решетчатых активных зон вспомним, что локальный поток можно считать результатом наложения суммарного потока и его локального изменения вследствие более высокого поглощения в отдельных объемах. Суммарный поток устанавливает общий уровень, при котором каждый ТВЭЛ работает и профилируется, как было указано выше, для гомогенной активной зоны таким образом, чтобы все элементы функционировали, обеспечивая одинаковую плотность энерговыделения при постоянной средней загрузке

делящегося вещества. После выполнения этого условия необходимо рассмотреть изменение потока в пределах единичного объема. Поскольку термализация нейтрона осуществляется путем замедления в матрице, тепловой поток на периферии простейшего ТВЭЛ всегда будет выше, чем в его центре. При такой плотности распределения делений профилирование удельной мощности легко осуществить путем организации радиального течения в элементе от периферии к центру или наоборот, однако при этом необходимо создать соответствующие подводящие или отводящие каналы. Очевидно, что, так же как и при радиальном течении в гомогенных реакторах, это приводит к усложнению конструкции гидравлической системы реактора. С другой стороны, для выравнивания плотности делений в плоскости, перпендикулярной направлению движения теплоносителя, который течет параллельно оси симметрии элемента решетки, необходимо, чтобы концентрация топлива изменялась по радиусу каждого элемента, как в ранее рассмотренном случае корректирования плотности делений в гомогенной активной зоне с эффективным отражателем при отсутствии внутреннего замедления. В любом случае, несомненно, проблемы энергетических расчетов и механического производства реакторов с гетерогенной активной зоной обычно более сложны, чем для реакторов с гомогенной активной зоной. Эти трудности несколько усиливаются в связи с тем обстоятельством, что в решетчатых, активных зонах иногда можно достигнуть критичности при меньших размерах и с меньшим количеством делящегося вещества, чем это необходимо для гомогенных зон.

в) Эффекты взаимодействия. Вследствие того что в обоих типах активных зон существует взаимная связь между нейтронно-физическими и энергетическими проблемами конструирования, необходимо заключить, что не все возможные сочетания различных теплоносителей, делящихся веществ и конфигураций отражателя и реактора равным образом приемлемы, представляют одинаковый интерес и создают одни и те же трудности. Следовательно, при создании оптимальной системы в реальном случае нельзя выбрать какую-либо одну основную характеристику без того чтобы не рассмотреть ее влияние на другие элементы системы реактора.

С практической точки зрения выбор материала для ТВЭЛ оказывает влияние на выбор «наилучшей» геометрии активной зоны. Если делящееся вещество и материал оболочки имеют большое поперечное сечение резонансного поглощения (например, вольфрам или тантал), то для сведения к минимуму загрузки делящегося вещества естественно использовать схему матричной конструкции с разделением ТВЭЛ и введением замедлителя в активную зону. Графит

можно применять и в гомогенных, и в гетерогенных системах. Он достаточно хороший замедлитель, который может обеспечить почти полную термализацию нейтронов в активной зоне, и его можно использовать в реакторах больших размеров с диаметром активной зоны 1,5 м и выше. При использовании графитовых ТВЭЛ в менее крупных системах для создания критичности без чрезмерно большой загрузки может потребоваться эффективное внешнее замедление или введение замедляющего материала в конструкцию матрицы.

В случае применения твердого замедляющего материала необходимо использовать часть теплоносителя для отвода тепла, выделяющегося в замедлителе вследствие термализации в нем нейтронов и поглощения гамма-квантов (гл. 5). При расчете и конструировании надежных составных, параллельно действующих систем охлаждения такого типа, которые необходимы для отвода тепла от состоящей из большого числа элементов системы замедления, возникают определенные трудности. Поэтому реакторы с твердым замедлителем будут проще в тех случаях, когда зоны замедления представляют собой крупные блоки, подобные блокам отражателя или изолированным объемам внутри реактора с гомогенной активной зоной и отражателем, а не тогда, когда гетерогенная активная зона состоит из большого числа отдельных узлов. Жидкие замедлители, напротив, можно сравнительно легко использовать как в крупных отражателях, так и в матричной конструкции, поскольку можно обеспечить их циркуляцию и охлаждение, т. е. они будут одновременно выполнять функции теплоносителя. Однако вследствие низкой температуры кипения и малой теплоты парообразования использование основных криогенных рабочих тел (H_2 и CH_4) в качестве жидких замедлителей представляет собой трудную для решения проблему, и их применение в реакторах с твердыми замедлителями сильно ограничено. С другой стороны, при комнатной температуре углеводороды, аммиак и гидразин пригодны для использования в системах с жидким водородсодержащим замедлителем, но из-за присущих им характеристик поглощения лучше всего использовать их с этой целью в активных зонах решетчатой конструкции. Для этого необходимо или организовать их циркуляцию (с соответствующим усложнением системы) или использовать однократно в разомкнутом контуре, что представляет интерес в случае ракетных реакторов. Для двух рассмотренных типов реактора при организации распределения расхода теплоносителя на входе в реактор и на выходе из него возникают совершенно разные проблемы. С этой точки зрения более предпочтительными конструкциями являются гомогенные активные зоны, хотя быстрые изменения физических свойств теплоносителя (газообразного рабочего тела) с температурой и его сжимаемость

делают в них создание поворотных и распределительных устройств матричной конструкции чрезвычайно трудным.

Выбор формы и гидравлической схемы активной зоны оказывает глубокое влияние на размеры и теплообменные характеристики каналов для теплоносителя при заданной необходимой рабочей мощности. Так, например, при одинаковой мощности теплоотвода гомогенные активные зоны с каналами, расположенными по всей их длине, могут работать при больших числах Рейнольдса и с более крупными каналами, чем гетерогенные реакторы с радиальным течением теплоносителя в каждом топливном объеме. При течении с большими числами Рейнольдса имеют место сравнительно высокие потери давления и повышенные значения разности температур стенки и газа. С уменьшением числа Рейнольдса потери давления и необходимый температурный напор уменьшаются, при условии что размеры конструкции увеличиваются или изменяются с сохранением примерно постоянного коэффициента теплопередачи с единицы объема активной зоны. Конструкции, работающие при очень малых скоростях движения теплоносителя (при ламинарном режиме), могут отличаться незначительными величинами потерь давления и требуемых температурных напоров, однако в них имеют место проблемы устойчивости течения (гл. 3), которые могут быть решены только с помощью использования сложных систем дросселирования или выравнивания потока. Вследствие того, что одинаковые величины производственных допусков имеют меньшее значение для теплообменных аппаратов с грубой обработкой поверхности и поскольку проще изготовить крупную конструкцию, то, вообще говоря, первая из рассмотренных нами систем обычно более предпочтительна. Реактор с гетерогенной активной зоной и движением теплоносителя вдоль оси отдельного блока также может иметь большие размеры каналов, и поэтому с точки зрения гидродинамики теплоносителя по сложности он сравним с гомогенным реактором, теплоноситель в котором движется параллельно оси симметрии активной зоны.

При выборе геометрии и материалов устанавливается критическая масса реактора и определяются те неоднородности топливной загрузки, которые необходимы для выравнивания распределения плотности делений в плоскости, перпендикулярной направлению движения теплоносителя (гл. 4). Эти параметры, в свою очередь, определяют максимальное значение концентрации топлива, которая может служить предельной характеристикой ранее выбранного материала для ТВЭЛ. По сравнению с водородсодержащими матрицами гомогенные активные зоны могут обладать большей критической массой, но необходимая для выравнивания плотности делений максимальная концентрация урана в матричной

геометрии может быть выше. Это объясняется тем, что неравномерность топливной загрузки в гетерогенных матрицах обычно выше, чем в гомогенных активных зонах.

При выборе различных вариантов в решении любой конкретной проблемы конструирования реактора можно указать другие примеры взаимодействий. Не существует общего правила для их описания или для указания более выгодного варианта в каждом частном случае; в каждом таком случае необходимо производить оценку на основании подходящих критериев. Как уже отмечалось, наиболее важным принципом, на основе которого необходимо принимать конкретные решения, является стремление к простоте конструкции всех основных элементов реактора.

6.3. ПОРЯДОК ОСНОВНЫХ РАСЧЕТОВ

Прежде чем приступить к анализу конструкций реактора, необходимо ознакомиться с техническими условиями, которым должна удовлетворять конструкция. Главными параметрами ядерного ракетного двигателя являются его вес и мощность. Их значения должны определяться на основании изучения предполагаемого применения ядерных двигателей на летательном аппарате.

Уровень мощности даёт основу для проведения обширного параметрического исследования теплообменных характеристик, аналогичного проведенному в гл. 3.

Результаты анализа целесообразно представить в виде зависимости размеров активной зоны от пористости, рабочего давления, конструкционного совершенства и температуры системы. Используя полученные результаты, можно выбрать форму ТВЭЛ, его размеры и конструкцию матрицы активной зоны. При этом необходимо согласовать полученные размеры и тип используемых материалов с ожидаемыми нейтронно-физическими характеристиками. Далее, на этом раннем этапе желательно перед принятием окончательного решения произвести оценку побочных характеристик различных конструкций.

В качестве окончательного шага разработки конструкции необходимо выполнить параметрическое исследование нейтронно-физических характеристик реактора для различных материалов при разной форме и размерах реактора и разной величине загрузки; целесообразно результаты расчетов критичности использовать при проведении тепловых расчетов. Для обеспечения необходимой точности параметрический расчет нейтронно-физических характеристик необходимо производить по многогрупповым, многозонным программам, однако при первичных расчетах часто бывает достаточно ограничиться одномерными моделями. Хотя здесь необходимы машинные методы анализа, из соотношений теории возраста

следует, что $k_{эфф}$ пропорционально вероятности избежать утечки для быстрых нейтронов; $P_f = \exp(-B^2\tau)$. Поскольку $BR = \pi$, то можно ожидать, что для систем с одинаковой средней удельной мощностью K_c лапласиан изменяется приблизительно по закону $B \approx 1/P_f^{1/2}$; таким образом, $P_f \approx \exp(-\text{const}/P_f^{1/2})$. Реактор может быть чисто тепловым, с эффективным использованием материалов в спектре тепловых энергий, если $P_f \geq 0,85-0,9$. Материалы, которые обладают хорошими характеристиками в спектре надтепловых энергий, желательно рассматривать при $0,4 < P_f < 0,85$; причем те из них, для которых велика вероятность резонансного поглощения, нужно исключать из рассмотрения. В спектре быстрых энергий, т. е. при $P_f < 0,4$, можно использовать почти все материалы. Общая тенденция такова, что для систем с большей мощностью характерны более высокие значения P_f . Следовательно, чем мощность системы выше, тем ближе она находится к тепловой и тем сильнее принципы выбора материалов для нее отличаются от соответствующих принципов, уместных для систем малой мощности.

На основе совместной оценки результатов проведенных расчетов вырабатываются предварительные технические условия конструкции. По этим условиям находится вес реактора и производится увязка веса и мощности реактора с требованиями, определяемыми целевым назначением. Эта увязка производится до полного согласования конструкции реактора с этими требованиями.

6.4. ВАЖНЕЙШИЕ ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКЦИИ

а) Конструкция ТВЭЛ. Заслуживают рассмотрения только две главные конструкции: система равностоящих отверстий (трубок) и сборка из плоских пластин, расположенных параллельно друг другу (с зазором). Исследовалось много других конструкций, например с плотной засыпкой шариками, с системой раздвинутых или сомкнутых стержней, но наиболее эффективными элементарными формами оказались пластины и цилиндрические или гексагональные трубки. Основные моменты теплоэнергетических и прочностных расчетов рассмотрены в гл. 3. Напомним лишь, что наиболее важными проблемами при конструировании ТВЭЛ являются проблемы температурных напряжений. Они находятся в неразрывной связи с напряжениями от гидродинамических нагрузок и определяются вместе с ними пористостью и гидравлическим диаметром, которые, в свою очередь, связаны с критичностью и требуемым уровнем теплопередачи.

ТВЭЛ в активной зоне двигателя реактора может нагружаться в направлении, параллельном направлению движения теплоносителя, либо на сжатие, либо на растяжение, в за-

висимости от принятой силовой схемы крепления их в активной зоне. Желательно, чтобы конструкция ТВЭЛ работала на растяжение, поскольку при этом силовые элементы системы крепления располагаются в «холодной» части реактора, где обычно прочность самая большая. Однако такое крепление совершенно неэффективно в тех случаях, когда ТВЭЛ ослабляются за точками их крепления. Единственным способом обеспечения безопасности в этих условиях является нагружение ТВЭЛ сжимающим усилием путем постановки системы крепления вблизи выходного (высокотемпературного) торца активной зоны. Ясно, что разработка системы крепления ТВЭЛ не может производиться без рассмотрения более общей проблемы крепления активной зоны реактора.

б) Крепление активной зоны. Все схемы крепления в зависимости от геометрических особенностей распадутся на два класса: верхнее крепление (у холодного торца) и нижнее (у горячего). Применительно к созданию любого типа опорной конструкции активной зоны действует общее правило сохранения максимального числа степеней свободы в разрешенных направлениях (принцип минимальных ограничений). Хотя в действительности конструкция крепления активной зоны зависит от различных конкретных особенностей, таких, как вид материала и тип конструкции ТВЭЛ, от величины рабочих температур и давлений, а также от размеров активной зоны, тем не менее представляет интерес рассмотрение некоторых общих характеристик активных зон с верхним и нижним креплениями.

Основные особенности схемы нижнего крепления активной зоны показаны на рис. 6.1, откуда следует, что конструктивно расчет деформаций этой схемы аналогичен расчету изгиба балки или прогиба диска с равномерно распределенной внешней нагрузкой, опертого по краям. Конструкция нижнего крепления имеет ту характерную особенность, что в принципе ее можно осуществить независимо от силовой схемы внешнего отражателя. Поскольку в этом случае активная зона должна устанавливаться прямо на плиту, возникает ряд проблем, связанных с необходимостью свободного выхода теплоносителя из активной зоны через систему крепления. Кроме того, установка крепления у горячего торца приводит к необходимости работы материалов в условиях высоких температур, когда их прочность понижена. И, наконец, возникают проблемы компенсации расширений от совместного влияния нагрузки, нагрева излучением и движения теплоносителя.

Такая система крепления активной зоны либо должна быть самым высокотемпературным элементом реактора, либо достаточно конструктивно сложным теплообменным устройством. Выбор материалов для нее сильно ограничен независимо от того, применяется охлаждение или нет. Если система

неохлаждаемая, то единственным подходящим для нее материалом является материал с малой плотностью (для уменьшения поглощения γ -излучения), высокой теплопроводностью и хорошей стойкостью в среде рабочего тела, которое должно отводить тепло нагрева γ -излучением. Для изготовления таких неохлаждаемых систем крепления подходит только один

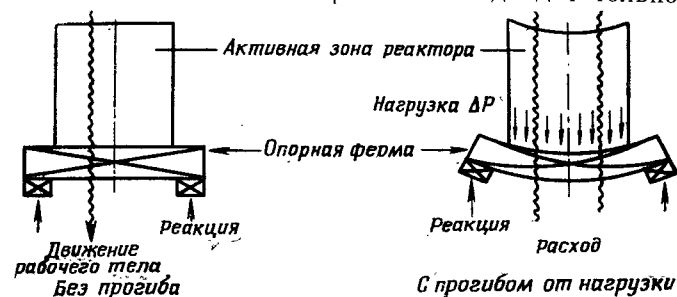


Рис. 6.1. Схема нижнего крепления активной зоны

материал — графит. Результаты их разрушения будут поистине катастрофическими, так как при этом перестанет удерживаться вся активная зона. Для создания охлаждаемой

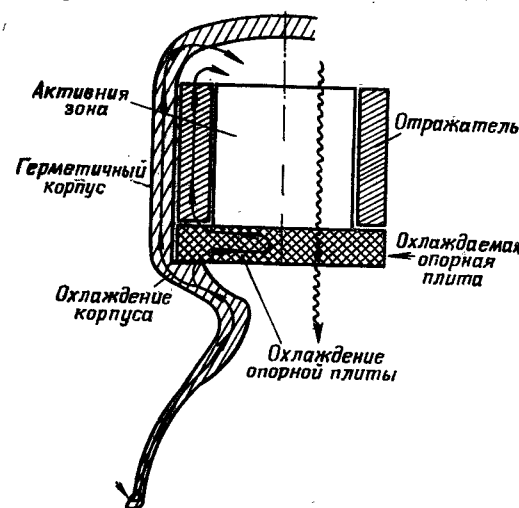


Рис. 6.2. Распределение теплоносителя в охлаждаемой опорной конструкции

конструкций можно использовать металлы. Из их числа следует выбирать те, которые хорошо обрабатываются и обладают хорошими свойствами при высоких температурах, например нержавеющей сталь 316, молибден и высокопрочные никелевые сплавы (инконель X). Если конструкция охлаждаемая, то ее необходимо создавать как совершенное теплообменное устройство с внутренними каналами для теплоносителя, попутно решая проблемы распределения расхода и организации его отбора и подвода. При этом надо сначала охладить сопло, силовой корпус, отражатель, регулирующие стержни и систему крепления активной зоны, а затем весь теплоноситель подать на вход в активную зону. Решение этой задачи при параллельном течении теплоносителя через отражатель

и систему крепления показано на рис. 6.2. Для уменьшения прогиба силовой плиты, снижения ее толщины, уменьшения потребностей в охлаждении и т. д. к нижней части плиты можно присоединить один или несколько стержней, провести их вверх через активную зону и прикрепить к какой-либо конструкции в верхней («холодной») части реактора. Простейший вариант такой схемы с одной дополнительной опорой показан на рис. 6.3; он представляет собой конструкцию с креплением опорной плиты и в центре, и на периферии. Эта конструкция имеет как положительные, так и отрицательные стороны, поскольку она значительно (примерно в два раза) уменьшает необходимую толщину плиты при заданном прогибе, но противоречит принципу минимальных ограничений, так как опорная плита оказывается связанной и в центре, и на периферии. Если использовать большое число работающих на растяжение стержней, то система крепления явится примером системы с нижним креплением ТВЭЛ и верхним креплением активной зоны.

Большим достоинством нижнего крепления является защита реактора, обеспечиваемая в этом случае при поломке одного или нескольких ТВЭЛ. Очень слабым местом такой системы является наличие крепления всей активной зоны единичным элементом конструкции.

При верхнем креплении нагрузки от наличия потерь давления и ускорений передаются в верхнюю часть реактора (к «холодному» торцу). Представляется вполне естественным передать эту нагрузку отражателю (как показано на рис. 6.4) и через него — силовому корпусу, который в конце концов передает все нагрузки силовой конструкции летательного аппарата, воспринимающей силу тяги. В этой схеме устраняются все проблемы, связанные с гидродинамикой течения нагретого теплоносителя на выходе из активной зоны, с прочностью при высоких температурах, и некоторые другие проблемы, которые являются серьезным недостатком конструкций с нижним креплением, но появляются аналогичные проблемы и для верхней части реактора. Они не влекут за собой нежела-

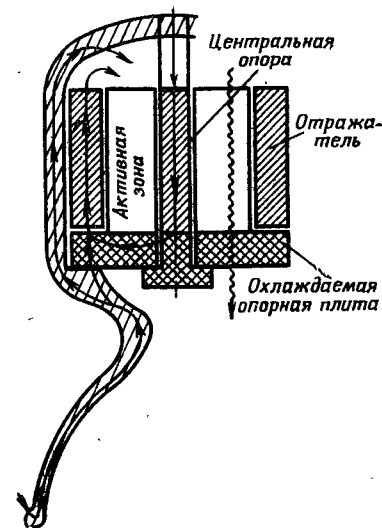


Рис. 6.3. Схема охлаждаемой опорной конструкции с использованием в центре дополнительной опоры из замедлителя

но решая проблемы распределения расхода и организации его отбора и подвода. При этом надо сначала охладить сопло, силовой корпус, отражатель, регулирующие стержни и систему крепления активной зоны, а затем весь теплоноситель подать на вход в активную зону. Решение этой задачи при параллельном течении теплоносителя через отражатель

тельных последствий, однако из-за того что плотность рабочего тела, грубо говоря, пропорциональна отношению входной и выходной температур T_{in}/T_{out} , во входном сечении она примерно в 10 раз выше, чем в выходном, и поэтому появляется необходимость использовать для обеспечения нужного распределения расхода каналы малого размера. Весьма важно

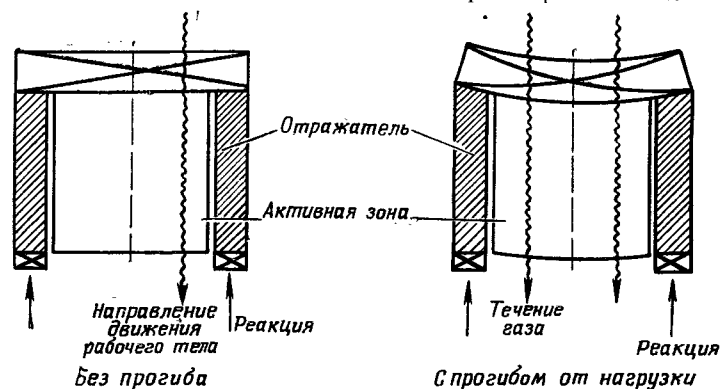


Рис. 6.4. Схема верхнего крепления активной зоны на опорной плите

также то обстоятельство, что используемый в этом случае теплоноситель не нагреет и несущая нагрузку конструкция остается при низкой температуре, а тепло поглощения γ -излучения легко снимается без использования сложных теплообменных устройств. Основным требующим решения вопросом здесь является конструкция соединения активной зоны с верхней опорой.

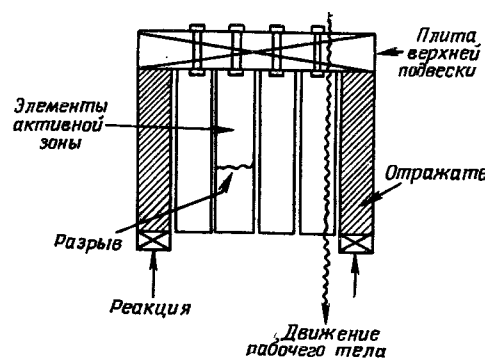


Рис. 6.5. Схема верхней подвески активной зоны

щаться относительно основания опоры, при этом выполняется принцип минимальных ограничений. Примером силовой схемы с верхней опорой является показанная на рис. 6.5 конструкция типа «висячих садов», в которой модульные узлы активной зоны, отдельные элементы или группы их подвешиваются (с помощью болтов, винтов или

других соединений) к верхней опорной плите и свободно свисают с нее вниз. Прочность этой опорной плиты можно надежно гарантировать, но разрушение где-нибудь внутри активной зоны, вызванное нагрузками от перепада давления, или непредвиденный разрыв подвешенного элемента приведет к потере прочности конструкции и, возможно, к аварии реактора. Поэтому для защиты от разрушения ТВЭЛ такая схема крепления практической ценности не имеет. Таким образом, для создания надежной конструкции наряду с принципом минимальных ограничений необходимо руководствоваться принципом независимости крепления от случайных

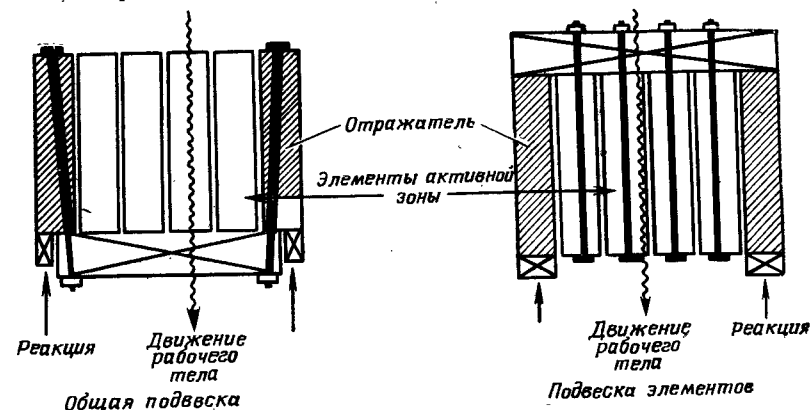


Рис. 6.6. Две схемы опорной конструкции с нижним креплением тепловыделяющих элементов и верхней подвеской активной зоны

разрушений ТВЭЛ, однако это возможно осуществить только при нижнем их креплении. Противоречие, заключающееся в необходимости одновременно иметь верхнюю и нижнюю системы крепления, легко разрешается, если вспомнить, что элементы необходимо крепить снизу, а активную зону — сверху.

На рис. 6.6 показаны два варианта такой приемлемой схемы крепления. Система с общей подвеской не что иное, как видоизменение схемы с нагруженной по краям опорной плитой (рис. 6.1 и 6.2) с равномерно перенесенной нагрузкой от активной зоны в верхнюю часть конструкции. Эта система объединяет многие отрицательные качества обеих схем, и поэтому ее применение нецелесообразно. Система с подвеской модулей эквивалентна вышеупомянутой конструкции нижнего крепления с большим числом силовых тяг. Отдельные крепления горячих торцов элементов должны либо охлаждаться, либо работать при высокой температуре. При наличии большого числа элементов в системе крепления очень трудно осуществить распределение расхода теплоносителя для регенеративного охлаждения, и поэтому может оказаться

проще использовать часть основного расхода рабочего тела для охлаждения элементов системы крепления, в которых не происходит процесса деления. Эта система крепления успешно использовалась в воздушных реакторах серии «Тори», испытанных в 1959—1961 гг., которые разрабатывались для прямоточных двигателей.

Если каждый узел реактора, в том числе и систему крепления, разбить на модули, то в принципе можно создавать более крупные конструкции путем сборки большего числа этих модулей. Главным вопросом, возникающим при таком решении системы крепления, является, как обычно, охлаждение элементов нижнего крепления и конструкция соединения с верхней опорой. Альтернативный подход, устраняющий эти

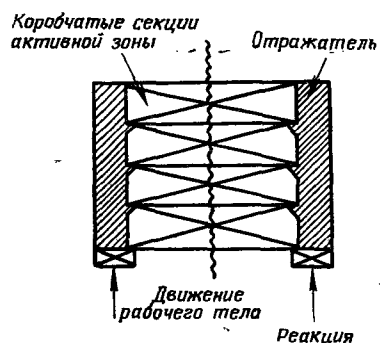


Рис. 6.7. Конструкция активной зоны с нижним креплением аксиальных секций

проблемы, но позволяющий добиться того же самого результата, заключается в разбиении активной зоны в осевом направлении на секции, состоящие из элементов балочного типа, и отдельной подвеске каждой такой секции как неохлаждаемого, опертго по краям толстого диска. Такая схема показана на рис. 6.7. Одним из примеров реализации этой схемы может служить конструкция первого прошедшего испытания ракетного реактора «Киви-А». Эта конструкция состояла из жестких коробчатых секций, которые в поперечном сечении имели форму колеса со спицами. Каждая секция крепилась по периферии в нижней части и заполнялась тепловыделяющими пластинами, которые изнутри крепились на нижних выступах каждой секции. Некоторые подробности этой конструкции показаны на рис. 6.8. Ее надежность была доказана

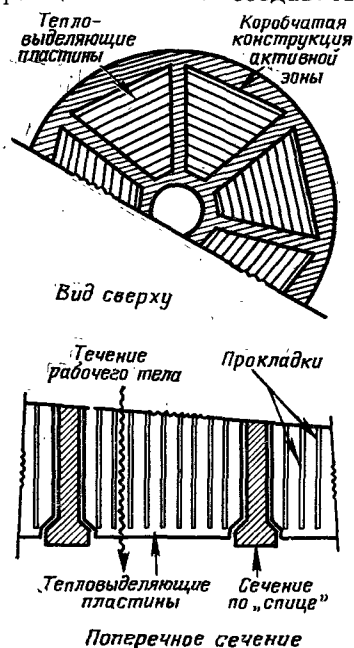


Рис. 6.8. Схема конструкции активной зоны и крепления топливных элементов реактора

в 1959 г. испытаниями «Киви-А», при которых не было неисправностей в элементах конструкции активной зоны и тепловыделяющих элементов.

При попытке совместить нижнюю схему крепления топливных элементов с верхней схемой крепления активной зоны были предложены другие, по идее более совершенные схемы крепления активной зоны. Рассмотрим два примера, которые основаны на использовании существующего в потоке рабочего тела распределения статического давления для нагрузки нужным образом ТВЭЛ активной зоны. Напомним, что основным недостатком схемы крепления типа «висячих садов» является

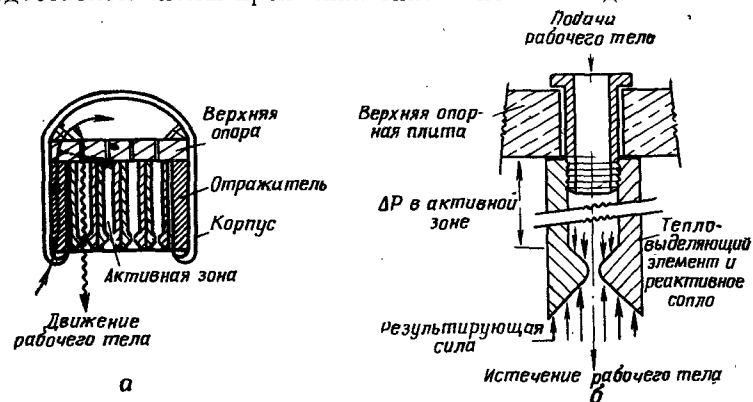


Рис. 6.9. Схема с реактивной компенсацией подвески тепловыделяющих элементов:

а — общая схема, б — схема крепления элемента

возможность разрушения активной зоны от непредвиденного разрыва ТВЭЛ ниже точки их крепления. Если каким-либо способом обеспечить нагрузку элементов приложенным снизу усилием (без использования нижней опорной балки) и уравновесить тем самым перепад давления на элементах, то можно нагрузить элементы сжимающим, а не растягивающим усилием и передать через них нагрузку верхней опорной конструкции, которая не работает при высоких температурах. Одна такая схема представлена на рис. 6.9. В этой схеме результирующее усилие создается при действии силы тяги, создаваемой самими элементами, каждый из которых оснащен торцом в виде реактивного сопла. Одним из ограничений этой схемы является трудность создания в пределах активной зоны реактора таких сопел, которые обеспечивали бы необходимый диаметр или ширину критического сечения и соответствующие степени расширения. В принципе при работе с высокими давлениями можно использовать сопла с малыми диаметрами критического сечения (и, следовательно, с большими степенями расширения), но в этом случае может

потребуется дросселирование расхода на входе и будет иметь место неизбежно связанная с ним зависимость давления в системе от других конструктивных ограничений. Здесь существуют важные для практики проблемы, связанные с возможностью эрозии и коррозии критического сечения сопла; небольшие отклонения его размеров могут вызвать значительное изменение расхода через канал и, таким образом, привести к образованию нежелательного местного перегрева.

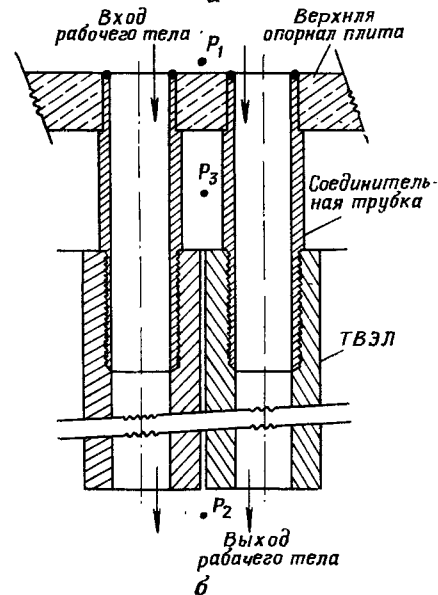
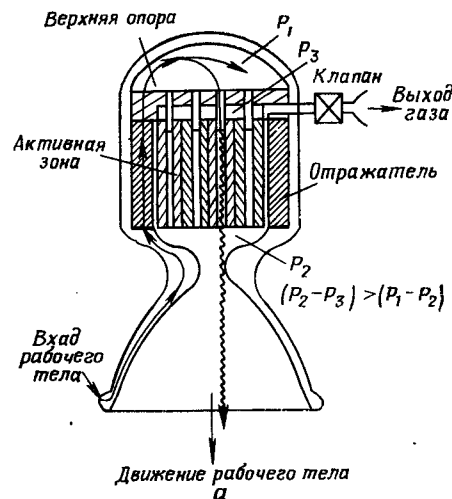


Рис. 6.10. Схема подвески тепловыделяющих элементов с компенсацией за счет разности давлений:
а — общая схема, б — детализация схемы крепления

бочего тела к каждому каналу по индивидуальной трубке (с целью гарантии отсутствия перетечек) и регулировкой противодавления до необходимой величины путем поста-

новки на линии утечки клапана и стравливания с его помощью давления в окружающую среду. Обе рассмотренные схемы имеют тот общий недостаток, что при отсутствии повышенного давления в проточной части (например, при сборке, транспортировке и на ранних стадиях пуска реактора) необходимо использовать вспомогательную систему крепления.

в) Тепловая изоляция. Потребность в тепловой изоляции возникает из-за необходимости обеспечения работы нагретого до очень высоких температур реактора в более холодной окружающей среде (отражатель, окружающий воздух). Использование цилиндрической формы с движением теплоносителя вдоль оси гарантирует, что изотермические поверхности и нейтронные потоки обладают осевой симметрией. Тогда и тепловая изоляция в основных элементах реактора должна располагаться по таким симметричным поверхностям. Однако изоляция может также потребоваться в точках крепления активной зоны к более холодной конструкции или к другим элементам силовой схемы. Основным назначением тепловой изоляции является уменьшение количества тепла, передаваемого рабочему телу до его входа в активную зону. Кроме того, изоляция может устанавливаться для того, чтобы, допуская возможность разного расширения горячей и холодной зон, препятствовать обратному перетеканию теплоносителя между этими зонами.

Материалы тепловой изоляции могут выбираться только из числа твердых тел или газов. Использование при высокой температуре любых твердых изоляторов, за исключением пиролитического графита, обычно менее эффективно, чем создание изоляции из неподвижных слоев газообразного водорода (его теплопроводность составляет при высокой температуре примерно 0,09—0,18 ккал/м·час·град). Все материалы, теплопроводность которых при высокой температуре выше, чем теплопроводность газообразного водорода, лучше всего использовать в виде заключенного в оболочку порошка. Эффективность такого устройства сравнима с эффективностью естественной конвекции водорода, проникшего внутрь этой оболочки. Пиролитический графит обладает свойствами, совершенно не похожими на свойства других веществ. Он образуется в результате последовательного, один на другой, осаждения ламинарных слоев графитовых паров. Его теплопроводность параллельно плоскости расположения слоев очень велика (примерно как у алюминия), а в перпендикулярном направлении чрезвычайно мала (при высокой температуре ~0,046 ккал/м·час·град). Предел прочности этого материала на разрыв в параллельном направлении очень велик, а при работе на срез в параллельном или на разрыв в перпендикулярном направлениях — чрезвычайно низок.

Рассмотрим пример расчета тепловой изоляции между активной зоной и отражателем. Пусть при $k=0,046 \text{ ккал/м} \cdot \text{час} \cdot \text{град}$ и $\Delta T=2220^\circ$ необходимо снизить удельный тепловой поток q/A до 108 кВт/м^2 . Из соотношения $q/A=k\Delta T/L$ определяем, что необходимая толщина изоляции из пиролитического графита равна $3,3 \text{ мм}$, а градиент температур составляет $670\,000 \text{ град/м}$. Температурные напряжения, соответствующие таким большим градиентам температур, являются другой причиной, по которой твердые изоляторы обычно используются в порошкообразном состоянии, однако пиролитический графит не разрушается даже в случае значительного проскальзывания в параллельных плоскостях. При удельном потоке 108 кВт/м^2 мощность общих тепловых потерь за счет теплопроводности от цилиндрической активной зоны с диаметром и длиной $1,22 \text{ м}$ составляет в условиях равномерной изоляции всего около $0,5 \text{ Мвт}$. При указанных тепловых потоках градиент температур в активной зоне составляет величину порядка 3600 град/м , но изменение температуры почти целиком происходит на толщине порядка $3 \cdot 10^{-5} \text{ м}$, и, таким образом, температура на границе активной зоны понижается на величину менее 1° . Весьма важно, чтобы в конструкции обеспечивалось надежное крепление изолятора, поскольку конструкция без изолятора будет иметь совершенно другие характеристики. Так, в рассмотренном нами примере при отсутствии изоляции только лучистый тепловой поток составил бы почти 2200 кВт/м^2 , а общая тепловая нагрузка на отражатель могла увеличиться в $10\text{—}100$ раз по сравнению с нагрузкой в конструкции с изолятором. Проблемы крепления изолятора аналогичны проблемам крепления ТВЭЛ; единственным надежным способом крепления является использование блочной конструкции зоны выходного сечения и нижней системы крепления. Альтернативный подход заключается в создании переразмеренной конструкции с многослойным изолятором и дублированием элементов в системе крепления.

г) Зоны размещения замедлителя и отражателя. При конструировании этих зон их силовую схему необходимо объединить с силовой схемой активной зоны и внешнего корпуса реактора, а всю конструкцию увязать с гидравлической системой каналов для рабочего тела. При этом необходимо решить проблемы эффективной организации теплосъема. Подробные методы анализа нагрева от нейтронного излучения, основанные на многогрупповых методиках расчета реактора, были описаны в гл. 4 и 5. Отметим, что эти методы нужно использовать при расчете любых реакторов, как тепловых, так и быстрых. Однако обычно считается, что нейтрон с энергией 100 кэВ уже потерял почти всю первоначальную энергию (за исключением 10%); таким образом, для определения общего характера нагрева нейтронным излу-

чением при многогрупповом методе исследования достаточно ограничиться рассмотрением нескольких первых энергетических групп. Для правильного расчета системы отвода тепла, создаваемого поглощением γ -излучения следует использовать автоматизированные варианты основных расчетных методов (гл. 5), созданные специально для типовых физических областей, состоящих из разных материалов.

Для изготовления замедлителей и отражателей двигательных реакторов с высокой удельной мощностью лучше всего подходит бериллий. Вследствие присущей ему величины поперечного сечения неупругого рассеяния этот материал

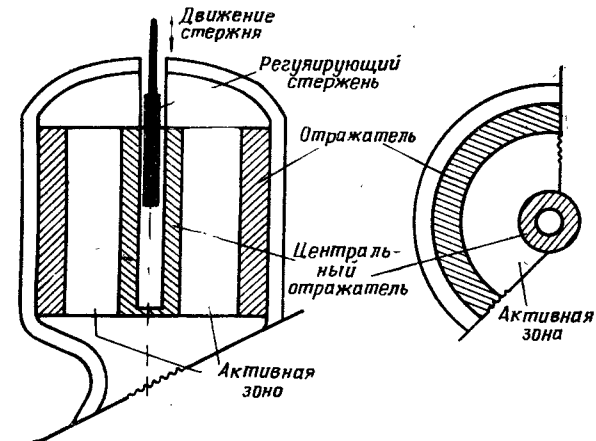


Рис. 6.11. Система регулирования с центральным положением стержня

является лучшим замедлителем, чем это можно ожидать, если судить только по его атомному номеру. Однако бериллий имеет сравнительно большое поперечное сечение для γ , n -реакции, вследствие чего возникают проблемы, связанные с наличием остаточного деления и рождения нейтронов под действием γ -излучения продуктов распада после выключения реактора. Для высокотемпературных систем можно также использовать графит. Окись бериллия следует выбирать в тех случаях, когда важную роль играет устойчивость материала в окислительной среде, а тяжелая вода D_2O представляет особый интерес для систем, требующих очень «чистых» нейтронно-физических условий с исключительно малым захватом нейтронов в незагруженных делящимся веществом элементах.

д) Системы нейтронно-физического регулирования. Для обеспечения наибольшей эффективности регулирующие стержни необходимо размещать в тех областях, где имеются большие потоки тепловых нейтронов. Для отвода тепла поглощения нейтронов и γ -излучения необхо-

димо использовать какой-либо из видов охлаждения. Стержни могут размещаться или в центре охлаждаемого изолированного замедлителя (например, из D_2O), как показано на рис. 6.11, или в отражателе. Центральное положение имеет определенное преимущество для систем с осевой (но не относительно центральной плоскости) симметрией изменения нейтронного потока при использовании стержней, но его можно реализовать только в тех случаях, когда температура центральной изолированной области ниже, чем температура непосредственно в активной зоне реактора. Неравномерность

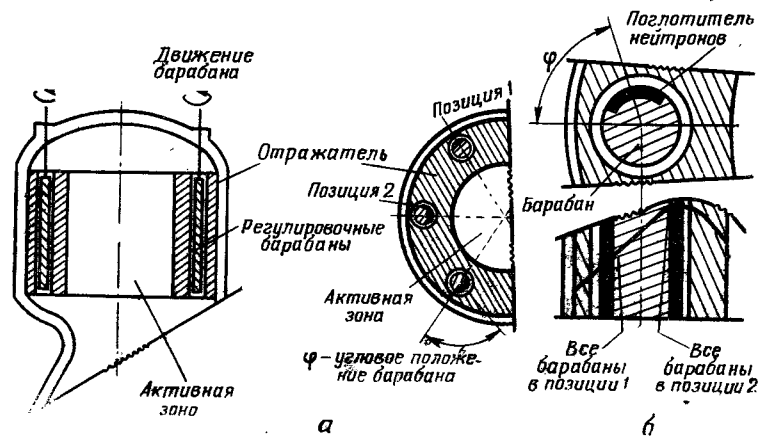


Рис. 6.12. Система регулирования с размещением регулировочных барабанов в отражателе:
а — общая схема, б — зависимость нейтронного потока от положения барабанов

температуры в активной зоне можно устранить только при размещении стержней вне активной зоны, однако установленные в отражателе единичные стержни будут вызывать сильную асимметрию в общем распределении нейтронного потока. Проблема сохранения симметрии нейтронного потока при функционировании системы регулирования решена в конструкции, состоящей из сравнительно большого числа вращающихся цилиндрических барабанов, которые устанавливаются равномерно по периферии отражателя. На боковую поверхность барабанов в пределах некоторого угла в сечении, как показано на рис. 6.12, по всей их длине наносится вещество, являющееся сильным поглотителем нейтронов. Этот поглотитель в положении максимального удаления от активной зоны (позиция 1) оказывает незначительное влияние на плотность распределения нейтронов, а при повороте барабана на 180° (позиция 2) очень эффективно воздействует на него.

Рассмотрим теперь одну из механических проблем регулирования — проблему привода стержней и определения его энергетических потребностей. Для обеспечения достаточной эффективности регулирования необходимо, чтобы система привода стержней двигательных реакторов обладала характеристической частотой не хуже 10 гц. Под циклом в данном случае мы понимаем поворот регулирующего барабана на 180° от положения «максимум» к положению «минимум», или наоборот. Требуемая величина момента \mathcal{J} равна произведению момента инерции J на угловое ускорение $\ddot{\varphi}$, т. е. $\mathcal{J} = J\ddot{\varphi}$. Угловое положение барабана в тригонометрической записи имеет вид $\varphi(t) = \varphi_0 \cos \omega t$, где $\omega = 2\pi f$ — связь угловой частоты ω с частотой повторения цикла f . Комбинируя эти выражения, можно найти, что момент $\mathcal{J} = -\omega^2 J \varphi_0 \cos \omega t$ и имеет максимальное значение $\mathcal{J}_{\max} = \omega^2 J \varphi_0$ при $\omega t = 0, \pi$ и т. д. Для принятого определения циклического движения амплитуда $\varphi_0 = \pi/2$. Текущее значение энергии движения барабана $E = \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 = -\frac{1}{2} \omega^2 J \varphi_0^2 \sin^2 \omega t$, а необходимая для привода барабана мощность $\mathcal{P} = dE/dt = J \omega^3 \varphi_0^2 \sin \omega t \cos \omega t$. Максимальная мощность $\mathcal{P}_{\max} = \frac{1}{2} \omega^3 \varphi_0^2 J = \frac{1}{2} \omega \varphi_0 \mathcal{J}_{\max}$ необходима при $\omega t = \pi/4$. В качестве численного примера рассмотрим барабан с массой $m = 45,4$ кг, радиусом $R = 0,061$ м и примем, что $f = 10$ гц. В этом случае $J = \frac{1}{2} m R^2 = 0,0845$ кгм², $\mathcal{J}_{\max} = 53,2$ кгм, а $\mathcal{P}_{\max} = 34,5$ л. с.

Конструирование двигателей для привода стержней и их систем охлаждения, смазки и передачи крутящего момента осложняется необходимостью размещения всего устройства вблизи реактора, т. е. в зоне мощных ядерных излучений. Изучение возможности радиационных повреждений и проблемы отвода тепла γ -излучений показывает, что в легких и мощных конструкциях двигательных реакторов необходимо использовать пневматические системы привода органов регулирования с газовым охлаждением и смазкой.

е) Силовой корпус. Первоочередные проблемы, возникающие при нагреве конструкций излучениями, были рассмотрены в гл. 6. Менее важные проблемы связаны с деталями конструирования оболочек, фланцев и систем крепления, расчетом гидравлики активной зоны, технологией и сборкой. Все эти проблемы тесно связаны между собой. Самой простой конструкцией корпуса будет та, в которой тепло от поглощения энергии излучений целиком снимается потоком теплоносителя, движущимся по внутренней (со стороны отражателя) поверхности корпуса. Однако в тех случаях, когда условный вес единицы поверхности оболочки корпуса (в г/см²) существенно велик, для сохранения приемлемого уровня внутренней разности температур и температурных напряжений

может потребоваться использование многослойных конструкций и введение специальной системы охлаждения корпуса. Из решения уравнения диффузии тепла для пластины с экспоненциальным распределением источников (аппроксимация нагрева γ -излучением) и односторонним охлаждением можно получить простой критерий проверки выполнения вышеуказанного условия. Исходное уравнение имеет вид $k\nabla^2 T = K_s e^{-\mu x}$, где K_s — плотность объемного тепловыделения от нагрева γ -излучением на внутренней поверхности корпуса; x — координата. Решение уравнения получаем в виде $\Delta T(x) = (K_s/k\mu^2) \cdot (1 - e^{-\mu x})$. Если величина $\mu x = \mu' \rho x$ достаточно мала, то предельные температуры и напряжения являются приемлемыми; в противном случае корпус может разрушиться или потребуются его внутреннее или внешнее охлаждение. При выборе материалов для изготовления корпуса реактора необходимо руководствоваться величинами параметра σ_2 , приведенными для некоторых материалов в табл. 6.7.

Ясно, что алюминий можно использовать в качестве материала корпуса, если обеспечить его охлаждение до сравнительно низкой температуры (примерно 278°K). При использовании алюминия расчет нагрева корпуса γ -излучениями необходимо производить по наиболее точным методикам. В качестве материала корпуса отлично подошел бы сплав Ti-150A, но он сваривается хуже, чем алюминий. В тех случаях, когда температура корпуса остается высокой, можно использовать инконель X или другие сплавы с высоким содержанием никеля.

6.5. ПОДРОБНЫЙ АНАЛИЗ РЕАКТОРА

а) Точный расчет реактора с учетом реальной формы. При окончательном конструировании необходимо учитывать все неровности формы, неравномерности и разнородности реальной конструкции. Для установления расчетных характеристик системы нейтронно-физические и тепловые расчеты следует проводить по вычислительным программам, учитывающим действительный характер распределения концентрации делящегося вещества по длине и радиусу активной зоны. Наилучшим осевым распределением является такое, которое осуществляется относительно просто, не вызывая особых технических затруднений. Так, например, чем крупнее участки, на которые разделена активная зона в радиальном и меридиональном направлениях, тем целесообразнее осуществлять изменение загрузки в осевом направлении с помощью разделения активной зоны в этом направлении на небольшие участки. Обычно деление на три участка

по длине уже эффективно, при этом конструирование активной зоны еще не вызывает особых затруднений.

При анализе расчетных и нерасчетных рабочих характеристик необходимо также точно учесть влияние свойств рабочего тела на реактивность. Для этого необходимо воспользоваться многогрупповыми многозонными методами расчета с использованием распределения содержания водорода, полученного при детальном анализе теплопередачи и гидродинамики. Без выполнения таких структурных численных расчетов осмыслить пространственный характер этого влияния невозможно, однако для грубой оценки его упрощенной модели можно воспользоваться уравнением возраста нейтронов по Ферми. Дифференцируя выражение $k_{эфф} = k_{\infty} \exp(-B^2\tau)/(1 + L^2B^2)$, получим

$$\frac{dk_{эфф}}{k_{эфф} \cdot dP_H} = \underbrace{-B^2 \frac{d\tau}{dP_H}}_{\text{утечка быстрых нейтронов}} + \underbrace{\frac{1}{k_{\infty}} \cdot \frac{dk_{\infty}}{dP_H}}_{\text{резонансное поглощение}} - \underbrace{\frac{B^2}{1 + L^2B^2} \cdot \frac{dL^2}{dP_H}}_{\text{утечка тепловых нейтронов}}.$$

Для выражения производных через давление водорода, а не через его среднюю плотность при средней температуре T_H мы ввели в уравнение величину давления водорода из соотношения $P_H = N_H k T_H$ (подробности вывода приведены в гл. 4). Следует отметить, что в этом случае, как и всегда при выполнении расчетов на вычислительных машинах, необходимо получить экспериментальное подтверждение результатов на реакторах с той же самой формой, видом кривой концентрации делящегося вещества и тем же рабочим телом, что и у расчетной модели. Следует помнить, что при равномерном тепловыделении от деления ядер в активной зоне может иметь место радиальная неравномерность от поглощения нейтронов и γ -излучений.

Наконец необходимо рассмотреть влияние тепловых условий. В цилиндрических реакторах с боковыми отражателями увеличение температуры в активной зоне приводит к изменению эффективного значения осевого геометрического лапласиана B_g^2 . При этом эффективный радиальный лапласиан может оставаться практически неизменным, так как по мере расширения активной зоны и уменьшения зазора между ней и отражателем масса единицы длины реактора изменяется очень незначительно, а размеры внешнего отражателя остаются, по существу, без изменения. Если R_c — длина активной зоны, то показатель члена, учитывающего утечку быстрых нейтронов в осевом направлении, выражается как $B^2\tau \propto 1/R_c^2 \rho_c^2$ (гл. 4, уравнение для τ), а средняя плотность

вещества в активной зоне с равномерным расширением — как $\rho_c \propto R_c^{-3}$. Таким образом, $B^2\tau \propto 1/R_c^2 R_c^{-6} \propto R_c^{-4}$.

Поскольку вероятность избежать утечки в осевом направлении равна $\exp(-B^2\tau)$, то очевидно, что при увеличении температуры утечка быстрых нейтронов в осевом направлении возрастает; следовательно, критичность системы уменьшается. И наоборот, по результатам геометрической теории более холодный реактор обладает большим запасом критичности.

Необходимо также рассмотреть другие эффекты, в частности связанные с доплеровским уширением поперечных сечений резонансного захвата, с изменением отношения сечения захвата к сечению деления вследствие изменения тепловых условий и спектра энергии нейтронов, а также с явлением рассеяния, сопровождающегося увеличением энергии, которое характерно для нейтронов, возвращающихся в нагретую активную зону из холодного отражателя. Представляется, что создать плодотворное обобщение теории, которое учитывало бы все эти эффекты, невозможно. Для учета рассеяния, сопровождающегося повышением энергии, в расчетную программу необходимо включить поперечное сечение для этого процесса, а расчет вести, разбив диапазон тепловых энергий (от 0,025 до 0,5 эв) на несколько групп. Учет физического влияния наличия более низкой температуры нейтронов в отражателе по сравнению с активной зоной приводит к получению более высокой плотности делений на границе между активной зоной и отражателем. Для нейтронов с низкой температурой, попадающих в активную зону из отражателя, поперечное сечение деления значительно выше на периферии активной зоны, чем на глубине в несколько средних длин свободного пробега. В тех случаях, когда это создает затруднения (это оценивается расчетным путем), можно частично решить проблему, создав между активной зоной и отражателем рассеивающую область, которая не загружена ядерным топливом, но обеспечивает высокую температуру нейтронов. Такая область действует как преобразователь энергии, повышая температуру выходящих из отражателя холодных нейтронов, до того как они начинают вызывать деления, тем самым уменьшая тенденцию к повышению плотности делений на внешней границе активной зоны.

б) Локальные эффекты систем нейтронно-физического регулирования. Необходимо стремиться к тому, чтобы конструкция работала при среднем положении регулирующих стержней, с большим запасом по δk в обе стороны от «нулевого» положения, с тем чтобы можно было осуществить выключение реактора или быстрое увеличение его мощности. При отклонении стержней от нулевого положения в ту или другую сторону происходит местное

понижение или повышение нейтронного потока. Очевидно, любая причина, вызывающая отклонение потока от расчетного значения, вызывает также изменение мощности, температуры и характера течения в той же области. Необходимо знать, насколько сильно нарушится местное распределение плотностей делений; это особенно важно в тех случаях, когда реактор работает на большой мощности при высоком уровне температур и происходит выдвигание стержней (например, при выходе на режим полной мощности). Полученные при этих условиях отклонения параметров необходимо присоединить к другим возникающим неравномерностям при комплексном решении задачи предотвращения «перегрева» каналов.

Более изящным решением этой проблемы является симметричное регулирование, однако в реакторах с простой геометрической формой его труднее осуществить. Одним из путей, не упоминавшихся, является создание изолированного объема в центре реактора и расположение стержня посередине этого объема. При использовании нецентрального стержня или группы стержней, расположенных по периферии центрального объема, симметрия получается не лучше, чем при расположении стержней по окружности снаружи отражателя. Для сведения к минимуму трудностей, связанных с местными отклонениями, с нейтронной точки зрения лучше всего располагать стержни возможно дальше от содержащих делящееся вещество элементов, так чтобы регулирование осуществлялось путем небольшого уменьшения (или увеличения) нейтронного потока в большом объеме, а не за счет его сильного изменения в малой области. В противном случае при выдвигании стержней возникают осложнения, связанные с сильным местным увеличением потока в ограниченном объеме, которое затем приводит к значительному понижению средней температуры в активной зоне по сравнению с ее необходимой величиной. Этот принцип — устранение местных изменений — необходимо выполнять независимо от того, симметрично располагаются стержни или нет. С нейтронно-физической точки зрения для этой цели удобно использовать центральный изолированный объем, поскольку в этом случае при небольшой величине занимаемого внутри реактора объема можно воздействовать на большие радиальные расстояния. Однако для обеспечения эффективности этой системы необходимо, чтобы критичность реактора в значительной мере определялась замедлением в центральной области (а не средним замедлением в активной зоне). Другим возможным решением, при котором регулирование зависит от находящихся в отражателе нейтронов, является расположение стержней снаружи активной зоны, в отражателе. Такая система будет эффективна только в том случае, когда находящиеся в отражателе нейтроны заметным образом влияют на

условия критичности. В конце концов могут быть достигнуты такие размеры, при которых замедление в активной зоне становится настолько эффективным, что система регулирования с расположением стержней в отражателе теряет всякое значение. При таком положении для уменьшения замедления в активной зоне можно добавить к рабочему телу вещество, сильно поглощающее нейтроны (жидкий поглотитель) или несимметрично внутрь ввести стержни активной зоны. Предельную эффективность системы регулирования с расположением стержней в отражателе можно определить, сравнивая значения $k_{эфф}$, вычисленные для систем с отражателем и без

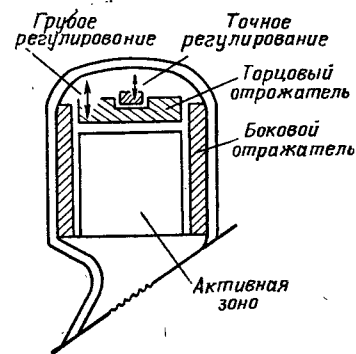


Рис. 6.13. Схема регулирования быстрых реакторов перемещением отражателя

коэффициент остаточной реактивности невелик и что в конструкции хорошо используется влияние рабочего тела на реактивность.

До сих пор мы рассматривали регулирование с помощью поглощения нейтронов; этот метод наиболее часто используется в реакторах на тепловых нейтронах, для которых характерны большие значения поперечных сечений поглощения в некоторых веществах. Хотя этот метод регулирования можно применять и для быстрых реакторов, используя какой-либо материал, являющийся сильным резонансным поглотителем при высоких энергиях (например, гафний), однако обычно более естественным методом регулирования в этом случае является регулирование путем изменения утечки нейтронов, т. е. путем изменения B^2 . Это можно сделать, осуществляя изменение общей геометрии системы; например, нередко встречается регулирование с помощью подвижного торцового отражателя (рис. 6.13), при этом точная регулировка может осуществляться путем смещения отдельных частей отражателя к центру реактора или в противоположном направлении. Полезный эффект такого перемещения можно оценить, используя результаты многогрупповых много-

зонных расчетов для пластин при различных расстояниях между активной зоной и отражателем. Одномерное приближение проходит в тех случаях, когда цилиндрическая геометрия регулируется путем соответствующего уменьшения радиального лапласиана при неподвижном боковом отражателе.

Вычисление эффективности стержня в функции его углового положения затруднительно даже при использовании вычислительных машин, так как в этом случае задача является существенно трехмерной. Решение трехмерных нейтронно-физических задач обычно требует много машинного времени и является весьма дорогостоящим (гл. 4, многомерные методы расчетов); кроме того, существует мало методов, пригодных для задач этого типа. Однако некоторые полезные для предварительного конструирования расчеты можно выполнить, исходя из предположения о существовании осевой симметрии путем вычисления нескольких значений $k_{эфф}$ при разных радиальных положениях стержней и при условии, что конечная масса поглотителя равномерно распределена по окружности отражателя. Количество поглотителя должно соответствовать действительным характеристикам взаимодействия нейтронов с материалом стержней, а его радиальные координаты для каждого случая — различным положениям стержней от нулевой до максимальной мощности реактора. Полученные таким образом значения нейтронных потоков для внешней границы объема с делящимся веществом могут использоваться при оценке локальных эффектов в первом приближении. Для этого возьмем величину уменьшения нейтронного потока, вычисленную для случая, когда стержни полностью введены в активную зону, и умножим его на отношение шага \bar{W} (т. е. расстояния между центрами стержней) к ширине поглощающей зоны стержня w (по его поверхности), т. е. $\delta\Phi_{act} = \delta\Phi_{comp} \bar{W}/w$. Затем величину $\delta\Phi_{act}$ вычтем из ранее рассчитанного значения потока на внешней границе активной зоны в расчетной точке и получим нерасчетное значение потока при полностью вдвинутых стержнях, которое можно использовать при оценке перепуска расхода через холодный канал. Аналогично для случая полностью выдвинутых стержней можно точно также изменить $\delta\Phi_{comp}$ и получить представление о размерах перегрева, вызванного неравномерностью расположения стержней, для наихудшего возможного случая. Очевидно, что строгое значение используемого в этом методе множителя не только пропорционально \bar{W}/w , но и должно зависеть от числа длин замедления и тепловой диффузии (и, следовательно, длин миграции), на которое стержень выдвигается из активной зоны. Таким образом, точное значение множителя будет зависеть от того,

вдвигаются стержни в активную зону или выдвигаются из нее. Этот приближенный метод оценки локальных эффектов может использоваться для предварительного конструирования и определения размеров; окончательная конструкция должна быть согласована с экспериментальными измерениями, выполненными на критических сборках с точной геометрией.

Кроме методов, связанных с использованием стержней-поглотителей и подвижных отражателей, существует еще один доступный нам метод регулирования реактора: регулирование реактивности достигается путем управляемого изменения плотности рабочего тела. Качественные соображения показывают, что устойчивость работы реактора ракетного двигателя определяется главным образом влиянием на реактивность рабочего тела. Предположим, что реактор работает на постоянном уровне мощности при фиксированном положении стержней. Путем открытия впускного клапана увеличим расход водорода. На некоторое время температура в активной зоне понизится, а плотность водорода возрастет. Вследствие увеличения плотности водорода будет происходить более интенсивное замедление нейтронов, и в соответствии с этим мощность (и температура) увеличится. Из-за того что реактор обладает отрицательным температурным коэффициентом, а также в связи с падением плотности водорода при увеличении температуры мощность реактора перестанет расти, и установится новый уровень мощности, более высокий, чем был до увеличения расхода рабочего тела. Таким образом, реактор переходит на новый режим устойчивой работы с повышенной мощностью и температурой при неизменном положении стержней системы регулирования. Аналогичные рассуждения показывают, что при уменьшении расхода водорода реактор перейдет на пониженный уровень мощности, а его температура уменьшится. Можно получить приближенные количественные соотношения между мощностью, температурой и расходом рабочего тела, если рассмотреть процесс течения рабочего тела, оперируя средними значениями соответствующих параметров. При неподвижных стержнях для постоянства нейтронной мощности необходимо, чтобы среднее содержание атомов водорода N_H поддерживалось постоянным при всех рабочих условиях. Из соотношения $N_H = P/kT = \text{const}$ следует, что при этом необходимо выполнять условие $P/T = \text{const}$, где P и T — средние для активной зоны значения давления и температуры газа соответственно, а k — постоянная Больцмана. Однако при звуковом течении в минимальном сечении сопла (что является важнейшим требованием для устойчивости течения во всей системе) расход рабочего тела определяется давлением на срезе сопла в соответствии с зависимостью $\dot{m}_p \propto P/\sqrt{T_c}$

[уравнение (3.173)], тогда как для баланса мощности необходимо, чтобы $\dot{m}_p \propto P_r/T_c$. Здесь P_r — тепловая мощность реактора, а T_c — температура газа на выходе из активной зоны. Замечая, что $T \propto T_c$, и объединяя три приведенных соотношения пропорциональности, получаем $\dot{m}_p \propto T^{1/2}$, а $P_r \propto T^{3/2}$; следовательно, уровень мощности растет пропорционально кубу расхода: $P_r \propto \dot{m}_p^3$, а температура — пропорционально квадрату: $T \propto \dot{m}_p^2$. Для примера предположим, что на одном из режимов работы мощность реактора равна P_r , а средняя температура газа — T_1 . Уменьшим расход рабочего тела в два раза: $\dot{m}_p = \frac{1}{2} \dot{m}_{p_1}$. Система выйдет на новый режим, с помощью $P_{r_2} = P_r/8$ и температурой $T_2 = T_1/4$. В принципе этот метод регулирования можно использовать для вывода реактора на уровень мощности в процессе запуска, когда величина давления в активной зоне превышает значение, необходимое для стабилизации течения путем дросселирования потока в сопле.

в) Энергия ядерных излучений. В качестве последнего этапа детального анализа реактора рассмотрим в общих чертах вопрос о распределении энергии γ -излучения по объему активной зоны. В гл. 5 указывалось, что минимальное значение удельного поглощения γ -излучения имеет место на периферии активной зоны с равномерным распределением плотности делений, а максимальное — в ее центре. Если размеры реактора велики (т. е. толщина активной зоны во много раз больше средней длины свободного пробега поглощения γ -квантов), то отношение удельной мощности поглощения γ -квантов на периферии активной зоны к соответствующей величине в ее центре равно приблизительно 1/3. Это означает, что в центре активной зоны нагрев вещества происходит более интенсивно, на относительную величину $2/3(5)(1+0,8f_d)/181(1+0,08f_d)$, значение которой при $f_d=1$ равно 0,03. Хотя это возможное 3%-ное отклонение в распределении мощности по радиусу не слишком значительно, при окончательном расчете реактора и определении величины загрузки его необходимо учитывать с помощью более точных расчетов (или экспериментов на критических сборках).

6.6. ПОСЛЕДСТВИЯ НЕИДЕАЛЬНОСТИ КОНСТРУКЦИИ

Одним из наиболее важных для конструирования моментов является определение крайних предельных условий работы системы, которые связаны с тем обстоятельством, что реальное металлическое изделие всегда чем-то отличается от идеальной проектной конструкции, в точности соответствующей техническим условиям. Для всех реакторов двигателей летательных аппаратов характерны два вида допусков. Эти

допуски связаны с изменением размеров каналов для прохода теплоносителя и с местным отклонением мощности тепловыделения. Для того чтобы определить максимально допустимое при работе реактора значение температуры, необходимо знать, как влияют эти изменения на величину температуры газа в выходном сечении и на температуру стенок канала. Сначала рассмотрим влияние различия между гидравлическими диаметрами разных каналов, при условии что величины подводимой к каждому каналу тепловой мощности и давления на входе в канал и выходе из него постоянны, а затем определим отклонения температур стенки и газа для одного и того же канала при разных тепловых нагрузках. В первом случае мы определим, как реагирует система на изменение размеров, а во втором — на отклонения удельной мощности или мощности, потребляемой одним каналом. Располагая этими характеристиками, можно произвести количественную оценку отклонения температуры в канале реактора при наличии случайной допустимой погрешности любого происхождения. В число этих погрешностей могут входить погрешности механической обработки при изготовлении каналов для теплоносителя, ошибки в расчете характера нагрева γ -излучением, погрешности контроля загрузки и неточность сведений о местных нейтронных потоках и их распределении. Эти случайные эффекты можно суммировать по вполне определенным правилам (получая среднеквадратичные значения) и определять полную ожидаемую величину случайного отклонения параметров системы. Такие отклонения необходимо рассматривать в совокупности с теми изменениями характеристик, которые не являются случайными. К числу последних относятся изменения, связанные с локальной асимметрией нейтронного потока, вызываемой выдвиганием регулировочных стержней, и с недостаточно полным выравниванием плотности тепловыделения (от делений и нагрева γ -излучением) в реальной конструкции. Конечной целью анализа является определение максимального отклонения температуры от ее значений, соответствующих номинальной температурной характеристике, и использование этого отклонения при расчете верхнего предела среднемассовой температуры газа в реакторе.

Для детального конструирования необходимо, используя вычислительную технику, выполнить точные расчеты течения в единичном канале. При этом наряду с выше рассмотренными отклонениями нужно учитывать влияние тех изменений плотности энерговыделения вдоль оси канала реактора, которые вызваны случайными ошибками. Однако в этом случае можно провести качественный анализ проблемы и получить приемлемые количественные результаты, если воспользоваться простыми соотношениями гидродинамики и теплопередачи, полученными в гл. 3. Полное количество тепла, пере-

даваемого одним каналом, определяется как $q = hA\Delta T_m$. Поскольку для трубок $A = \pi DL$, а в общем случае $A \propto D$ и при постоянных физических свойствах $h \propto G^{0.8}/D^{0.2}$, то выражение для количества тепла можно записать в виде

$$q \propto G^{0.8} D^{0.8} \Delta T_m. \quad (6.1)$$

Приближенное уравнение (3.110) для потерь давления при течении с подводом тепла показывает, что

$$P_i^2 - P_0^2 \propto G^2 T_m \left(\ln \frac{\rho_i}{\rho_0} + \frac{2fL}{D} \right), \quad (6.2)$$

где P_0 , T_0 и P_i , T_i — давление и температура газа на выходе из канала и на входе в него; ρ — плотность газа; G — удельный весовой расход газа (на единицу площади поперечного сечения); T_m — средняя температура газа в канале $T_m \approx (T_0 + T_i)/2$, т. е. $T_m \approx T_0$. Используя соотношение (7.2) и баланс энергии в трубке $q \approx \dot{m}_p c_p (T_0 - T_i) \propto \dot{m}_p \times T_m \propto GD^2 T_m$, можно выразить среднюю температуру газа в виде

$$T_m \propto \frac{q}{GD^2}. \quad (6.3)$$

Объединяя уравнения (6.2) и (6.3), записанные для двух сравниваемых каналов с одинаковыми давлениями на входе и выходе, получаем

$$\frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{q_1}{q_2} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \frac{\ln \bar{\rho}_1 + 2fL/D_1}{\ln \bar{\rho}_2 + 2fL/D_2} = 1, \quad (6.4)$$

где $\bar{\rho} = \rho_i/\rho_0$. Аналогично, используя (6.1), можно получить

$$\left(\frac{G_1}{G_2} \right)^{0.8} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{0.8} \frac{\Delta T_{M_1}}{\Delta T_{M_2}} = \frac{q_1}{q_2}. \quad (6.5)$$

Отношение расходов можно исключить, если объединить уравнения (6.4) и (6.5); таким образом, соотношение

$$\left(\frac{q_1}{q_2} \right)^{2.25} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^3 \left(\frac{\Delta T_{M_1}}{\Delta T_{M_2}} \right)^{1.25} \frac{\ln \bar{\rho}_1 + 2fL/D_1}{\ln \bar{\rho}_2 + 2fL/D_2} = 1 \quad (6.6)$$

является окончательным уравнением, по которому можно сравнивать тепловую нагрузку, размеры и температуру двух различных каналов реактора.

Сначала рассмотрим случай, когда $D_2 = D_1$, а $q_2 \neq q_1$. Пусть $q_2 = (1 + \epsilon) q_1$; разлагая в ряд по ϵ уравнение (6.6) с точностью до членов первого порядка и пренебрегая изменением членов, содержащих $\ln \rho$, найдем, что $\delta(\Delta T_M) \approx 1,8 \epsilon \Delta T_{M_1}$. Если $\Delta T_{M_1} = 1110^\circ \text{K}$ (характерное значение), то $\delta(\Delta T_M) \approx 2000 \epsilon^\circ \text{K}$. Это означает, что отклонение тепловой нагрузки от среднего для канала значения на 1% приводит

к изменению средней разности температур в этом канале на 1,8%. Теперь из уравнения (6.5) найдем, что $G_2/G_1 \approx 1 - \epsilon$, и, таким образом, используя уравнение (6.3), получаем, что $T_{0_2}/T_{0_1} \approx 1 + 2\epsilon$, так что $\delta T_0 \approx 2\epsilon T_0$. При характерной величине $T_{0_1} \approx 2220^\circ \text{K}$ $\delta T_0 \approx 4440^\circ \text{K}$. Теперь, взяв в качестве приближенного значения разности между температурами стенки и газа в выходном сечении половину величины изменения ΔT_m , получим величину общего изменения температуры поверхности стенки канала $\delta T_w \approx 5550^\circ \text{K}$. Выполнив такой же анализ для случая, когда $D_2 \neq D_1$, но $q_2 = q_1$, и приняв $D_2 = (1 + \beta) D_1$, найдем, что $\delta(\Delta T_m) \approx 2,9 \beta \Delta T_m$ или $\delta(\Delta T_m) \approx -3220 \beta^\circ \text{K}$ и $\delta T_0 = -4,625 \beta T_0$; следовательно, $\delta T_0 \approx -10280 \beta^\circ \text{K}$ при $\Delta T_m = 1110^\circ \text{K}$ и $T_0 = 2220^\circ \text{K}$, как и выше. Вновь принимая за определяющее значение половину величины $\delta(\Delta T_m)$, получаем, что величина отклонения температуры стенки канала $\delta T_w \approx -11900 \beta^\circ \text{K}$.

Безусловно, даже при равномерной загрузке изменение размеров каналов (и перемычек между ними) вызывает изменение локальной тепловой нагрузки на трубку, поскольку для канала с большей величиной гидравлического диаметра количество окружающего его делящегося вещества меньше, а проходное сечение — больше. Анализ этого комбинированного воздействия приводит нас к результатам, которые при пористости активной зоны $f_v = 1/3$ получаются простым алгебраическим суммированием результатов, полученных в выше-рассмотренных случаях (при $\epsilon = \beta$), а при других значениях пористости определяются по правилу, очень мало отличающемуся от указанного. При этом $\delta(\Delta T_m) \approx -5210 \beta^\circ \text{K}$ и $\delta T_0 \approx -14700 \beta^\circ \text{K}$, а $\delta T_w \approx -17300 \beta^\circ \text{K}$.

Пользуясь этими данными, проиллюстрируем изменение температуры конкретным примером. Предположим, что допуск на размер канала при его изготовлении таков, что $\beta = \pm 2/3\% = \pm 0,00667$. Тогда $\delta T_{w_p} = \pm 111^\circ \text{K}$. Далее предположим, что точность реализации в конструкции плотности загрузки делящегося вещества составляет $\epsilon = \pm 2\% = 0,002$. Это также может привести к отклонению температуры стенки в выходном сечении на величину $\delta T_{w_n} = \pm 111^\circ \text{K}$ (при условии, что размер отверстия выдержан точно). Затем невозможно измерить и реализовать в конструкции нейтронный поток с точностью выше $\epsilon = 2\%$ опять дает значение $\delta T_{w\varphi} = \pm 111^\circ \text{K}$. Наконец, неточности расчета нагрева от нейтронного и γ -излучений вызывают неопределенность информации о распределении мощности этих видов нагрева (которая составляет около 6% общего уровня мощности), соответствующую $\epsilon \approx \pm 33\% = \pm 0,33$ при полном отклонении температуры $\delta T_{w\gamma n} = \pm 5500 \cdot 0,33 \cdot 0,06 \approx 111^\circ \text{K}$. Все четыре отклоне-

ния носят случайный характер, и общий ожидаемый результат является их среднеквадратичным значением: $\delta T_w = \sqrt{4 \cdot 111^2} = \pm 222^\circ \text{K}$. Эту величину отклонения температуры необходимо сложить с отклонениями, которые не носят случайного характера. Например, пусть в результате анализа локальных эффектов от регулирующих стержней нейтронный поток возрастает на $\epsilon = +2\% = 0,02$, тогда $\Delta T_{w\text{rods}} \approx 111^\circ \text{K}$. Кроме того, отклонение температуры при заданном отношении максимальной удельной мощности к средней $\bar{K} = K_{\text{max}}/K_c$ определяется по простому соотношению $\delta T_w \approx (\bar{K} - 1) T_c$ и при $T_c = 2220^\circ \text{K}$ равно $2220 (\bar{K} - 1)^\circ \text{K}$. Объединяя все результаты, получаем, что возможное отклонение максимальной среднемассовой температуры газа в выходном сечении активной зоны дается выражением

$$\delta T_g = T_{g\text{max}} - T_{g\text{ideal}} = 222 + 111 + 2220 (\bar{K} - 1).$$

Для того чтобы уменьшение температуры не превышало $\delta T_g = 550^\circ \text{K}$, необходимо, чтобы величина \bar{K} в конструкции была не выше 1,1, но даже при идеальном распределении удельной мощности ($\bar{K} = 1$) характерная для рассматриваемого реактора величина δT_g составляет 333°K . Это приводит к изменению температуры на 15% и к понижению удельного импульса примерно на 7% по сравнению со случаем идеального конструирования и изготовления системы.

6.7. ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Мы уже рассмотрели некоторые нейтронно-физические аспекты работы реактора, которые связаны с добавлением в активную зону более холодных (более плотных) порций газообразного рабочего тела. Наиболее важной проблемой работы реактора при малых расходах и низком давлении рабочего тела (например, в процессе запуска) является предотвращение попадания в активную зону рабочего тела в жидкой фазе, т. е. обеспечение работы реактора при критическом давлении и при задресселированном течении теплоносителя в сопле. Это можно осуществить только путем нагревания жидкого рабочего тела и его предварительного испарения в каком-нибудь источнике тепла. Единственным доступным источником тепла является материал элементов, расположенных на пути следования теплоносителя от насосной установки до активной зоны (магистралей, клапанов, корпуса реактора, сопла, отражателя), в котором аккумулирована тепловая энергия. Однако вследствие ограниченности тепла, накопленного за счет теплоемкости этих элементов, процесс увеличения мощности реактора до момента, когда тепло поглощае-

мого γ -излучения от делений в активной зоне сможет обеспечить испарение рабочего тела вне активной зоны, должен быть относительно коротким (порядка нескольких десятков секунд). Для наилучшего регулирования на этом этапе программу изменения основных параметров следует задавать так, чтобы увеличение температуры в активной зоне определяло увеличение расхода рабочего тела из расчета гарантии его полного испарения в процессе запуска. При осуществлении этой программы на первых этапах работы система регулирования (стержни) будет эффективно функционировать, однако при высокой температуре и средней мощности эффективность ее действия будет постепенно уменьшаться по мере роста давления газообразного рабочего тела. По достижении расчетного режима работы с полной мощностью рабочее тело будет оказывать значительное влияние на реактивность. Для выполнения полного анализа запуска, выключения и других неустойчившихся режимов работы необходимо рассмотреть динамические характеристики и взаимные связи между отдельными элементами всех агрегатов двигателя. Многие можно сделать с помощью моделей с сосредоточенными параметрами и простых аналитических методов расчета, однако окончательно отдельные подробности и характеристики системы необходимо изучить в полном объеме, используя цифровые и аналоговые вычислительные устройства. Это исследование чрезвычайно важно для эффективного конструирования системы ядерного двигателя в целом, однако рассмотрение этого вопроса выходит за пределы настоящей работы.

В процессе запуска, когда давление еще ниже критического, возникают также трудности, связанные с наличием двухфазного течения рабочего тела. Предположим, что в отражателе поступает жидкий водород; в каналах отражателя он испаряется, но неравномерно, вследствие чего образуются отделенные друг от друга паровыми объемами пробки жидкого водорода, что показано на рис. 6.14. Такой газожидкостной системе отвечает нелинейная теоретическая модель, представляющая собой последовательность соединенных пружинами шариков; под действием создаваемого турбонасосной системой статического давления в системе будут происходить колебания. Если в каждом канале отражателя есть некоторое число пробок из жидкости, то возникающие колебания могут быть очень сложными по составу. Их анализ представляет значительные трудности, тем не менее полезно произвести оценку влияния условий течения на характеристики основного вида колебаний. В элементарной теоретической массопружинной модели угловая частота колебаний определяется соотношением $\omega^2 = k/m$, где $k = dF/dx$ — константа пружины для этой модели. В условиях рассматриваемого двух-

фазного течения величина массы определяется количеством жидкости в пробке, $m = \rho_L A L$, где ρ_L — плотность жидкости, A — площадь поперечного сечения канала отражателя, а L — длина пробки в канале. Величина действующей на пробку возмущающей силы, грубо говоря, равна $F = PA$, в то время как давление пара при сжатии объема между пробками изменяется в соответствии с уравнением $PV^\gamma = \text{const}$ или $P(x) = P_0 (x_0/x)^\gamma$, где x_0 — начальная длина паровой зоны между пробками жидкости. Используя эти соотношения, получим приближенное выражение для величины, эквивалентной константе пружины рассматриваемой системы, в виде $k \approx \gamma A P_0 / x_0$. При этом угловая частота $\omega = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_L} / \sqrt{x_0 L}$.

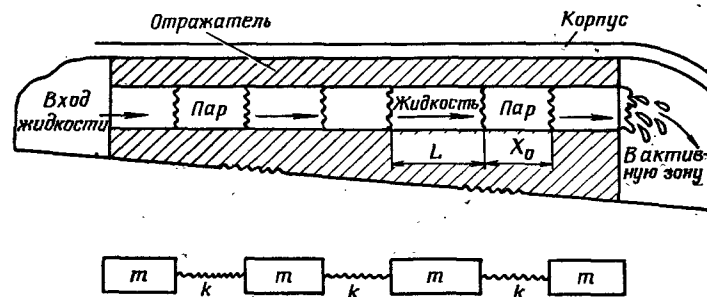


Рис. 6.14. Схема двухфазного течения теплоносителя в каналах отражателя. В нижней части рисунка представлена массопружинная аналогия

Вспоминая, что скорость звука в газовых средах равна $v_s = \sqrt{\gamma P / \rho}$, получаем, что скорость, соответствующая числу $M = 1$, при котором в двухфазной системе имеет место звуковое течение, должна вычисляться по плотности газа, равной плотности жидкой фазы. Например, если $x_0 = L_L = 10$ см, $P_0 = 1$ ат = 10^6 дн/см², $\rho_L = 0,07$ г/см³ (плотность жидкого водорода) и $\gamma = 1,4$, то получаем, что $\omega \approx 450$ рад/сек, или $f = \omega / 2\pi \approx 70$ гц. Такие низкочастотные колебания можно часто наблюдать при двухфазном течении жидкости. После учета вязкости, т. е. в результате более точного анализа, становится очевидным, что при колебаниях материалу отражателя могут передаваться значительные нагрузки. В результате в элементах реактора, которые примыкают к областям с двухфазным течением рабочего тела, могут также возникать вибрации. Колебания плотности и давления, хотя и являются низкочастотными, в рассмотренном примере все же имеют еще достаточно большую частоту, чтобы возникновение нейтронно-физической связи с системой регулирования было маловероятным. Однако если бы эффективная длина колебаний жидко-

сти была равна $L_L = 200$ см (что возможно при колебаниях на всю длину канала), а $x_0 = 20$ см, то частота понизилась бы до $f = 10$ гц и в результате тенденции к гашению малых отклонений реактивности между флуктуациями плотности рабочего тела и колебаниями стержней системы регулирования могла бы возникнуть нейтронно-физическая связь с предельной частотой и сдвигом по фазе. Перед окончательным расчетом реактора необходимо подробно рассмотреть и тщательно проанализировать проблемы, возникающие в таких случаях.

6.8. СХЕМЫ ДВИГАТЕЛЕЙ И ИХ ВЫБОР

6.8.1. Элементы общей схемы двигателя. В конструкции ядерного ракетного двигателя самым сложным и дорогостоящим узлом является ядерный реактор. Кроме него, основными узлами системы ядерного ракетного двигателя прямоточного типа являются турбонасосная установка (насос, турбина и система клапанов), реактивное сопло и система передачи тяги. При конструировании этих не связанных с использованием ядерной энергии элементов двигательной системы обычно используют опыт разработки таких элементов применительно к ракетным двигателям на химическом топливе. Перед тем как рассмотреть факторы, влияющие на выбор схемы двигателя, необходимо более или менее подробно изучить эти элементы, чтобы хорошо понять их взаимодействие с другими узлами двигателя. В результате такого изучения будут установлены весовые характеристики, которые связывают вес элемента с его рабочими параметрами (некоторые примеры весовых характеристик были приведены в гл. 2).

6.8.2. Схемы и характеристики. Выбор схемы двигателя заключается главным образом в подборе рабочего тела для турбины и определении рабочих параметров турбонасосного агрегата и его положения в гидравлической системе. Наибольший интерес представляют следующие три системы: с автономным газогенератором, с отбором газа из реактора и с замкнутым циклом. Их схемы представлены на рис. 6.15, а, б и в. В первой из этих систем рабочим телом турбины служат продукты сгорания жидкого горючего (обычно H_2) и жидкого кислорода. Оптимальное соотношение компонентов смеси имеет место при сильном избытке горючего (H_2); таким образом, продуктами сгорания являются вода и газообразный водород. Основное преимущество газогенераторной системы заключается в почти полной независимости турбонасосного агрегата от теплопередачи и гидродинамики реактора. Однако в такой системе для привода турбины невозможно использовать энергию реакции деления. В связи с этим схема 6.15, а характеризуется большим расходом рабочего тела при малом расходе через насос и не представ-

ляет интереса для использования в рабочих вариантах ядерного двигателя, хотя она и может применяться при первых наземных или полетных испытаниях двигателя. Система второго типа представляет самый непосредственный интерес. В ее простейшем варианте, схеме с отбором «горячего» газа, часть нагретого в реакторе до максимальной температуры газообразного рабочего тела отбирается перед входом в реактивное сопло и смешивается с холодным рабочим телом с целью понижения температуры газа до приемлемого для турбины уровня. Для этого необходимо, чтобы через герметичный корпус реактора (между выходом из активной зоны и критическим сечением сопла) проходили трубопроводы для

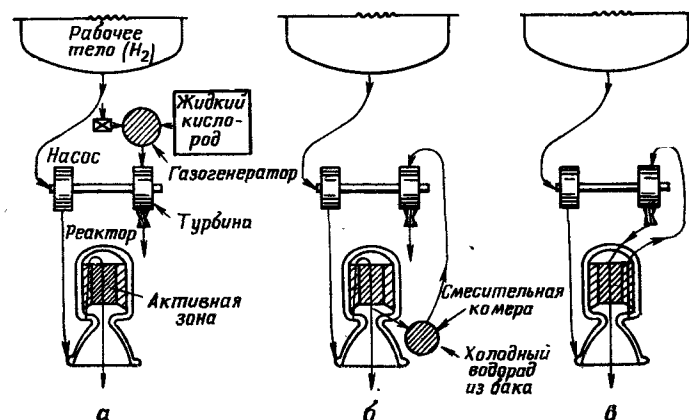


Рис. 6.15. Схемы ядерных ракетных двигателей:
а — система с газогенератором, б — система с отбором горячего газа,
в — система с полностью замкнутым циклом

отбора рабочего тела, ведущие в смесительную камеру. Даже при наличии таких механических усложнений эта система проще и поэтому, вероятно, надежнее остальных схем. В одном из ее вариантов, в системе с отбором «подогретого» газа, рабочее тело отводится на турбину до того, как оно полностью пройдет через реактор. Это позволяет исключить смесительную камеру, которая нужна в цикле с отбором «горячего» газа. Однако эту схему легко осуществить только в тех случаях, когда активная зона разделена на аксиальные секции, и для вывода газа из активной зоны не требуется сильно усложнять ее конструкцию. В обоих случаях использованный на турбине газ выбрасывается в космическое пространство. При этом может создаваться тяга, и, таким образом, рабочее тело турбины может частично участвовать в создании результирующего эффективного удельного импульса. Одно из пре-

имущества систем с отбором газа по сравнению с другими схемами заключается в их простоте и возможности обеспечения высокой надежности; кроме того, конструкция реактора почти не зависит от системы подачи рабочего тела, поэтому совершенствование реактора можно производить вне связи с системой питания, при этом достигается известная гибкость конструирования. К сожалению, последнее обстоятельство является также причиной свойственных данной схеме недостатков — необходимости увязки характеристик турбины и насоса. Если через насос проходит весь расход рабочего тела, то через турбину — только его часть; следовательно, для получения максимальных к. п. д. этих элементов желательно, чтобы турбина имела небольшие размеры и работала на высоких оборотах, а насос был низкооборотным и имел большие размеры. Поэтому при создании одновального турбонасосного агрегата приходится мириться с падением его общего к. п. д., а при использовании редуктора — с ухудшением весовых характеристик.

Системы третьего типа, работающие по схеме с замкнутым циклом, не страдают этими недостатками и одновременно отличаются хорошим согласованием характеристик турбины и насоса. В схеме с «полностью» замкнутым циклом это объясняется тем обстоятельством, что через турбину и насос проходит весь расход рабочего тела (рис. 6.15). Выходящее из насоса рабочее тело нагревается в реакторе, а после того как его удельное теплосодержание станет достаточно большим, направляется в турбину и затем снова попадает в реактор для окончательного нагрева. В схемах с «неполностью» замкнутым циклом через турбину проходит только часть общего расхода рабочего тела; такие системы являются более сложным вариантом схем с отбором «подогретого» газа и не представляют большого интереса. Однако для обеих систем характерно отсутствие потерь или непроизводительных затрат рабочего тела и, следовательно, понижения удельного импульса по сравнению с его максимальными значениями, которые определяются уровнем температур в реакторе. Разность между мощностью, расходуемой на прокачку теплоносителя через реактор, и мощностью, получаемой при расширении рабочего тела, равна мощности, потребляемой насосом. В этих схемах проблемы, связанные с к. п. д. турбины, уже не являются определяющими, за исключением тех случаев, когда необходимо установить величину расхода рабочего тела через турбину и значение подводимой к газу тепловой мощности и его температуры перед турбиной. Для нагрева газа перед турбиной целесообразно использовать поглощаемую отражателем энергию γ -квантов и нейтронов. Однако при некоторых условиях работы (высокое давление, тонкие отражатели и т. д.) этой энергии недостаточно, чтобы

обеспечить необходимую мощность турбины. В этом случае в отражатель можно дополнительно ввести делящееся топливо и с его помощью повысить температуру выходящего из отражателя водорода. При этом усложняется нейтронно-физический расчет реактора и усугубляется недостаток схемы с замкнутым циклом, заключающийся во взаимной зависимости конструкций системы питания и реактора; следовательно, затрудняется возможность гибкого конструирования и сужается область работы на нерасчетных режимах.

Перед тем как выбрать конкретную схему двигателя необходимо рассмотреть требования, предъявляемые к рабочему телу турбины в каждой схеме, с тем чтобы почувствовать недостатки (если они есть), свойственные каждой из них. Определим β как часть общей массы рабочего тела, находящегося на борту летательного аппарата, которая проходит через реактор и расширяется в реактивном сопле двигателя, а $(1 - \beta)$ — как относительную массу рабочего тела, используемого для привода турбины. Проходить через насос должно все рабочее тело; но тяга создается главным образом рабочим телом, проходящим через реактор. При расширении газа за турбиной до скорости истечения v_{te} запишем уравнение тяги в виде

$$F = - \frac{\dot{m}_p}{g_0} [\beta v_e + (1 - \beta) v_{te}] = a_0 m_0, \quad (6.7)$$

т. е. истечение рабочего тела происходит со средним удельным импульсом

$$I_{sp} = \beta I_{spe} + (1 - \beta) I_{sp_{te}}, \quad (6.8)$$

где I_{spe} — эффективный удельный импульс, создаваемый прокачиваемым через реактор газом; $I_{sp_{te}}$ — аналогичный параметр для истечения рабочего тела турбины. Необходимая мощность насоса P_p равна произведению объемного расхода на давление рабочего тела в выходном патрубке P_d (при условии, что давление на входе в насос значительно меньше, чем на выходе):

$$P_p = \frac{\dot{m}_p P_d}{\eta_p \rho_p}, \quad (6.9)$$

где η_p — энергетический к. п. д. насоса; ρ_p — плотность рабочего тела; \dot{m}_p — его массовый расход. Эта мощность должна равняться выходной мощности на валу турбины P_t , которая определяется зависимостью

$$P_t = \dot{m}_p c_{p_t} \Delta T_t \eta_t (1 - \beta). \quad (6.10)$$

Здесь ΔT_t — перепад температур газа на турбине; c_{p_t} — средняя удельная теплоемкость рабочего тела в пределах этого перепада температур; η_t — к. п. д. преобразования энергии в турбине. Относительная величина запаса рабочего тела турбины находится по соотношению, которое можно получить, приравняв (6.9) и (6.10):

$$1 - \beta = \frac{2,34 \cdot 10^{-3} P_d}{\eta_p \eta_t \Delta T_t c_{p_t} \rho_p} \quad (6.11)$$

Величина численного коэффициента дана для того случая, когда P_d выражено в кг/м^2 , ρ_p — в кг/м^3 , c_p — в $\text{ккал/кг} \cdot \text{град}$, а ΔT_t — в $^\circ\text{К}$. Отметим, что относительный расход массы в двигателе с газогенератором приблизительно в два раза выше чем в двигателе с отбором водорода. Во всех этих случаях результирующую величину удельного импульса, которая используется при оценке рабочих характеристик двигательной системы, необходимо корректировать в соответствии с особенностями системы подачи. Во всех схемах с замкнутым циклом удельный импульс не понижается.

Всесторонне рассмотрев все варианты, можно сделать вывод, что в связи с простотой схемы с отбором горячего газа и почти полной ее независимостью от конструкции реактора на современном уровне развития она является наиболее подходящей для использования. В дальнейшем, когда реакторы ракетных летательных аппаратов достигнут высокого уровня развития, станут надежными и будут часто применяться на практике, возникнет целесообразность перехода на схемы с замкнутым циклом, которые позволяют на несколько процентов увеличить значение располагаемого удельного импульса.

6.8.3. Связь с конструкцией летательного аппарата. Значения параметров двигателей в большинстве случаев зависят от конкретного целевого назначения. Оптимальные для одного случая, например для старта с поверхности Земли, параметры двигателя могут не являться оптимальными для полета с малым ускорением, который может представлять интерес при запуске аппарата с орбиты или при использовании ядерного двигателя в качестве верхней ступени ракеты на химическом топливе. Так, например, двигатели аппаратов, предназначенных для полетов с большими ускорениями, по ряду причин должны работать при высоком давлении рабочего тела. От давления газа сильно зависят локальные коэффициенты теплопередачи от ТВЭЛ реактора к газообразному теплоносителю. При высоких давлениях имеют место большие коэффициенты теплопередачи, что позволяет создать реактор с высокой плотностью энерговыделения в активной зоне. При этом активная зона может иметь небольшие размеры, а реактор — малый вес и, следовательно, высо-

кое значение удельной мощности на единицу массы. Кроме того, поскольку величина удельного расхода рабочего тела на единицу площади проходного сечения в активной зоне пропорциональна разности квадратных корней из величин статического давления на входе в активную зону и на выходе из нее, то в системах с высоким давлением нагрузок на элементы конструкции от потерь давления будут ниже, чем в других случаях. Размеры реактивных сопел систем с большим давлением рабочего тела невелики, поэтому удельный расход газа на единицу площади критического сечения сопла будет большим, что позволяет этим системам работать с очень большой степенью расширения газа, возможно, выше, чем 30:1. При конструировании силовых установок с ядерными ракетными двигателями можно принимать давление на выходе из насоса (рабочее давление в реакторе) равным от 100 до 150 ат. Однако в двигателях летательных аппаратов, предназначенных для полетов с малыми ускорениями, при использовании более низких давлений рабочего тела рабочие характеристики системы улучшаются. Это объясняется тем, что понижение давления рабочего тела сопровождается усилением его диссоциации (гл. 3), а для аппаратов с малым ускорением требование малого удельного веса конструкции двигателя не является жестким (гл. 2). Действительная величина оптимального рабочего давления зависит от конкретных условий работы, а также от целевого назначения и характеристик летательного аппарата. В этом смысле вопросы увязки параметров двигателя с конструкцией летательного аппарата являются другим аспектом анализа целевого назначения аппарата и выработки технического задания на проектирование двигателя. Однако эти вопросы можно рассмотреть и с точки зрения взаимосвязи физических особенностей конструкции двигателя с теми характерными чертами, которые обусловлены необходимостью его постановки на летательный аппарат. Например, важной для ядерных ракетных двигателей проблемой является проблема нагрева рабочего тела γ -излучением (гл. 5). Слишком сильный подогрев водорода перед турбонасосным агрегатом может привести к кавитации в его входном устройстве, если при конструировании не учитывать механизма выравнивания и регулирования температуры и характера течения жидкого водорода в емкости для его хранения. Конструктор летательного аппарата должен также знать, может ли он допустить нагрев рабочего тела до произвольной температуры и тот или иной характер его течения или же давление паров в емкости и местные условия течения определяются характеристиками двигателя. Такие проблемы, возникающие на стыке различных областей, вызывают значительные затруднения при конструировании обычных ракет с двигателями на химическом

топливе; нет оснований полагать, что при разработке ядерных ракет такие затруднения будут менее существенными. Конструкция самолета с ядерными двигателями, безусловно, более сложна, чем конструкция обычного самолета, поскольку проблема установки двигателя на самолете в данном случае связана с влиянием на конструкцию последнего утечки ядерных излучений, радиационного нагрева и необходимости защиты.

ГЛАВА 7

МАТЕРИАЛЫ И РАБОЧИЕ ТЕЛА, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ЯДЕРНЫХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

7.1. ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ (ТВЭЛ)

Для обеспечения высокой эффективности работы активной зоны реактора необходимо, чтобы ТВЭЛ нагревали газообразное рабочее тело до очень высокой температуры. Кроме того, вследствие особенности течения вязкой жидкости вдоль поверхности (гл. 3) ТВЭЛ должны противостоять нагрузкам, возникающим из-за разности давлений, обусловленной движением теплоносителя. Ряд других требований связан с условиями работы в поле излучений. Поскольку энергия реакции деления генерируется во всем объеме ТВЭЛ, а часть γ -излучения поглощается его материалом, то в элементе существуют внутренние температурные градиенты и, следовательно, температурные напряжения. При высоких значениях удельной мощности, которые необходимы для эффективной работы двигательного реактора, возникают большие градиенты температур. При этом ослабление температурных напряжений возможно только за счет ползучести материала. Важным требованием для реактора ядерного ракетного двигателя является возможность его вывода на полную мощность (а иногда и до уровня рабочих температур) в течение нескольких секунд или долей секунды. Таким образом, при наличии ползучести материал ТВЭЛ должен работать в условиях высокой скорости роста пластических деформаций, причем напряжения в нем должны быть ниже предела прочности при высоких температурах.

В соответствии с принципом работы внутри ТВЭЛ располагается делящийся материал, в котором при создании условий критичности выделяется энергия. Поэтому желательно, чтобы материал оболочки элемента слабо поглощал нейтроны; в противном случае для создания критичности реактора

может потребоваться значительно большее количество делящегося вещества. Кроме того, желательно, чтобы материал оболочки элементов всех типов реакторов (кроме реакторов на быстрых нейтронах) способствовал замедлению нейтронов, так как при этом уменьшаются общие габариты реактора.

Другим важным моментом является действие рабочего тела на материал оболочки. Газообразные рабочие тела являются перспективными для ракетных двигателей, если они содержат водород. Однако в некоторых случаях использование водорода при высоких температурах приводит к нежелательным последствиям, поскольку, находясь в контакте с одними материалами, он увеличивает их хрупкость, с другими образует гидриды, а с третьими — летучие соединения. Поэтому для оболочки топливных элементов ракетного реактора необходимо использовать материалы, которые не разрушаются в среде нагретого до высоких температур водорода и обеспечивают работу без существенной потери делящегося вещества. Аналогично ТВЭЛ реакторов самолетных двигателей, нагревающие воздух или какой-либо жидкий теплоноситель, не должны разрушаться этими агентами при необходимом для работы двигателя уровне температур.

Таким образом, наиболее подходящий для изготовления ТВЭЛ материал должен иметь хорошие прочностные характеристики в диапазоне температур, включающем рабочий уровень, высокую теплопроводность для уменьшения градиентов температур внутри элемента, плохо поглощать и хорошо рассеивать нейтроны и успешно работать в среде газообразного или какого-либо другого теплоносителя. Совершенно ясно, что из материала, который обладает всеми или почти всеми перечисленными свойствами, но теряет их в контакте с делящимся веществом, оболочки элементов изготавливать нельзя. Поэтому первым, и основным, требованием к материалу оболочки следует считать возможность удержания в нем делящегося вещества.

Число материалов, из которых можно изготавливать оболочки ТВЭЛ ракетных реакторов, сильно ограничено необходимостью их работы при высоких температурах. Хотя в настоящее время известны сотни тысяч химических соединений, тем не менее представляется, что могут использоваться только карбиды, нитриды и бориды вольфрама, тантала, ниобия и циркония. Для воздушно-реактивных двигателей наиболее предпочтительным материалом является окись бериллия BeO — соединение с самыми прочными химическими связями.

Свойства почти всех этих веществ недостаточно хорошо известны, поэтому окончательный выбор следует производить на основании данных экспериментального исследования ТВЭЛ. Значения плотности и температуры плавления неко-

торых материалов, включающих делящееся вещество, приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Материалы с делящимся веществом для двигательных реакторов

Материал	Удельный вес при комнатной температуре, г/см ³	Температура плавления, °K	Примечание
U (металл)	18,7	1390	В жидкой фазе коррозионно активен При реакции с водой образуют UO_2 и углеводороды. UC_2 при 1 ат кипит при 4660°K
UC	...	2710	
UC_2	11,3	2510	
U_2C_3	...	2060	
UB_2	12,7	2620	При нагреве с графитом образуют карбиды
UO_2	10,9	2430	
U_3O_8	8,3	Разлагается	
U_3Fe	4,7	Кипит при 329°K при 1 ат	

Графит — материал, характеристики которого изменяются в зависимости от особенностей процесса его получения.

Теплопроводность обычного графита при комнатной температуре сравнительно велика (примерно четверть теплопроводности меди), но быстро падает с ростом температуры.

Прочность графита обычно увеличивается с ростом температуры вплоть до 2780°K, а затем быстро падает почти до нуля при 3220—3340°K. Хотя графит при значительных температурах выдерживает высокие скорости пластических деформаций, возникающих под действием напряжений, однако могут иметь место его структурные разрушения при повышенной и при комнатной температуре, связанные обычно с его хрупкостью.

Модуль Юнга у графита ниже, чем у таких материалов, как сталь, и незначительно (по сравнению с теплопроводностью) изменяется в зависимости от температуры. Коэффициент термического расширения у графита примерно такой же как у сталей с малым расширением; при увеличении температуры до 2780°K он возрастает примерно в два раза и его значение вдоль направления ориентации зерен (обозначаемого всюду знаком ||) примерно в два раза больше его значения в поперечном направлении (обозначаемом знаком \perp). Графит может быть загружен ураном в виде UC_2 либо непосредственно, либо путем науглероживания окиси урана или пропитки урановой солью, которая разлагается при высокой температуре.

В табл. 7.2 приводятся σ_a для некоторых марок графита.

Таблица 7.2

Прочностные свойства графитов

Марка графита	Плотность урана $\rho_u, \text{г/см}^3$	Кратковременная прочность на разрыв $\sigma_a, \text{кг/мм}^2$	
		сжатие	растяжение
СК ¹	0	7,60	1,90
LDH ¹	0,125	5,64	2,18
LDC ¹	0,250	5,91	2,11
LDP ¹	0,350	...	1,83
H4LM ²	0	6,00	1,90
H4LM ² ⊥	0	5,20	1,62

¹ Графит Лос-Аламосской научной лаборатории.

² Имеющийся в продаже графит.

Вольфрам в чистом виде непригоден для работы при высоких температурах: рост зерен при повышенной температуре делает его непрочным и ломким, с крупными кристаллоидными зернами. В электроламповой промышленности замедление роста зерен вольфрама осуществляется путем добавки к металлу перед протяжкой в проволоку небольшого количества ThO_2 . Эта добавка эффективно приостанавливает миграцию атомов поперек границ зерен и предотвращает «смыкание» малых зерен. Этот метод приемлем для использования вольфрама в реакторах, однако вместо ThO_2 целесообразно вводить двуокись урана, т. е. в конструкционный материал ТВЭЛ добавлять ядерное горючее. Вольфрам обладает высокой теплопроводностью, которая по сравнению с графитом изменяется незначительно в диапазоне рабочих температур реакторов ядерных ракетных двигателей. Прочностные характеристики вольфрама при температуре свыше 3060°K изучены недостаточно; однако если предположить, что характеристики вольфрама по мере приближения к точке плавления аналогичны характеристикам других металлов, то следует ожидать резкого падения его прочности при температурах выше указанной.

В качестве делящегося вещества для ТВЭЛ, оболочка которых изготавливается из вольфрама, предполагается использовать UO_2 . Точка плавления UO_2 примерно соответствует 2440°K (табл. 7.1); вблизи этой температуры UO_2 не принимает участия в поддержании конструкции ТВЭЛ. В результате возникают характерные для вольфрамовых элементов трудности: при высоких температурах нагретая жидкая двуокись урана может диффундировать через вольфрамовые

стенки; при этом будет иметь место утечка делящегося вещества (с соответствующим уменьшением реактивности). В тех случаях, когда требуемая величина загрузки невелика (приблизительно меньше 10% по объему), как, например, в тепловом гетерогенном реакторе, при использовании изотопов вольфрама, которые незначительно подвергаются нейтронному отравлению, то двуокись урана, по-видимому, можно вводить непосредственно в основной материал элемента при его горячей обработке. Изготовленные таким образом элементы с малой загрузкой ядерным горючим могут кратковременно работать в ядерных реакторах ракетных двигателей. Конструкционная целостность ТВЭЛ с большой загрузкой (свыше 30% по объему), наоборот, в значительной степени определяется свойствами делящегося вещества и его взаимодействием с основным материалом в принятой конструкции элемента. Высокие значения загрузок требуются в реакторах без замедлителей, работающих преимущественно на нейтронах с высокой энергией. ТВЭЛ для этих реакторов могут изготавливаться спеканием смеси порошков вольфрама и двуокиси урана между двумя вольфрамовыми листами, образующими основу. Такие плоские элементы могут иметь высокую объемную загрузку двуокисью урана. При высоких температурах центральная часть элемента содержит внутри вольфрамовой матрицы двуокись урана в расплавленном состоянии, однако влияние этой части элемента на общую прочность матрицы незначительно. Основная нагрузка приходится на вольфрамовые стенки, которые также должны служить эффективным препятствием, предотвращающим диффузионные потери двуокиси урана. Приведенный обзор уровня развития техники ТВЭЛ с оболочками из вольфрама позволяет оценить возможные практические пределы их применения. Результаты такой оценки представлены на рис. 7.1; заштрихованная на графике область указывает возможную неточность оценки, свойственную произведенному обобщению результатов.

Другим материалом, который может использоваться в конструкциях активной зоны высокотемпературных реакторов или их ТВЭЛ, является **молибден**. Температура плавления молибдена примерно на 800°K ниже, чем вольфрама, поэтому использование молибдена для работы под нагрузкой при температурах значительно выше 2000°K невозможно. Применение молибдена требует решения проблемы предотвращения роста зерен, как и в случае использования вольфрама. Эта проблема, по-видимому, также может быть решена путем введения присадок ThO_2 или UO_2 . Теплопроводность у молибдена хуже, чем у вольфрама, но лучше, чем у графита, при 2780°K . Из-за худшей прочности при высоких температурах (по сравнению с вольфрамом или графитом) молибден представляет меньший интерес как материал для

изготовления оболочек ТВЭЛ ракетных реакторов. Однако он хорошо обрабатывается и может с успехом использоваться в качестве конструкционного материала при изготовлении активной зоны реактора при условии обеспечения необходимого охлаждения (например, прокачкой части рабочего тела). В воздушной среде при температурах порядка 1650° К молибден интенсивно окисляется, однако в этих условиях его использование возможно при нанесении защитных покрытий из карбида, двуокиси или чистого кремния.

Данных по свойствам титала, ниобия и рения еще меньше, чем по свойствам только что рассмотренных мате-

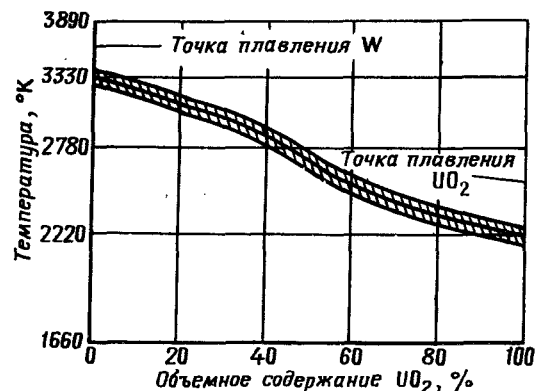


Рис. 7.1. Примерная максимальная рабочая температура ТВЭЛ из смеси W и UO_2

риалов. Рений отличается высокой температурой плавления и тем, что на сегодняшний день относится к числу редких металлов. При контакте тантала с водородсодержащими газами при температуре от 1100 до 1950° К образуется гидрид тантала. Исследование влияния этого обстоятельства на прочность ТВЭЛ с танталовой оболочкой весьма затруднительно, однако, по всей вероятности, это влияние довольно существенно, поскольку карбид тантала при умеренных температурах очень хрупок. Рост зерен тантала при повышенных температурах, как и в других рассмотренных случаях, можно подавить введением ингибиторов UO_2 и ThO_2 .

Нитриды вольфрама, тантала, циркония и ниобия обычно характеризуются повышенной хрупкостью при температуре до 1670° К и склонны к разложению или науглероживанию в присутствии углерода при температурах выше 2500° К. В целом нитриды менее прочны и устойчивы при повышенных температурах, чем карбиды металлов; кроме того, их производство более сложно,

Данных по прочности, стойкости и другим свойствам боридов тугоплавких металлов чрезвычайно мало. Имеющаяся информация показывает, что бориды вольфрама и циркония устойчивы по крайней мере до 2780° К и при этой температуре могут использоваться в качестве конструкционных материалов с пониженной прочностью (преимущественно на сжатие). Однако природный бор содержит значительное количество изотопа B^{10} , который имеет чрезвычайно большое поперечное сечение захвата тепловых нейтронов, поэтому бориды тугоплавких металлов, изготовленные из природного бора, непригодны для использования в качестве материалов ТВЭЛ или силовых конструкций активной зоны.

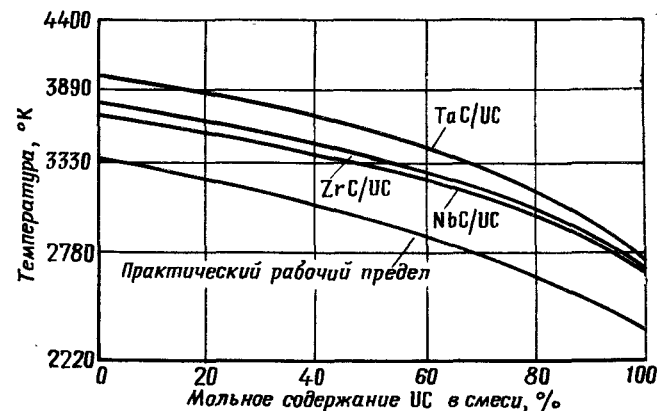


Рис. 7.2. Приблизительные значения температур плавления смесей карбида урана с монокарбидами различных металлов

Карбиды вольфрама, тантала, циркония и ниобия хорошо выносят тепловые нагрузки при температурах выше 2200° К (сохраняя определенный запас пластичности) и устойчивы в восстановительной среде водорода при высоких температурах. Температуры плавления почти для всех этих веществ лежат выше 3600° К; исключение составляет лишь карбид вольфрама, который плавится при 2840° К. Особенно большой интерес представляют карбиды ниобия и циркония, которые обладают необходимыми нейтронно-физическими характеристиками. В табл. 7.2 приведены некоторые физические свойства этих веществ.

Влияние добавок к этим материалам делящегося вещества изучено недостаточно; весьма полезной для оценки перспективы использования является информация о температурах плавления смесей урана с карбидами металлов. На рис. 7.2 показаны приближенные зависимости температур плавления двухкомпонентных смесей карбида урана с моно-

карбидами тантала, ниобия и циркония от процентного содержания УС. Имеющиеся данные не позволяют определить возможность получения при той или иной концентрации УС кристаллической структуры соединения, которая обычно исключительно устойчива. Из приведенных кривых следует, что добавка урана существенно ухудшает температурные возможности чистых материалов; таким образом, реакторы с относительно высокой плотностью загрузки (например, быстрые реакторы) отличаются меньшей степенью использования возможностей материалов от реакторов с низкой плотностью загрузки. Добавка УС к карбидам металлов при малых загрузках сказывается более сильно, чем в случае смеси вольфрама с UO_2 .

Перейдем к рассмотрению нейтронно-физических характеристик. При сравнительной оценке пригодности различных материалов для изготовления ТВЭЛ тепловых реакторов важной характеристикой является поперечное сечение захвата тепловых нейтронов.

Величина макроскопического сечения вольфрама почти в 3000 раз больше, чем графита. Другой важной характеристикой, в особенности для тепловых реакторов, является вероятность резонансного поглощения, или поперечное сечение нейтронов, замедляющихся от энергии деления до тепловой. Это сечение является «эффективным» и может использоваться в двухгрупповой методике нейтронно-физического расчета реактора при оценке вероятности захвата нейтрона деления до его термализации (гл. 4). Вольфрам и тантал имеют большое число резонансов в надтепловых областях, поэтому они обладают высокими значениями сечений резонансного поглощения. Поскольку в обоих случаях сечение резонансного поглощения даже несколько больше, чем сечение поглощения тепловых нейтронов, то невыгодно рассматривать их применение в качестве полугомогенно распределенных материалов ТВЭЛ. В действительности с точки зрения нейтронной физики для эффективного использования этих материалов в ТВЭЛ необходимо размещать материал в матрице из замедлителя таким образом, чтобы термализация нейтронов происходила при незначительном резонансном поглощении надтепловых нейтронов материалом конструкции ТВЭЛ. Но даже и в этом случае величина загрузки, необходимой для создания критичности реактора с использованием природного вольфрама, слишком велика и может привести к снижению прочности (см. предыдущие рассуждения). Поэтому было предложено обогащать природный вольфрам элементом W^{184} , который имеет небольшую величину резонансного интеграла ($\sigma_{ri} \approx 8,6$ барн/атом), и затем использовать в качестве материала ТВЭЛ в смеси с двуокисью урана, с тем чтобы понизить величину необходимой для создания критичности загрузки и

тем самым улучшить прочностные характеристики конструкции активной зоны реактора. В любом случае из самых общих соображений мы видим, что выбор материала для ТВЭЛ нельзя произвести без учета конструкции реактора, и наоборот; в частности, вольфрам и тантал лучше всего подходят для использования в матричной конструкции, в то время как графит, обладающий малым атомным весом и являющийся хорошим замедлителем, может использоваться как в гомогенной, так и в гетерогенной конструкциях. Сечение поглощения тепловых нейтронов и сечение резонансного поглощения у ниобия и циркония значительно меньше, чем у вольфрама и тантала. Поэтому ниобий и цирконий можно использовать в конструкциях активной зоны в значительно больших количествах без эффектов нейтронного отравления. В чистом виде ниобий и цирконий непригодны для изготовления ТВЭЛ, однако оба эти металла образуют тугоплавкие карбиды, хорошо замедляющие нейтроны.

Нейтронно-физические характеристики конструкционных материалов нуждаются в сравнительной оценке с характеристиками делящегося вещества. Наиболее интересные из последних приведены в таблицах гл. 4 и могут использоваться для такого сравнения; кроме того, некоторые аналогичные сведения даются в разделе 1.4 в связи с рассмотрением нейтронно-физического регулирования.

7.1.1. Замедлители и отражатели. В гомогенных реакторах с замедлителями в активной зоне термализация нейтронов осуществляется в первую очередь материалами активной зоны, т. е. материалами ТВЭЛ. В реакторах этого типа замедлитель должен работать при высоких температурах и при тех же условиях, что и материал ТВЭЛ. Примером такого реактора являются крупные гомогенные реакторы с графитом в качестве разбавителя. Однако существуют другие конструкции, в которых не требуется присутствия замедлителя в самой активной зоне. В этой категории можно выделить два типа реакторов: реакторы, активная зона которых состоит из отдельных матриц с замедлителем между группами ТВЭЛ, и реакторы с внешним отражателем, расположенным вокруг активной зоны. Примерами являются реактор с вольфрамовыми ТВЭЛ в гетерогенной геометрии и реактор с активной зоной большой пористости, окруженной толстым слоем замедлителя. В таких реакторах матрица замедлителя или материал отражателя могут не обладать той стойкостью при высоких температурах, какая требуется от материалов, предназначенных для гомогенных ТВЭЛ. По определению, материал замедлителя должен иметь малый атомный вес и малое поперечное сечение поглощения нейтронов, поскольку термализация нейтронов не должна сопровождаться их чрезмерными потерями за счет поглощения.

Энергия нейтронов деления передается материалу замедлителя в результате столкновений с его ядрами. Кроме того, весь объем замедлителя получает энергию за счет поглощения γ -лучей. В реакторах с активной зоной блочной конструкции или с внешним отражателем твердый материал замедлителя должен эффективно работать при температурах, достаточно высоких для успешного теплоотвода от него к газообразному или жидкому теплоносителю. При этом в материале замедлителя, как и в ТВЭЛ, будут иметь место внутренние градиенты температур и температурные напряжения. Поскольку часто удобно в качестве охладителя, снимающего тепловую энергию взаимодействия нейтронов и γ -лучей с веществом, использовать входящее рабочее тело, то твердый замедлитель не должен реагировать с последним, находящимся в жидкой фазе или в газообразном состоянии при низкой температуре. В некоторых конструкциях реактора твердый замедлитель воспринимает значительную часть нагрузки от перепада давления и передает ее внешнему силовому корпусу. В этих случаях материал замедлителя должен иметь достаточную прочность на разрыв и сжатие.

Таким образом, хорошие замедлители и отражатели должны иметь малый атомный вес, небольшое поперечное сечение поглощения нейтронов, высокую теплопроводность (что правда не столь важно, как для материала ТВЭЛ), значительную прочность при умеренных температурах в конструкциях реакторов с гетерогенными матрицами или с отражателем, выполняющим одновременно функции замедлителя, а также не реагировать с теплоносителем, которым может служить рабочее тело в жидкой фазе. Жидкие замедлители, представляющие особый интерес в реакторах с гетерогенной активной зоной, должны также иметь малый атомный вес и небольшое поперечное сечение поглощения нейтронов; кроме того, желательно, чтобы их можно было использовать как теплоноситель для снятия энергии, полученной за счет поглощения γ -лучей и замедления нейтронов.

Наиболее часто в качестве замедлителя используются графит, бериллий, окись бериллия или одно из многочисленных устойчивых соединений водорода и (или) дейтерия.

Хорошими материалами для отражателей и замедлителей являются бериллий и окись бериллия. При умеренных температурах ($<1100^\circ\text{K}$) окись бериллия, подобно большинству окислов, довольно хрупкий и сравнительно плохо проводящий тепло материал, в то время как металлический бериллий достаточно пластичен и имеет теплопроводность выше, чем у никеля.

Весьма привлекательна перспектива использования жидких соединений водорода или дейтерия, таких, как углеводороды, спирты и вода, поскольку температурные напряже-

ния в жидкостях не возникают, а охлаждение жидкого замедлителя значительно проще, чем охлаждение твердых веществ. Применение обычной и тяжелой воды затруднительно вследствие их низкой температуры кипения и диссоциации и рекомбинации под действием ионизирующих излучений. Высоки кипящие углеводороды можно использовать в качестве замедлителей, но при длительном облучении нейтронами или γ -лучами они подвержены радиационным повреждениям. Вообще использование жидких замедлителей для реакторов ракетных двигателей с высокой плотностью энерговыделения в активной зоне целесообразно лишь в тех случаях, когда жидкий замедлитель в области подвода к нему тепла движется с хорошим перемешиванием и высоким коэффициентом теплоотдачи. При этом возможно организовать циркуляцию замедлителя в замкнутом контуре между активной зоной и внешним теплообменником или осуществить проточную систему, в которой роль замедлителя выполняет рабочее тело. Используемый в системе с замкнутым контуром жидкий замедлитель должен обладать свойствами хорошего теплоносителя и быть устойчивым в условиях нейтронного и γ -излучений.

С нейтронно-физической точки зрения среди чистых элементов только водород и его изотопы — гелий, литий, бериллий, бор и углерод — имеют достаточно малый атомный вес и могут служить материалами-замедлителями. Из числа этих элементов следует исключить литий и бор, поскольку они отличаются чрезмерным поглощением нейтронов; гелий также мало пригоден из-за низкого удельного веса. Таким образом, выбор материалов для замедлителей ограничен углеродом, бериллием, окисью бериллия и устойчивыми соединениями водорода и дейтерия.

При сравнении различных материалов замедлителей пользуются двумя простыми параметрами: замедляющей способностью и относительным замедлением. Первый из них является мерой доли энергии нейтрона, теряемой на единице длины пути при рассеивающем столкновении в надтепловой области. Замедляющая способность обратно пропорциональна полной длине пробега нейтрона в его хаотическом движении от момента рождения с энергией деления до момента замедления до тепловой энергии. Эта длина равна произведению числа столкновений до термализации и средней длины пробега между рассеивающими столкновениями. Вторым параметром представляет собой отношение замедляющей способности к вероятности поглощения на одно столкновение. Относительное замедление удобно использовать при сравнении различных материалов на основании относительных вероятностей термализации в бесконечной среде рассматриваемого материала.

7.1.2. Конструкционные материалы. Двумя главными конструктивными элементами любого реактора ракетного двигателя являются внешний корпус (оболочка высокого давления) и внутренняя система крепления активной зоны. Корпус, вообще говоря, можно изолировать в тепловом отношении от более нагретой активной зоны, и поэтому его материал не обязательно должен работать в условиях высоких рабочих температур. Однако внутри материала корпуса выделяется энергия поглощения γ -квантов, происходит его разогрев и возникают температурные напряжения, вследствие чего становится необходимым применение системы охлаждения.

Так как в большинстве случаев корпус удобно охлаждать потоком рабочего тела, то одним из требований, предъявляемых к материалу корпуса, является его стойкость в среде жидкого рабочего тела. Очевидно, что для уменьшения веса корпуса реактора материал, из которого он изготавливается, должен иметь максимально возможное отношение прочности к удельному весу. Во время работы в корпусе реактора возникают периферийные и осевые напряжения (от внутреннего давления), а также осевые усилия (от действия силы тяги ракетного двигателя). В местах соединений корпуса — во фланцах и точках крепления сопла — могут возникать большие местные нагрузки, вызываемые главным образом температурными напряжениями от γ -нагрева этих утолщенных элементов. Отдельные участки с высокими нагрузками могут существовать в местах соединений активной зоны с корпусом и возникать при передаче внутреннего давления активной зоны через элементы конструкции на корпус.

Наиболее трудной конструктивной проблемой реактора является система крепления его активной зоны. Во время работы эта система расположена в среде горячего и коррозионно активного газообразного рабочего тела и должна выдерживать перепад давлений и различные растягивающие усилия, возникающие в активной зоне. Система крепления должна достаточно эффективно охлаждаться для снятия выделяющейся в ней энергии поглощения γ -излучения и не должна коробиться от температурных градиентов и нагрузок, чтобы не было заметного изменения геометрии ТВЭЛ. Это очень жесткое требование, поскольку общая нагрузка от активной зоны в некоторых конструкциях может быть чрезвычайно большой. Например, перепад давления $14,1 \text{ кг/см}^2$ в цилиндрической активной зоне диаметром $91,5 \text{ см}$ создает нагрузку величиной около 100 т , которая должна передаваться системой крепления корпусу реактора (подробнее см. гл. 6). Но система крепления и корпус реактора не влияют на ход нейтронно-физических процессов, поэтому выбор материала для этих элементов не определяется их нейтронно-физическими характеристиками (за исключением очевидного

требования к внутренним элементам — не слишком сильного поглощения нейтронов).

Таким образом, материалы элементов конструкции реактора должны обладать высоким отношением прочности к плотности и быть химически устойчивыми по отношению к рабочему телу, применяемому для охлаждения.

Некоторые материалы из числа рассмотренных выше веществ, пригодных для изготовления ТВЭЛ, могут использоваться и в качестве материалов силовых конструктивных элементов.

7.1.3. Материалы для органов нейтронно-физического регулирования. Механическое управление реактивностью реактора с целью обеспечения безопасного пуска, нормальной работы и выключения его достигается введением (или выводением) в активную зону отражателя и других областей с высокими нейтронными потоками материалов, сильно поглощающих нейтроны.

При захвате нейтрона в результате ядерной реакции обычно испускаются α -, β -частицы или γ -квант, т. е. материалы регулирующих стержней системы управления в известном смысле являются объемными источниками тепла. Дополнительно к этой тепловой нагрузке материал стержней будет поглощать γ -лучи из активной зоны (грубо говоря, пропорционально плотности материала). Для сведения к минимуму нагрева стержней необходимо, чтобы материал, из которого они изготовлены, либо вообще не испускал лучистую энергию при захвате нейтронов, либо испускал при этом только сильно проникающую радиацию, например γ -лучи. Необходимо также, чтобы этот материал имел небольшую плотность для уменьшения поглощения γ -лучей и высокую теплопроводность для облегчения теплоотвода. Если материал стержней твердый, то желательно, чтобы он мог работать при умеренных температурах ($\sim 830^\circ \text{К}$), что позволило бы осуществить отвод тепла имеющимися теплоносителями. Обычно регулирующие стержни и другие элементы системы управления не несут внешних нагрузок, поэтому прочность материалов, из которых они изготовлены, может быть не выше той, которая необходима для эффективного охлаждения и поддержания конструкционной целостности в процессе работы.

Поскольку основным требованием, предъявляемым к материалам системы регулирования реактора, является хорошее поглощение нейтронов, то выбор этих материалов определяется в первую очередь нейтронно-физическими условиями. В связи с этим большой интерес представляют соединения бора, кадмия, гадолиния и европия. С физической точки зрения желательно, чтобы используемые материалы были устойчивы при высоких температурах. Часто для изготовления

элементов системы регулирования предлагается использовать карбид гафния, обладающий высокой температурой плавления. Бор можно использовать в чистом виде, как карбид, в сплаве с другими металлами, например с медью, а также в виде дисперсии карбида бора в алюминии, из которой можно изготавливать листы и пластины. Карбид бора B_4C можно формовать из порошка горячей прессовкой и спеканием. Изготовленные таким образом изделия хорошо сохраняют размеры до температуры $1950^\circ K$ и имеют подходящую теплопроводность. Кадмий выгоднее применять в виде твердых или жидких соединений, таких, как боровольфрамит или диметилкадмий. Гадолиний и европий главным образом применимы в виде окислов, поскольку из них можно изготавливать стержни регулирования реактора с нанесением металлических покрытий и использованием техники горячего прессования аналогично тому, как это делается при изготовлении современных нагревательных элементов в электротехнической промышленности.

Среди материалов для систем регулирования реактора в первую очередь представляют интерес бор, кадмий, гафний, гадолиний и европий; все они обладают большим поперечным сечением захвата тепловых нейтронов. Однако одно только это свойство еще не является достаточно полным их описанием и не дает представления о преимуществах их использования в системах регулирования высокотемпературных реакторов. Поскольку любой реактор ядерного ракетного двигателя должен работать при наличии условий критичности как при комнатной, так и при высокой ($\sim 2780^\circ K$) температурах, то необходимо исследовать изменение поперечных сечений захвата материалов в широком диапазоне энергии тепловых нейтронов ($0,025\text{—}0,25\text{ эв}$). Конечно, в охлаждаемых активных зонах гетерогенного типа с использованием в качестве замедлителя рабочего тела температура нейтронов не будет сильно изменяться во всем диапазоне рабочих температур блоков реактора; следовательно, изменение поперечного сечения в зависимости от энергии нейтронов в данном случае не имеет большого значения. Однако в реакторе с гомогенной активной зоной температура нейтронов будет близка к температуре в активной зоне, и роль изменения поперечного сечения возрастает. Для U^{235} сечения деления и захвата уменьшаются несколько быстрее, чем по закону $1/VT$, вплоть до величины $0,2\text{ эв}$, затем проходят слабый резонанс при $0,3\text{ эв}$ и опять продолжают уменьшаться примерно до нескольких электронвольт. Это изменение обсуждалось в гл. 4. Отметим, что роль захвата без деления возрастает по мере увеличения энергии нейтронов (моноэнергетических) от $0,1$ до $0,3\text{ эв}$. Вследствие этого, а также в связи с тем, что поперечные сечения поглощения многих других материалов

активной зоны (углерод, вольфрам, ниобий) увеличиваются с ростом температуры нейтронов медленнее, чем сечения U^{235} , обычно получается, что находящаяся в критическом состоянии холодная активная зона становится все менее и менее критичной по мере роста температуры тепловых нейтронов. Для компенсации этого изменения в больших высокотемпературных реакторах желательно вводить в активную зону такие материалы, поперечное сечение поглощения которых уменьшается с ростом температуры быстрее, чем сечение U^{235} . Гадолиний и европий являются именно такими материалами, поэтому они могут использоваться для компенсирующих температурные эффекты корректировочных стержней, обеспечивающих работу реакторов с гомогенной активной зоной в широком диапазоне температур. Желательно, чтобы характеристики поглощения нейтронов материалом, из которого изготавливаются регулирующие стержни, сравнительно мало зависели от нейтронной температуры; это позволило бы стержням иметь неизменную общую эффективность регулирования при любых условиях работы активной зоны. По этой причине гадолиний и европий менее привлекательны, чем бор, характеристики поглощения которого в зависимости от нейтронной температуры меняются слабее. Несмотря на это, большие полные поперечные сечения захвата гадолиния и европия при температурах ниже $2780^\circ K$ показывают, что эти материалы могут использоваться в весьма эффективных, небольших и легких регулирующих стержнях. Для правильного проектирования стержней необходимо пользоваться значениями поперечных сечений, усредненных по максвелловскому распределению энергий тепловых нейтронов (гл. 4).

При оценке материалов для регулирующих систем двигателей реакторов представляет интерес также величина относительного поглощения нейтронов в надтепловой области, поскольку многие реакторы указанного типа преимущественно работают на нейтронах скорее надтепловых, чем тепловых. Материал с большим поперечным сечением захвата тепловых и малым сечением промежуточных нейтронов будет полезен в системах регулирования больших тепловых реакторов, а не малогабаритных надтепловых систем.

7.2. РАБОЧИЕ ТЕЛА

Основным критерием при выборе рабочих тел для ядерных ракетных двигателей является низкий молекулярный вес, поэтому имеет смысл рассмотреть водород, гелий, литий, бериллий и бор, а также их диссоциирующие соединения, такие, как различные углеводороды (например, CH , C_3H_8 , CH_2) и гидриды металлов (например, LiH и BH). Газообразный азот не представляет интереса как рабочее тело, поскольку его

молекулы чрезвычайно устойчивы и не диссоциируют сколько-нибудь заметно при температурах ниже 3600°K . Даже при условии полной диссоциации молекулярный вес азота был бы равен 14, т. е. примерно в семь раз выше, чем у двухатомного водорода. Однако некоторые хорошо диссоциирующие водородсодержащие соединения азота, такие, как NH_3 и N_2H_4 , могут оказаться полезными в качестве рабочих тел ядерных ракетных двигателей. Другими представляющими интерес соединениями являются вода и некоторые диссоциирующие спирты.

Проблемы транспортировки, хранения и использования твердых или газообразных рабочих тел для ядерных ракетных двигателей настолько сложны по сравнению с аналогичными проблемами в случае использования жидких рабочих тел, что мы ограничимся рассмотрением только жидких рабочих тел. При этом исключаются литий, бериллий и бор, которые при нормальных условиях являются твердыми веществами. Вследствие того что температура кипения и теплота парообразования гелия малы, сохранить гелий в жидкой фазе в условиях радиационного поля очень трудно, поэтому гелий также рассматриваться не будет. Таким образом, перечень возможных веществ сокращается до одного элемента — водорода и его соединений.

Вода. Включение воды в перечень рабочих тел для ядерных ракетных двигателей объясняется простотой ее транспортировки и хранения. В баках из нержавеющей стали, меди или анодированного (с окисленной поверхностью) алюминия воду можно держать практически бесконечно долго. Вода служит превосходным замедлителем нейтронов, поскольку обладает высокой ядерной плотностью, в связи с тем что из каждых трех ядер ее молекулы два являются ядрами водорода.

Спирты. Температура замерзания и кипения спиртов — метилового (CH_3OH) и этилового ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) — ниже, чем у воды, но диапазон температур, в котором они находятся в жидкой фазе, значительно шире. Эти жидкости не вызывают коррозии емкостей, в которых хранятся, однако в определенном диапазоне концентрации смесь спирта с воздухом весьма огнеопасна. Длительное вдыхание паров спирта может вызвать потерю сознания и поражение внутренних органов человека. Чистые (100%-ные) спирты являются сильным обезвоживающим средством и могут «сжечь» кожу в результате ее локальной дегидратации. Вследствие высокой ядерной плотности водорода и углерода этиловый и метиловый спирты являются хорошими замедлителями нейтронов.

Углеводороды. Углеводороды от CH_4 до C_H_2 можно использовать в качестве рабочих тел ядерных ракетных двигателей с условием, что при прохождении через ядерный источник тепла первичное соединение сильно диссоциирует. Их

использование возможно в широком диапазоне температур (от затвердевания до кипения), поскольку можно использовать буквально сотни этих соединений. При хранении углеводородов (также как и спиртов) главной опасностью является возможность образования горючей смеси паров углеводорода и воздуха. В частности, метан в широком диапазоне концентраций образует с воздухом взрывоопасную смесь. Жидкие углеводороды не вызывают коррозии и могут длительное время храниться в баках из малоуглеродистой стали. Вдыхание углеводородов не представляет серьезной опасности для здоровья. Подобно большинству других соединений водорода, жидкие углеводороды являются отличными замедлителями нейтронов.

Соединения азота. Двумя наиболее подходящими соединениями являются аммиак (NH_3) и гидразин (N_2H_4). Оба представляют собой бесцветные жидкости, очень вредные для здоровья. Длительное вдыхание паров гидразина или аммиака может вызвать временную слепоту, обморочное состояние и шок. Чистый аммиак является сильным обезвоживающим агентом; попадание капель жидкого аммиака на обнаженную кожу может вызвать серьезные ожоги. Смесь паров аммиака с воздухом не огнеопасна, зато пары гидразина и воздух образуют чрезвычайно взрывоопасные смеси. При определенных условиях гидразин самопроизвольно разлагается с выделением большого количества энергии. Свойства жидкого гидразина аналогичны свойствам воды, аммиак же при атмосферном давлении находится в жидкой фазе при температуре ниже 213°K и поэтому должен храниться либо под давлением, либо при пониженной температуре. Присутствие азота ухудшает свойства этих соединений как замедлителей по сравнению с ранее рассмотренными веществами.

Водород. Жидкий водород при использовании в качестве рабочего тела ядерного ракетного двигателя обладает

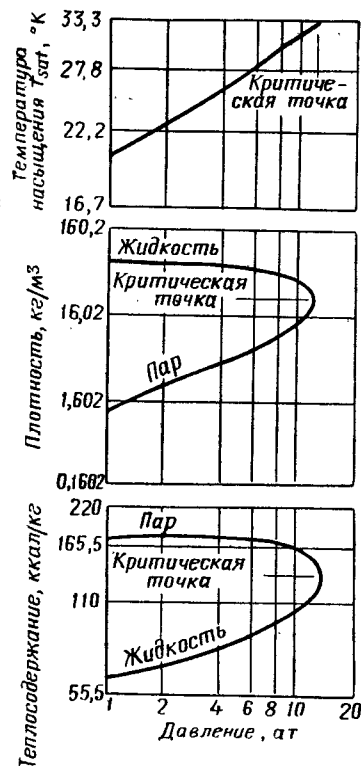


Рис. 7.3. Свойства водорода вблизи критической точки

весьма ценными свойствами, но в то же время имеет и нежелательные характеристики. Малый молекулярный вес водорода обеспечивает рабочие параметры, значительно превосходящие параметры всех других тел. Однако чрезвычайно низкая температура жидкого водорода (менее 20°K) затрудняет его хранение и обращение с ним, поскольку в этих условиях металлы становятся хрупкими, а воздух затвердевает. Кроме того, производство водорода является дорогостоящим процессом. При хранении жидкого водорода недостаточно

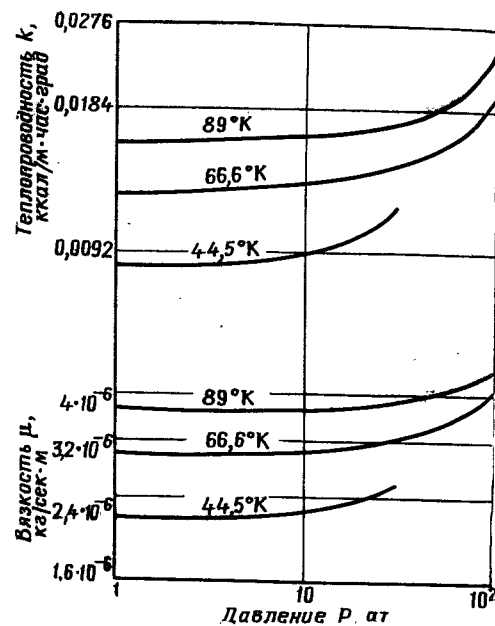


Рис. 7.4. Теплофизические свойства водорода вблизи критической точки

временном соприкосновении с ним можно получить серьезное обморожение. В жидкой фазе водород имеет высокую ядерную плотность, но, как указывалось ранее, является менее хорошим замедлителем, чем другие рабочие тела.

Водород обладает наименьшим критическим давлением из всех представляющих интерес рабочих тел. При давлении выше критического водород ведет себя как однофазная неидеальная жидкость, а при более низких давлениях по мере снижения температуры и давления в системе все сильнее становится похожим на смесь идеальной жидкости с ее паром. На рис. 7.3 и 7.4 представлены некоторые свойства водорода вблизи критической точки.

только обеспечить тепловую изоляцию баков; может также оказаться необходимым постоянное охлаждение для отвода тепла, выделяющегося при переходе молекулярной структуры водорода из орто- в пара-фазу, если только этот переход не был осуществлен в сжижающей установке. Водород не вызывает коррозии баков, но в газообразном состоянии легко образует горючие смеси и в этом смысле опасен. Жидкий водород опасен и для здоровья, главным образом в связи с его низкой температурой, поскольку даже при кратко-

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Глава 1. Основные типы ядерных двигателей	5
1.1. Ядерные двигатели с непосредственным нагревом рабочего тела	7
1.2. Ядерно-электрические реактивные двигатели	14
Глава 2. Основы анализа летных характеристик	19
2.1. Классические уравнения движения	—
2.2. Внешняя баллистика неконсервативных систем	42
2.3. Установившийся полет самолета	56
2.4. Взаимосвязь внутренних параметров и оптимизация системы	64
Глава 3. Теплопередача и газодинамика	96
3.1. Виды теплопередачи	—
3.2. Теплообменные характеристики	132
3.3. Течение в сопле и характеристики рабочего тела	157
Глава 4. Нейтронно-физический расчет реактора деления	179
4.1. Ядерные реакции и критичность реактора	—
4.2. Основы математической теории	197
4.3. Критичность реактора и распределение нейтронного потока	225
4.4. Реакторы с гетерогенной решеткой в теории возраста Ферми	245
4.5. Двухгрупповой и многогрупповые методы	249
4.6. Переходные изменения критичности	258
Глава 5. Ядерные излучения и защита от них	267
5.1. Утечка радиоактивных излучений	—
5.2. Ослабление и поглощение излучения	279
5.3. Принципы проектирования защиты	306
Глава 6. Конструкция реактора и схемы двигателей	338
6.1. Форма реакторов и общие принципы конструирования их	—
6.2. Геометрические характеристики	339
6.3. Порядок основных расчетов	345
6.4. Важнейшие особенности конструкций	347
6.5. Подробный анализ реактора	360
6.6. Последствия неидеальности конструкции	367
6.7. Особенности переходных процессов	371
6.8. Схемы двигателей и их выбор	374
Глава 7. Материалы и рабочие тела, применяемые в ядерных ракетных двигателях	381
7.1. Тепловыделяющие элементы (ТВЭЛ)	—
7.2. Рабочие тела	395